Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

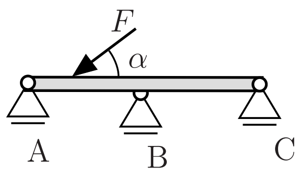
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

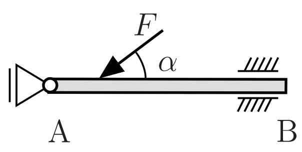
Aufgabe 1 (Seite 1 von 4)

a)
Eine Konstruktionsabteilung bittet Sie um Hilfe bei der Bewertung der untenstehenden Systeme. Dabei ist ein Balken verschieden gelagert und unter dem Winkel α durch die Kraft F belastet.

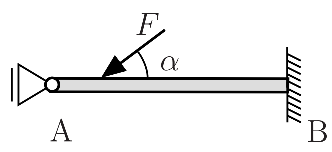
System 1:



System 2:



System 3:



Bewerten Sie diese drei Systeme bezüglich ihrer statischen und kinematischen Bestimmtheit und begründen Sie ihre Antwort kurz. **(3,0 Punkte)**

System 1: statisch bestimmt, aber kinematisch beweglich $\leftrightarrow$, $n = 1$, $r = 3$, insgesamt also statisch unbestimmt
System 2: statisch und kinematisch bestimmt $n = 1$, $r = 3$
System 3: statisch überbestimmt $n = 1$, $r = 4$

Vorname: ____________________

TU Dortmund

Nachname: ____________________

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Matr.-Nr.: ____________________

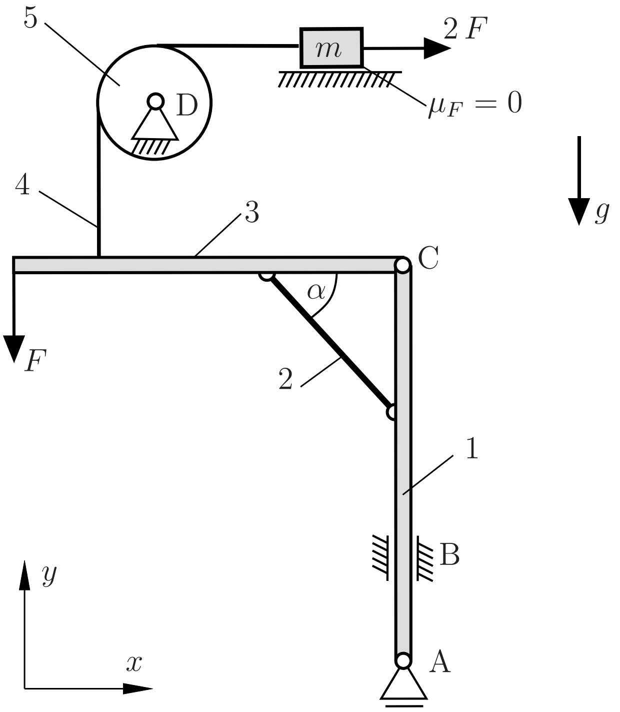
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

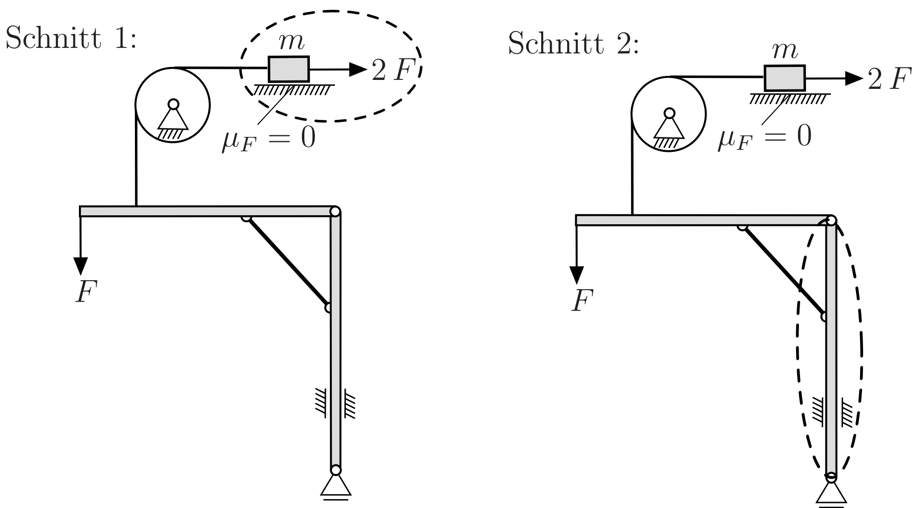
Aufgabe 1 (Seite 2 von 4)

b)

Das folgende System besteht aus zwei Balken (1 und 3), einer Pendelstütze (2), einem Seil (4) und einer Rolle (5), an welcher ein Gewicht mit der Masse m befestigt ist. Zwischen der Masse und dem Boden liegt keine Reibung vor ($\mu_F = 0$). Alle anderen Komponenten des Systems sind als masselos anzusehen.



Es werden nun folgende zwei Freischnitte betrachtet:



Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

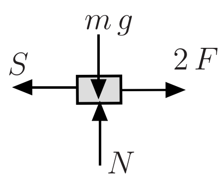
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

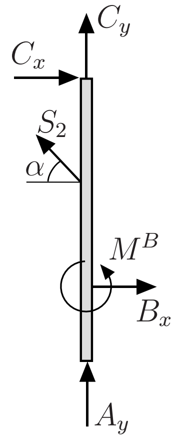
Aufgabe 1 (Seite 3 von 4)

Zeichnen Sie die vollständigen Freikörperbilder zu den zwei gekennzeichneten Freischnitten. Wählen Sie eindeutige Bezeichnungen für die angetragenen Reaktionskräfte und beachten Sie die Konvention, dass unbekannte Auflagerreaktionen in positiver Koordinatenrichtung anzutragen sind und dass Zugkräfte bei Stabkräften als positiv definiert angenommen werden. **(2,0 Punkte)**

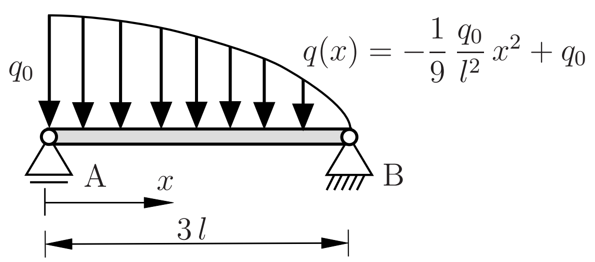
Schnitt 1:



Schnitt 2:



c)
Ein Balken der Länge $3\,l$ ist mit einer vorgegebenen quadratischen Streckenlast der Funktion $q(x)$ belastet.



Berechnen Sie den Betrag der resultierenden Kraft R_q unter Angabe von Zwischenschritten, die zu der Streckenlast $q(x)$ korrespondiert. Nennen Sie außerdem den konkreten Ansatz zur Berechnung der x-Koordinate des Kraftangriffspunktes von R_q.

(2,0 Punkte)

$$R_q = \int_0^{3\,l} q(x)\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{27}\,\frac{q_0}{l^2}\,x^3 + q_0\,x\right]_0^{3\,l} = 2\,q_0\,l$$

$$x_R = \frac{1}{R_q}\int_0^{3\,l} q(x)\,x\,\mathrm{d}x$$

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

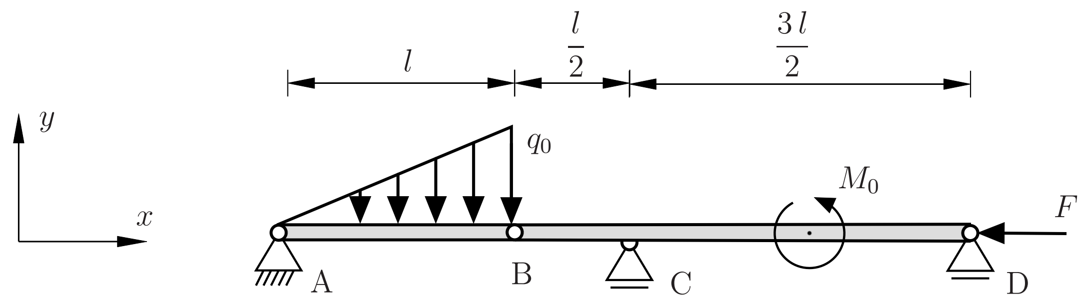
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 1 (Seite 4 von 4)

d)

Das folgende System besteht aus zwei in Punkt B gelenkig miteinander verbundenen Balken. Es gilt im Folgenden $M_0 = F\,l$.



Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in den Punkten A, C und D. Tragen Sie dabei die unbekannten Lagergrößen in positiver Koordinatenrichtung an. Bestimmen Sie des Weiteren die Beträge der Gelenkkraft B in $x-$ und $y-$Richtung. **(3,0 Punkte)**

$A_x = F$ $\qquad$ $A_y = \frac{1}{6}\,q_0\,l$

$B_x = |-F|$ $\qquad$ $B_y = |-\frac{1}{3}\,q_0\,l|$

$C_y = \frac{4}{9}\,q_0\,l + \frac{2}{3}\,F$

$D_y = -\frac{1}{9}\,q_0\,l - \frac{2}{3}\,F$

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

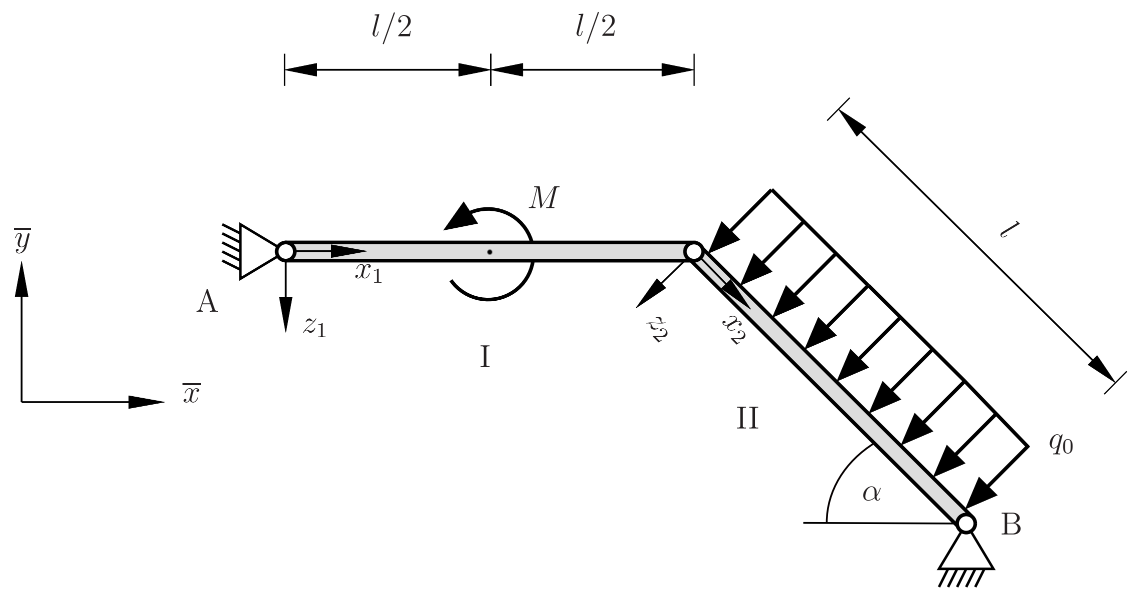
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 2 (Seite 1 von 4)

a)

Das nachfolgende System besteht aus zwei masselosen Balken. Der rechte Balken ist mit einer konstanten Streckenlast der Größe q_0 belastet. Am linken Balken greift an der Stelle $x_1 = l/2$ ein Moment der Größe M an.



Für das System seien im Folgenden der Winkel $\alpha = 45°$ und das angreifende Moment an der Stelle $x_1 = l/2$ als $M = q_0 l^2$ gegeben. Weiterhin wurden die Auflagerkräfte bezüglich des globalen $\overline{x}\,\overline{y}$-Koordinatensystems zu

$$A_{\overline{x}} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right] q_0 l, \quad A_{\overline{y}} = q_0 l, \quad B_{\overline{x}} = q_0 l, \quad B_{\overline{y}} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right] q_0 l$$

bestimmt. Geben Sie den Querkraft- sowie den Momentenverlauf für beide Balken an. Verwenden Sie dazu die vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme und geben Sie die Bereiche bezüglich der Koordinaten an. **(5,0 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 4)

Balken I ($Q(x_1)$ und $M(x_1)$):

$$0 \leq x_1 \leq \frac{l}{2}: \qquad Q(x_1) = q_0\, l$$

$$M(x_1) = q_0\, l\, x_1$$

$$\frac{l}{2} \leq x_1 \leq l: \qquad Q(x_1) = q_0\, l$$

$$M(x_1) = q_0\, l\, x_1 - q_o\, l^2$$

Balken II ($Q(x_2)$ und $M(x_2)$):

$$0 \leq x_2 \leq l: \qquad Q(x_2) = q_0\,[l - x_2] - \frac{1}{2}\, q_0\, l$$

$$M(x_1) = -\frac{q_0}{2}\,[l - x_2]^2 + \frac{1}{2}\,[l - x_2]\, q_0\, l$$

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

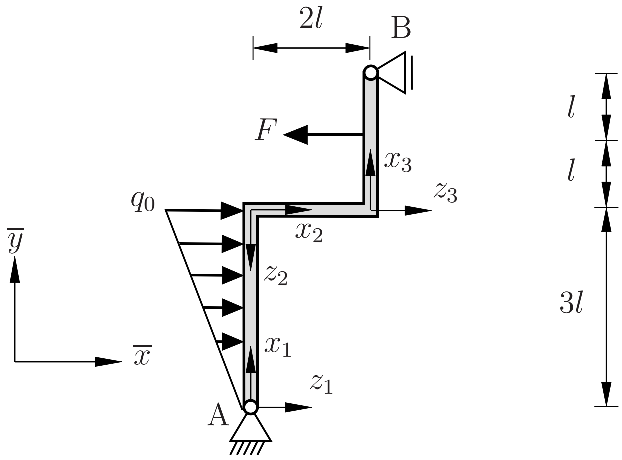
Aufgabe 2 (Seite 3 von 4)

b)

Gegeben sei das nebenstehend abgebildete Balkensystem. Die Lagerung ist der Skizze zu entnehmen. An der Stelle $x_3 = l$ greift eine Einzelkraft $F = 5q_0 l$ an. Im Abschnitt $0 \leq x_1 \leq 3l$ ist der Balken mit einer linearen Streckenlast mit dem Maximalwert q_0 belastet. Die Auflagerreaktionen bezüglich des $\overline{x}\,\overline{y}$-Koordinatensystems sind durch

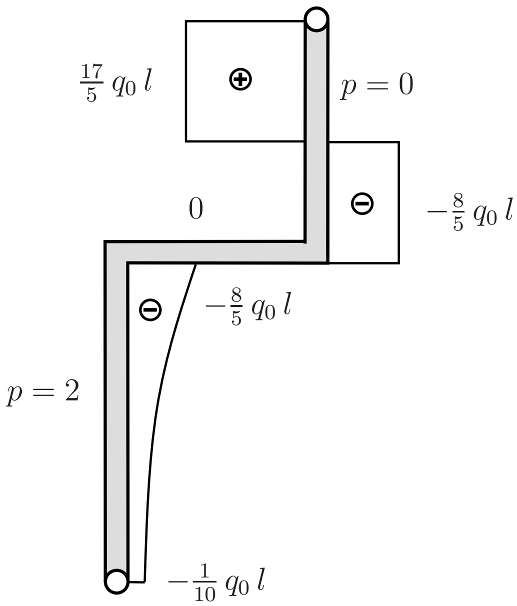
$$A_{\overline{x}} = \frac{1}{10} q_0 l, \quad A_{\overline{y}} = 0, \quad B_{\overline{x}} = \frac{17}{5} q_0 l$$

gegeben.



Zeichnen Sie für das oben stehende System den gesamten Querkraft- und Biegemomentenverlauf qualitativ in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie an den Eckpunkten die charakteristischen Werte an. Geben Sie außerdem die Polynomgrade der Teilfunktionen an. **(5,0 Punkte)**

$Q(x_i)$:



TU Dortmund

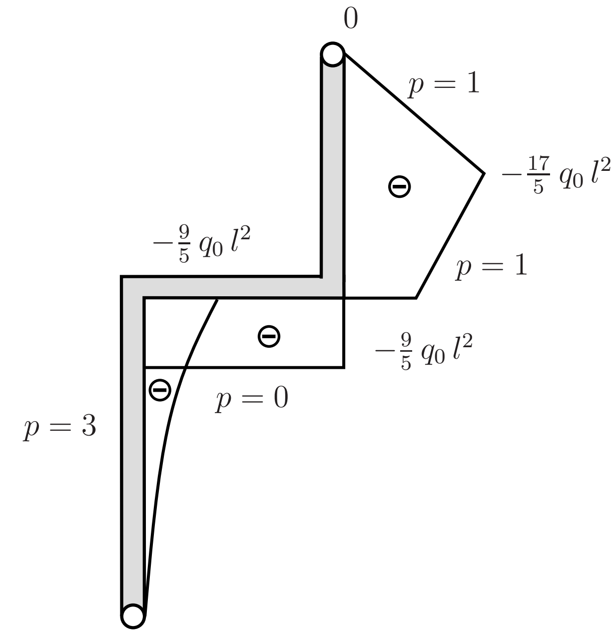
Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 2 (Seite 4 von 4)

$M(x_i)$:



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

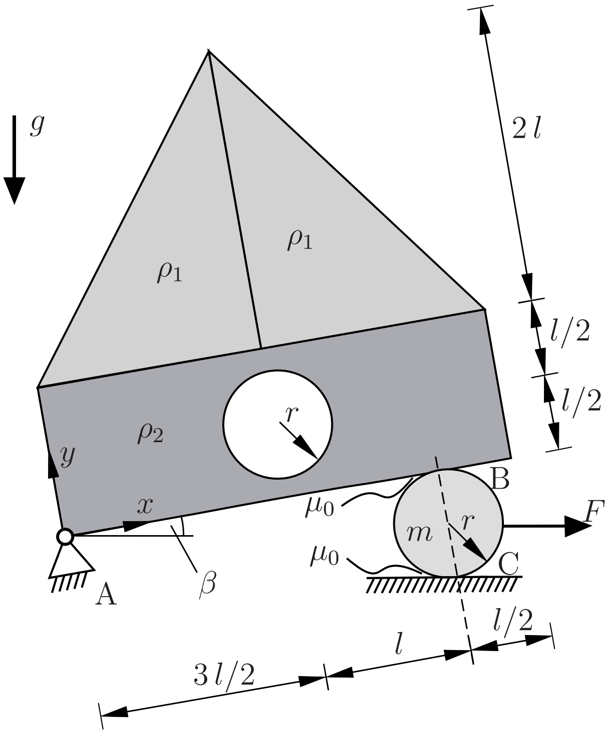
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 1 von 3)

a)
Im Folgenden wird der dargestellte Körper mit konstanter Dicke t und den jeweils konstanten Massendichten ρ_1 und ρ_2 betrachtet. Der Körper ist im Punkt A fest gelagert und liegt im Punkt B auf einer Rolle. Durch die Rolle ist der Körper unter dem Winkel β geneigt. Die Rolle ist im Punkt B und C reibungsbehaftet (Haftreibungskoeffizient μ_0) gelagert.



Bestimmen Sie die Gesamtmasse M und den Schwerpunkt $S(x_S, y_S)$ nur für den zusammengesetzten Körper (ohne Rolle) bezogen auf das gegebene Koordinatensystem. Vereinfachen Sie dabei Ihre Ergebnisse **nicht**. **(2,0 Punkte)**

$$M = \frac{6\,l^2}{2}\,\rho_1\,t + (3\,l^2 - \pi\,r^2)\,\rho_2\,t$$

$$x_S = \frac{3}{2}\,l$$

$$y_S = \frac{3\,l^2\,(l + \frac{2}{3}\,l)\,\rho_1\,t + (3\,l^2\,\frac{l}{2} - \pi\,r^2\,\frac{l}{2})\,\rho_2\,t}{M}$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 2 von 3)

b)
Die Gesamtmasse M und der Schwerpunkt $\mathrm{S}(x_S, y_S)$ aus a) seien im Folgenden als gegeben anzusehen. (Rechnen Sie **nicht** mit Ihren Ergebnissen aus a)). Geben Sie drei voneinander unabhängige Gleichgewichtsbedingungen **nur** für den zusammengesetzten Körper an (die Haftbedingung muss **nicht** eingesetzt werden). Verwenden Sie dabei das vorgegebene Koordinatensystem und die Vorzeichen-Konventionen aus Vorlesung und Übung.

(3,0 Punkte)

$$\sum F_x = 0 = A_x + H - \sin(\beta)\, M\, g$$
$$\sum F_y = 0 = A_y + N - \cos(\beta)\, M\, g$$
$$\sum M^{(A)} = 0 = N\, \frac{5}{2}\, l - \cos(\beta)\, M\, g\, x_S + \sin(\beta)\, M\, g\, y_S$$

Erklären Sie mit Ihren eigenen Worten die Bedeutung von Selbsthemmung am obigen System.

(1,0 Punkte)

Bei Selbsthemmung ist das System für jedes beliebige F im Gleichgewicht.

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

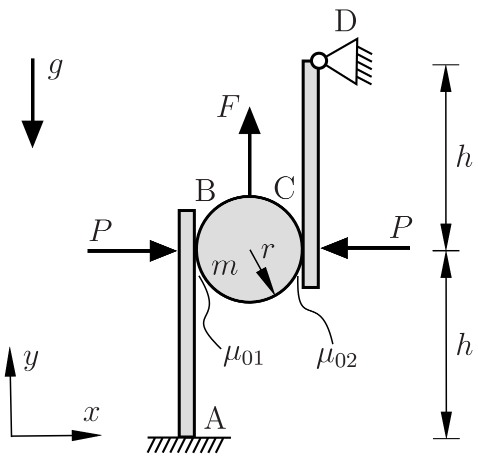
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 3 (Seite 3 von 3)

c)

Gegeben sei das nebenstehend abgebildete System mit zwei Balken und einer Rolle der Masse m. An der Rolle greift die Kraft $F > 0$ an und wird zwischen den reibungsbehafteten Balken (Haftreibungskoeffizient $0 < \mu_{01} < \mu_{02}$) durch die Kräfte $P > 0$ auf je beiden Seiten gehalten.



Berechnen Sie sämtliche Komponenten der Reaktionskräfte in den Punkten B und C.

(2,0 Punkte)

$$|H_1| = |H_2| = \left|\frac{1}{2}\,(F - m\,g)\right|$$

$$N_1 = N_2 = P$$

Geben Sie an, was für die Kraft F gelten muss, damit sich das System im Gleichgewicht befindet.

(2,0 Punkte)

$$m\,g - 2\,\mu_{01}\,P \leq F \leq 2\,\mu_{01}\,P + m\,g$$