TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

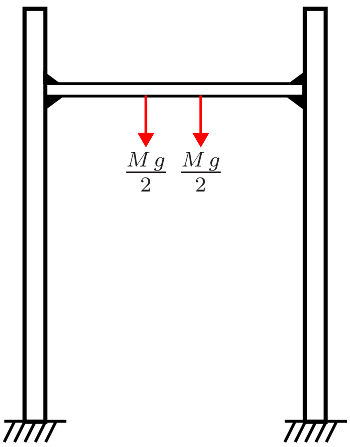
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 1 von 4)

a)
Im nebenstehenden Bild ist das reale System einer Schaukelkonstruktion zu sehen. Zeichnen Sie ein geeignetes **2D-Ersatzsystem für das Gestell in der dargestellten Frontansicht**. Die beiden schrägen Balken zur Versteifung sollen in der 2D-Ansicht nicht mit berücksichtigt werden. Als einzige statische Belastung des Systems sei eine Zugbelastung der Seile angenommen, welche durch eine Person der Masse M bewirkt wird (Erdbeschleunigung g), die in Ruhe und genau mittig auf der Schaukel sitzt. Benutzen Sie die aus der Veranstaltung bekannten Lagertypen. Bewerten Sie, ob das von Ihnen gewählte Ersatzsystem statisch bestimmt ist. **(2,0 Punkte)**

Beispiellösung:



Das System ist statisch überbestimmt.

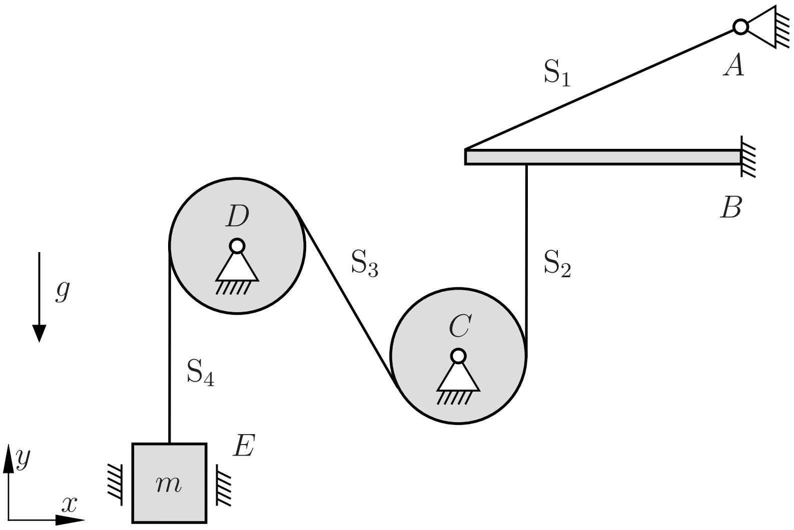
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

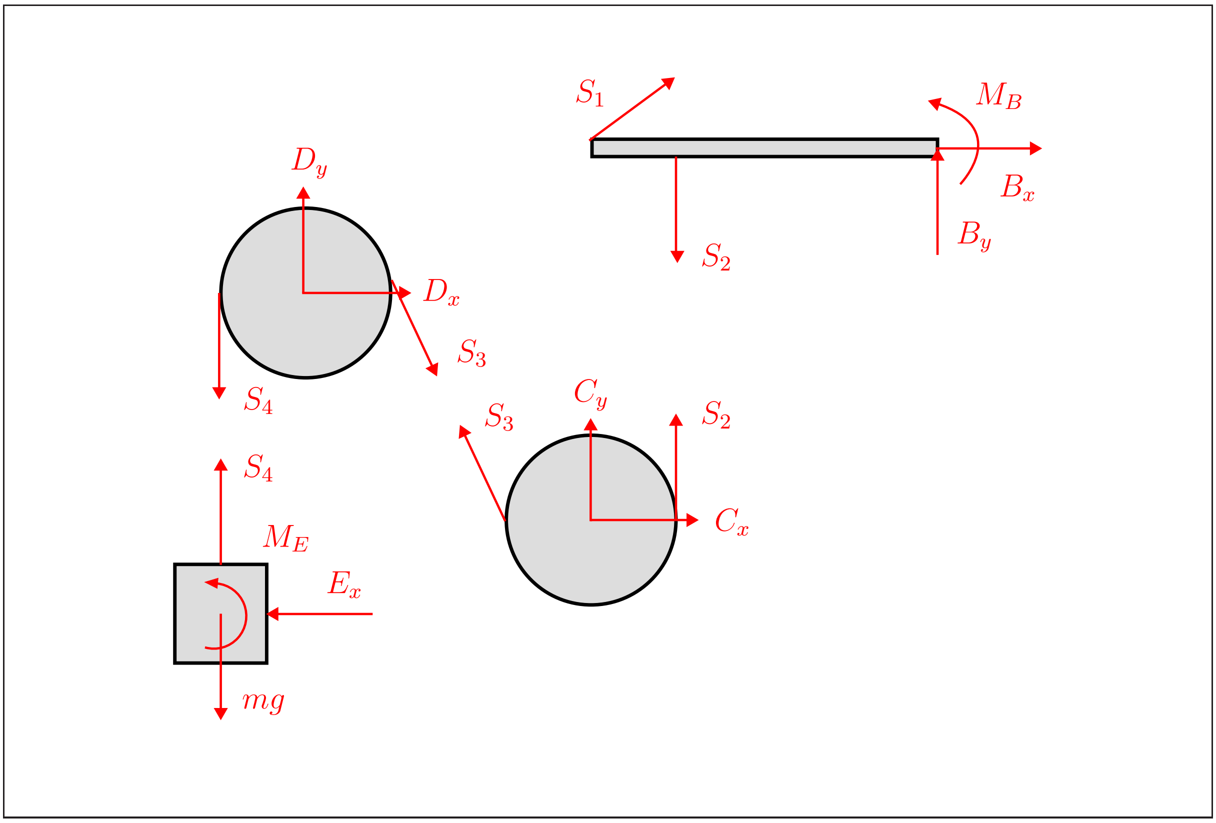
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 2 von 4)

b)
In dem nachfolgend abgebildeten System wird eine Masse m über ein dehnstarres Seil und zwei Umlenkrollen mit einem fest eingespannten Balken verbunden. Der Balken wird durch ein weiteres dehnstarres Seil gestützt. Die Masse m wird zusätzlich durch eine Schiebehülse geführt. Mit Ausnahme der Masse m sind alle Komponenten als masselos anzusehen. Das System befindet sich im Schwerefeld mit der Erdbeschleunigung g.



Ergänzen Sie folgende Abbildung zu vollständigen Freikörperbildern. (**2,0 Punkte**)



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 3 von 4)

Können für die gegebene Belastung des Systems alle Auflagerreaktionen mit den Ihnen bekannten Gleichgewichtsbedingungen aus der Mechanik I berechnet werden? Begründen Sie ihre Antwort. **(1,0 Punkte)**

Nein, es können nicht alle Auflagerreaktionen des Systems berechnet werden, da es 12 Gleichungen für 13 Unbekannte gibt.

Beschreiben Sie, abhängig von Ihrer vorherigen Antwort, wie man das System ändern könnte, um entweder

- ein System zu erhalten, bei welchem die Berechnung aller Auflagerreaktionen mit den Gleichgewichtsbedingungen möglich ist, falls Sie angegeben haben, dass dies in der dargestellten Form nicht möglich sei, oder
- ein System zu erhalten, bei welchem die Berechnung aller Auflagerreaktionen mit den Gleichgewichtsbedingungen nicht möglich ist, falls Sie angegeben haben, dass dies in der dargestellten Form möglich sei.

(0,5 Punkte)

- die Abstützung durch das obere Seil weglassen
- die feste Einspannung durch ein Festlager ersetzen

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

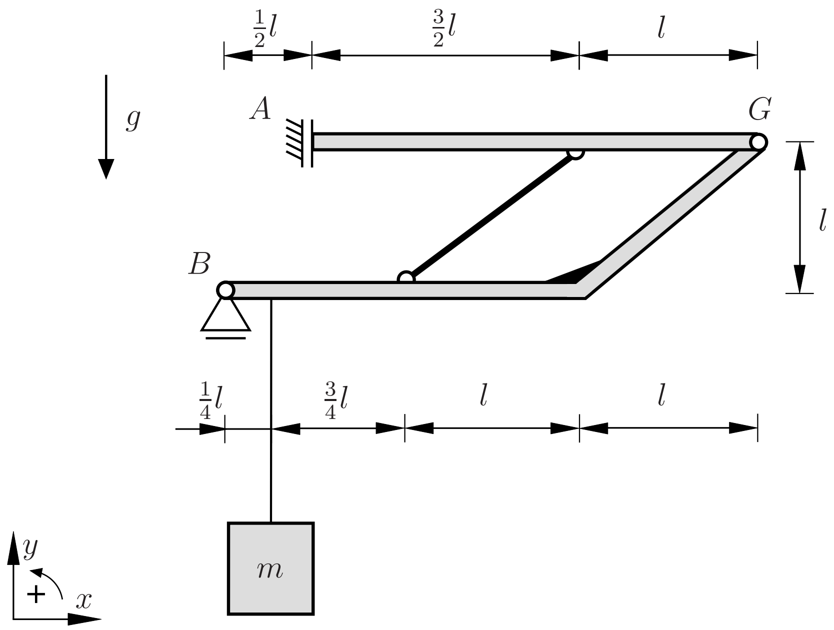
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 4 von 4)

c)
Es wurde nun eine alternative Konstruktion gewählt, um die Masse m zu halten. Wie der untenstehenden Skizze zu entnehmen ist, besteht dieses System aus einem Rahmen und einem Balken, welche über ein Gelenk sowie einen starren Stab miteinander verbunden sind. Die Masse m ist über ein Seil am Rahmen befestigt. Abgesehen von der Masse m sind alle Komponenten als masselos anzunehmen. Das System befindet sich im Schwerefeld mit der Erdbeschleunigung g.



Berechnen Sie alle Auflagerreaktionen in den Punkten A und B. Tragen Sie dabei die unbekannten Lagergrößen in positive Koordinatenrichtung an. Wählen Sie eindeutige Bezeichnungen für die Auflagerreaktionen. **(2,0 Punkte)**

$A_x = 0, \quad B_y = m\,g, \quad M_A = \frac{l}{4}\,m\,g$

Bestimmen Sie die Beträge der Gelenkkräfte in G in x- und y-Richtung sowie die Stabkraft S. Dabei gilt die Konvention positiver Zugkräfte im Stab. **(2,5 Punkte)**

$|G_x| = \frac{1}{4}\,m\,g, \quad |G_y| = \frac{1}{4}\,m\,g, \quad S = -\frac{\sqrt{2}}{4}\,m\,g$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

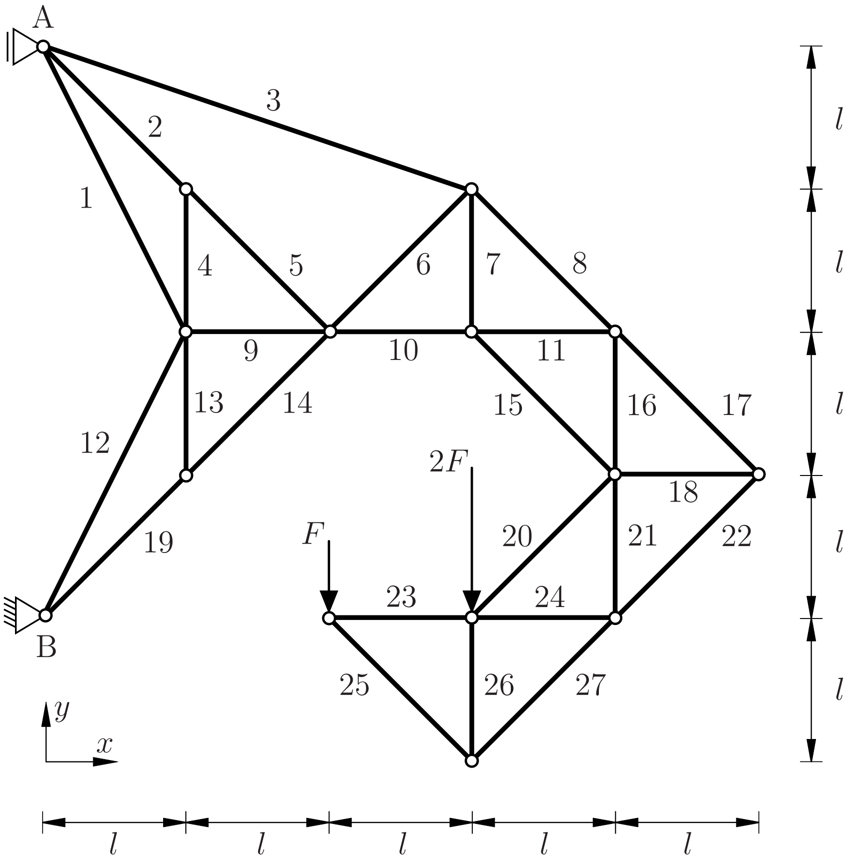
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 1 von 4)

a)

Das nachfolgend abgebildete Fachwerk ist in den Punkten A und B gelagert und wird durch zwei Einzelkräfte wie dargestellt belastet.



Geben Sie sämtliche Nullstäbe an, welche aufgrund gängiger Kriterien direkt als solche identifiziert werden können (keine Rechnung). **Hinweis**: Das Nennen falscher Stabnummern führt zu Punktabzug, Minuspunkte sind aber nicht möglich. (**1,0 Punkte**)

$S_4, \quad S_{13}$

Bestimmen Sie die Stabkräfte S_{15}, S_{16} und S_{17} in Abhängigkeit von F unter Berücksichtigung der Konvention, dass Zugkräfte positiv sind. (**3,0 Punkte**)

$S_{15} = 4\sqrt{2}F \qquad S_{16} = 3F \qquad S_{17} = -4\sqrt{2}F$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

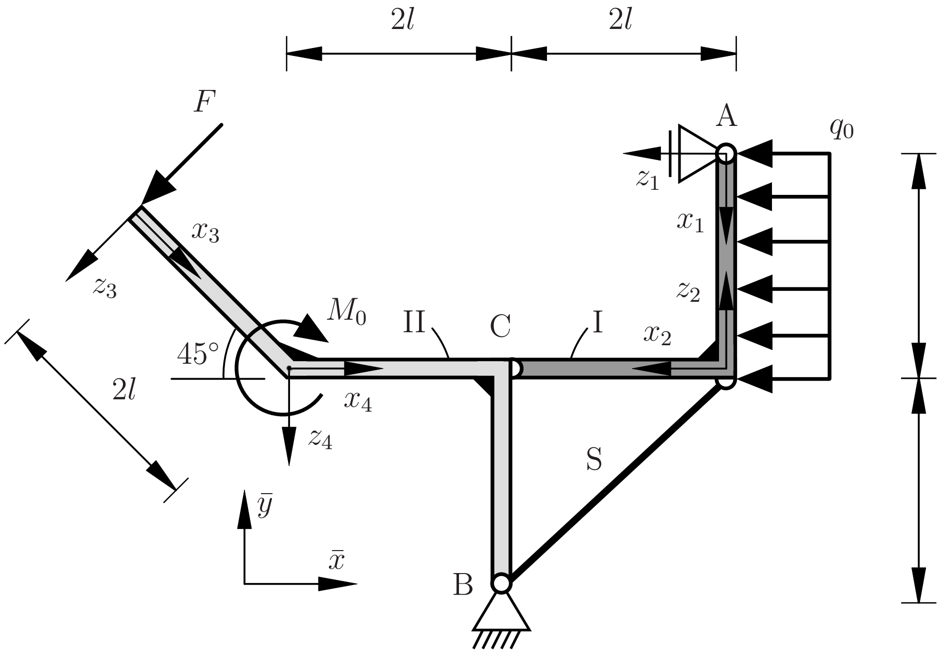
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 4)

b)

Das nachfolgend abgebildete System besteht aus zwei masselosen Rahmen I und II, welche über ein Gelenk und einen Stützstab verbunden sind. Der Rahmen I ist mit einer konstanten Streckenlast der Größe q_0 und der Rahmen II mit einer Einzelkraft F und einem eingeprägten Moment $M_0 = 2Fl$ wie dargestellt belastet. Die Lagerung des Systems ist der Skizze zu entnehmen.



Die Auflagerreaktionen im Punkt A bezüglich des globalen $\bar{x}, \bar{y}$ - Koordinatensystems und die Kraft im Stützstab S werden im Folgenden mit

$A_{\bar{x}}$, S

als bekannt vorausgesetzt und müssen daher nicht berechnet werden. Nehmen Sie für den Stützstab S einen Zugstab an. Dabei gilt die Konvention positiver Zugstäbe.

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 3 von 4)

Geben Sie die Funktionen der Querkraft $Q(x_i)$ und des Biegemomentes $M(x_i)$ für den Rahmen I in Abhängigkeit von q_0, $A_{\bar{x}}$ und S an. **(4,0 Punkte)**

Bereich: $0 \leq x_1 \leq 2l$

$$Q(x_1) = A_{\bar{x}} - q_0\, x_1$$

$$M(x_1) = A_{\bar{x}}\, x_1 - q_0\, x_1\, \frac{x_1}{2}$$

Bereich: $0 \leq x_2 \leq 2l$

$$Q(x_2) = \frac{\sqrt{2}}{2}\, S$$

$$M(x_2) = A_{\bar{x}}\, 2l - q_0\, 2l\, \frac{2l}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\, S\, x_2$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

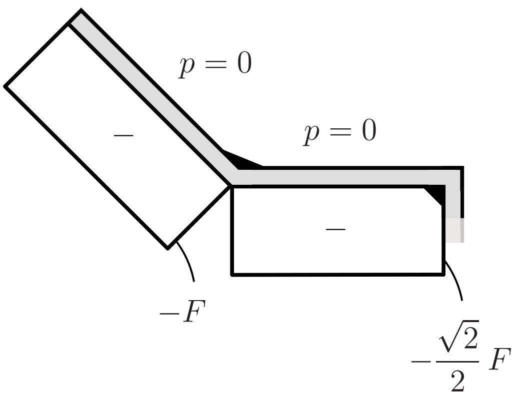
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

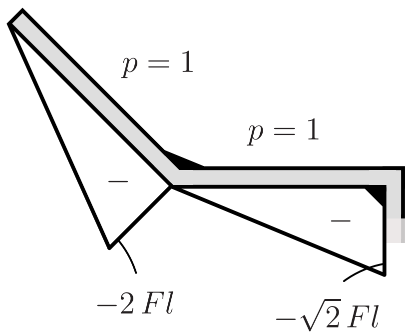
Aufgabe 2 (Seite 4 von 4)

Zeichnen Sie den Querkraft- und Biegemomentenverlauf Q und M für den Rahmen II in den Bereichen $0 \leq x_3 \leq 2l$ und $0 \leq x_4 \leq 2l$ qualitativ in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie den Polynomgrad p der jeweiligen Teilfunktion sowie alle relevanten charakteristischen Werte an. Verwenden Sie die vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme. **(2,0 Punkte)**

$Q(x_i)$:



$M(x_i)$:



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

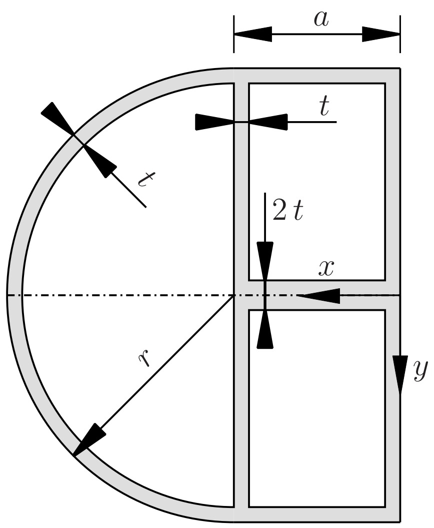
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 1 von 4)

a)
Berechnen Sie den Flächeninhalt A und die Schwerpunktskoordinate x_{S} des nebenstehenden Querschnitts bezogen auf das gegebene Koordinatensystem. Fassen Sie die einzelnen Terme **nicht** zusammen. (**3,0 Punkte**)



$$A = \frac{r^2\,\pi}{2} + 2\,a\,r - \frac{[r-t]^2\pi}{2} - 2\,[a-2\,t]\,[r-2\,t]$$

$$x_{\mathrm{S}} = \left[\left[a + \frac{4\,r}{3\,\pi}\right]\,\frac{\pi\,r^2}{2} + a^2\,r - \left[a + \frac{4\,[r-t]}{3\,\pi}\right]\,\frac{\pi\,[r-t]^2}{2} - a\,\left[a-2\,t\right]\,\left[r-2\,t\right]\right]\,A^{-1}$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

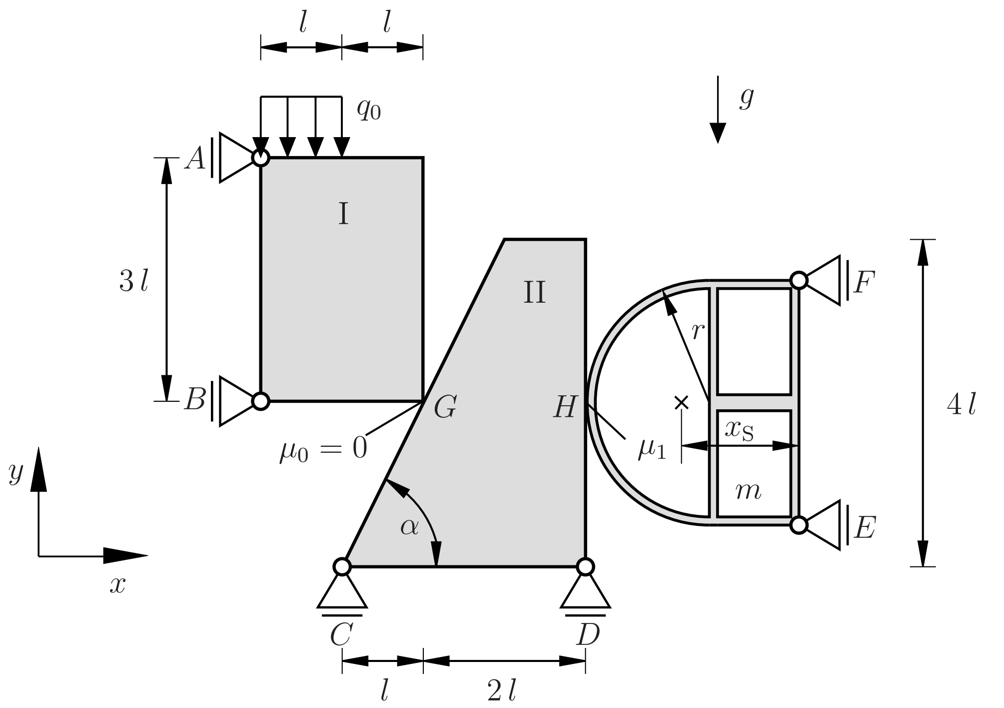
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 2 von 4)

b)
Das oben dargestellte Profil soll mit Hilfe eines Keilspanners eingespannt werden. Die Masse des Profils m und die Schwerpunktskoordinate x_S seien im Folgenden gegeben. Das Profil befindet sich im Erdschwerefeld g. Der Keilspanner wurde in die unten abgebildete Prinzip-Skizze überführt. Der masselose Körper I wird über zwei Loslager geführt und mit einer Flächenlast q_0 belastet. Der Körper steht in reibungslosem Kontakt ($\mu_0 = 0$) mit dem masselosen Körper II (Anstellwinkel α mit $0° < \alpha < 90°$). Zwischen dem Keil und dem eingespannten Profil herrscht ein Kontakt mit dem Reibungskoeffizient μ_1. Körper II und das Profil werden ebenfalls wie dargestellt über Loslager geführt.



Bestimmen Sie die Kontaktkräfte in den Punkten G und H. **(3,0 Punkte)**

$$N_G = \frac{q_0\, l}{\cos(\alpha)}$$

$$N_H = q_0\, l\, \tan(\alpha)$$

$$H_H = m\, g$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 3 von 4)

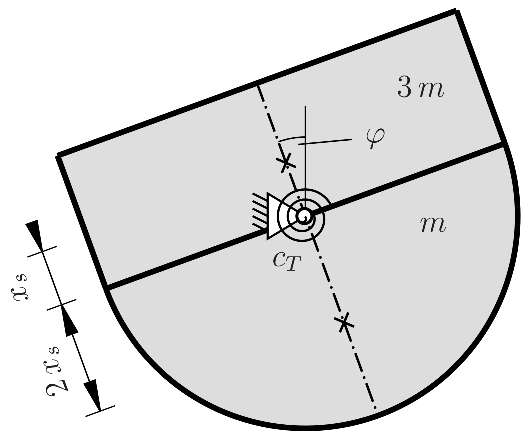
Wie groß muss die Flächenlast q_0 sein, damit sich das System nicht bewegt? Bestimmen Sie die Lösung in Abhängigkeit des Anstellwinkels α. **(1,0 Punkte)**

$q_0 \geq \frac{m\,g}{\mu_0\,l\,\tan(\alpha)}$

Für welchen Anstellwinkel α im Intervall $30° < \alpha < 60°$ wird die Haftkraft im Punkt H maximal? **(1,0 Punkte)**

$\alpha = 60°$

c)
Das Profil soll nun aus zwei anderen Teilen aufgebaut und wie dargestellt gelagert werden. Zusätzlich wurde im Lagerpunkt eine Drehfeder mit der Federsteifigkeit c_T angebracht. Die Feder befindet sich für $\varphi = 0$ im ungespannten Zustand. Die beiden Massen m (unterer Teil des Blechs) und $3\,m$ (oberer Teil des Blechs) sowie die beiden Schwerpunkstkoordinaten x_s und $2\,x_s$ wurden bereits bestimmt.



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 4 von 4)

Bestimmen Sie den Winkel $\varphi^\star$, bei dem sich das System in einem Gleichgewichtszustand befindet. Notieren Sie dabei die wichtigen Zwischenschritte im Kästchen. (**1,0 Punkte**)

$$\Pi = -m\,g\,x_s\,[1-\cos(\alpha)] + \frac{1}{2}\,c_T\,\varphi^2$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = -m\,g\,x_s\,\sin(\varphi) + c_T\,\varphi = 0$$

$$\varphi^* = 0 \quad \text{(triviale Lösung)}$$

Welche Bedingung muss für x_s gelten, damit es sich bei $\varphi^\star$ tatsächlich um eine stabile Gleichgewichtslage handelt? (**1,0 Punkte**)

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial^2 \varphi}(\varphi^*) = -m\,g\,x_s + c_T > 0$$

$$x_s < \frac{c_T}{m\,g}$$