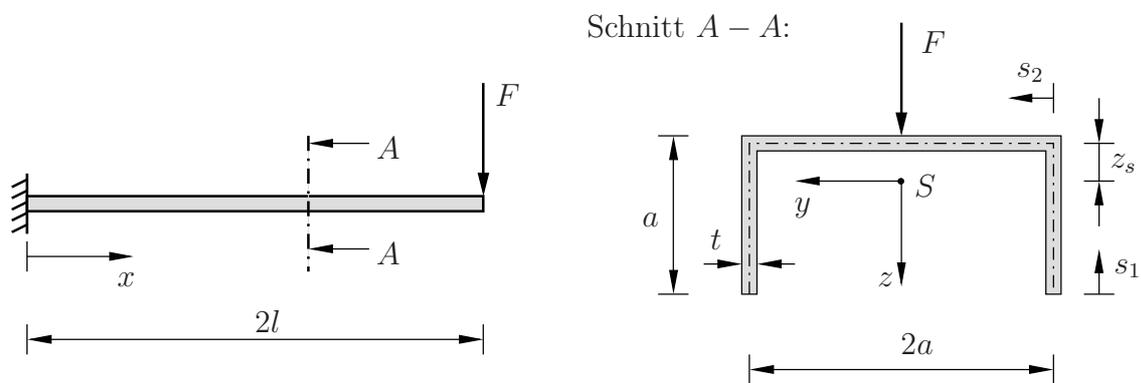


**Aufgabe 1** (Seite 1 von 3)

a)

Ein als masselos anzusehender Balken, bestehend aus einem dünnwandigen U-Profil ( $t \ll a$ ), ist an der linken Seite eingespannt und wird an seinem rechten Ende durch eine Kraft  $F$ , deren Wirkungslinie durch die Symmetrieachse verläuft, belastet. Die Abmessungen des Querschnitts sind der Abbildung zu entnehmen.



Das Flächenträgheitsmoment  $I_y = \frac{5}{12} a^3 t$  und die Länge  $z_s = \frac{a}{4}$  sind für dieses System bereits berechnet.

Bestimmen Sie das statische Moment  $S_y(s_1)$  bezüglich der Koordinate  $s_1$  für den Teilbereich  $0 \leq s_1 \leq a$ . **(1,0 Punkte)**

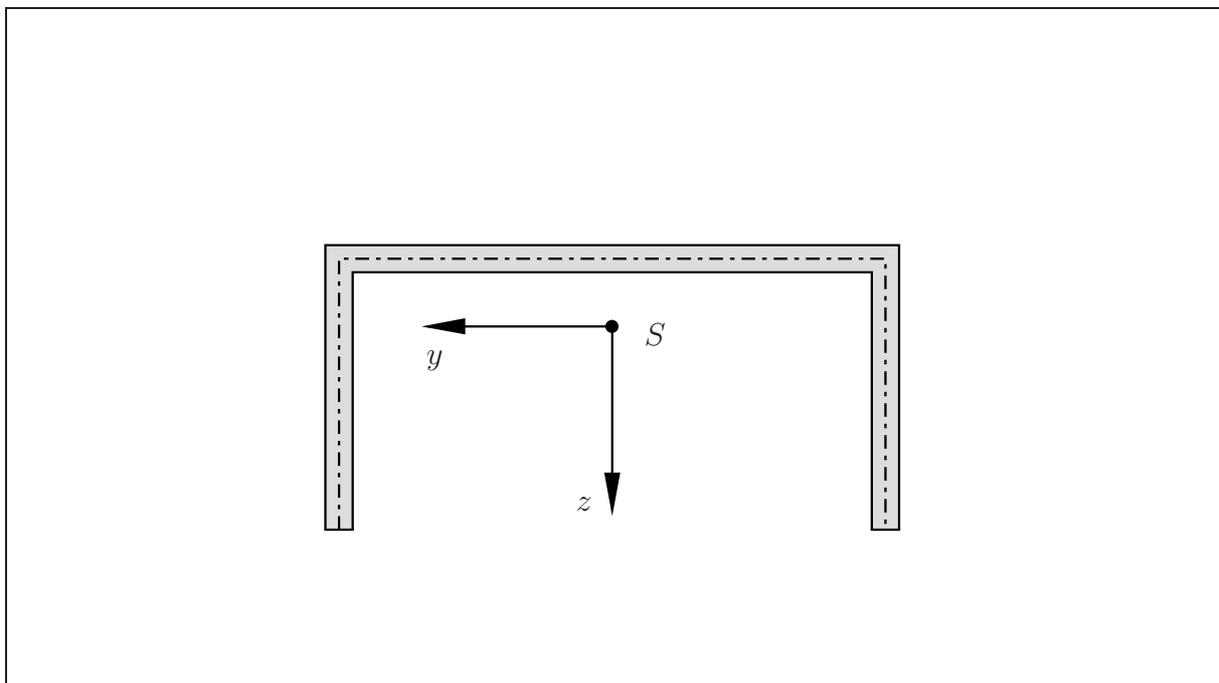
$$S_y(s_1) =$$

Bestimmen Sie das statische Moment  $S_y(s_2)$  bezüglich der Koordinate  $s_2$  für den Teilbereich  $0 \leq s_2 \leq 2a$ . **(1,0 Punkte)**

$$S_y(s_2) =$$

**Aufgabe 1** (Seite 2 von 3)

Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Schubspannung für den rechten Teil des Querschnitts ( $0 \leq s_1 \leq a$  und  $0 \leq s_2 \leq a$ ). Tragen Sie dabei die betragsmäßigen Werte für die Schubspannungen an den Stellen  $s_1 = 0$ ,  $s_1 = a$  und  $s_2 = a$  in Abhängigkeit von  $F$ ,  $a$  und  $t$  ein. Kennzeichnen Sie außerdem die Stelle, an der die maximale Schubspannung auftritt. **(3,0 Punkte)**



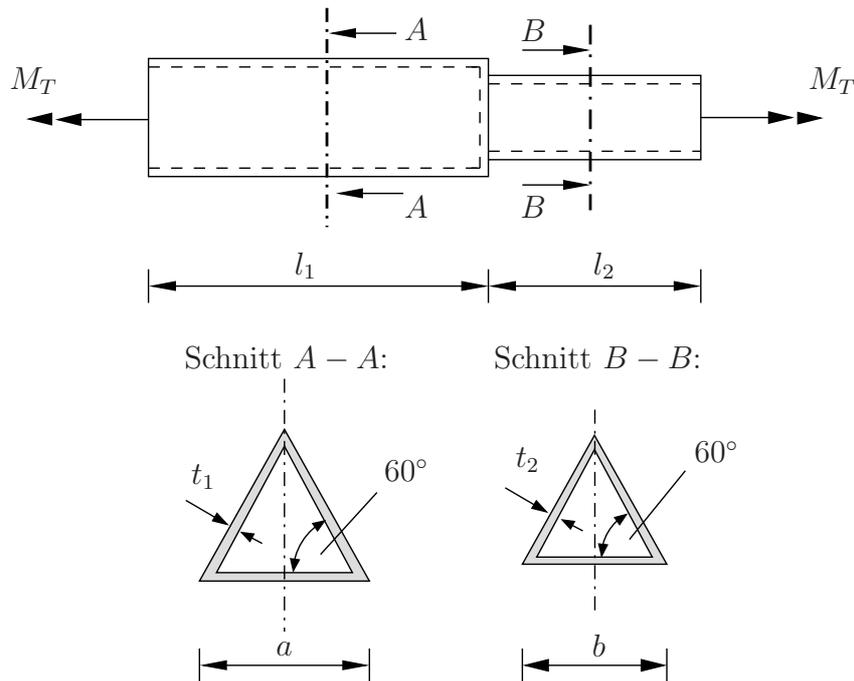
Bestimmen Sie den Wert der maximalen Schubspannung  $\tau_{\max}(F, a, t)$  im Querschnitt.

**(1,0 Punkte)**

**Aufgabe 1** (Seite 3 von 3)

b)

Eine aus zwei dünnwandigen Dreieckswellen zusammengesetzte Welle wird an den Enden durch die entgegengesetzt wirkenden Momente  $M_T = 1,2 \times 10^5$  Ncm belastet.



Bestimmen Sie den Wert der Schubspannungen in den Schnitten A–A und B–B. Nutzen Sie dabei folgende Werte und runden Sie auf zwei Nachkommastellen. **(2,0 Punkte)**

$l_1 = 80$  cm,  $l_2 = 50$  cm,  $t_1 = 0,1$  cm,  $t_2 = 0,2$  cm,  
 $a = 8$  cm,  $b = 7$  cm,  $G = 8 \times 10^6$  N/cm<sup>2</sup>

Berechnen Sie die Verdrehwinkel der beiden Wellenenden relativ zur Übergangsstelle zwischen den Wellen. **(2,0 Punkte)**



**Aufgabe 2** (Seite 2 von 3)

c)

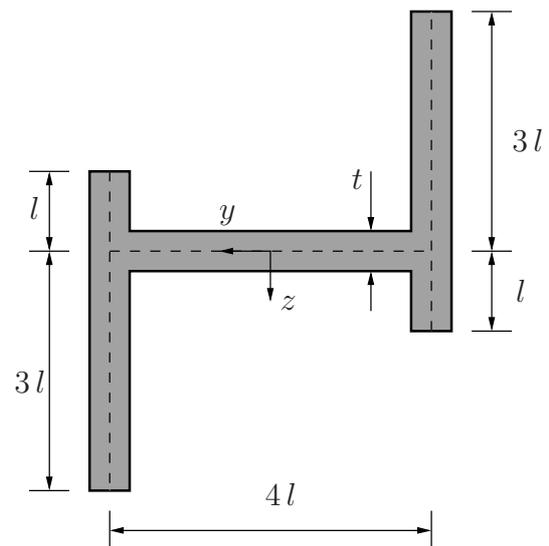
Für das dargestellte dünnwandige Profil einheitlicher Wandstärke  $t \ll l$  wurden die Flächenträgheitsmomente bezüglich des eingezeichneten Schwerpunktskoordinatensystems zu

$$I_y = \frac{56}{3} l^3 t$$

$$I_z = \frac{112}{3} l^3 t$$

$$I_{yz} = -16 l^3 t$$

bestimmt.



Bestimmen Sie die Hauptträgheitsmomente  $I_1$  und  $I_2$  (mit  $I_1 > I_2$ ) sowie den zugehörigen Winkel  $\varphi_1$  bzw.  $\varphi_2$ , den die  $y$ -Achse mit der jeweiligen Haupttrichtung einschließt. Geben Sie die Ergebnisse als Dezimalzahl mit zwei Nachkommastellen an. **(2,5 Punkte)**

$I_1 =$	$I_2 =$
$\varphi_1 =$	$\varphi_2 =$

Zeichnen Sie die Hauptachsen maßstäblich in den **oben** dargestellten Profilquerschnitt ein und markieren Sie den Winkel  $\varphi_2$ . **(0,5 Punkte)**

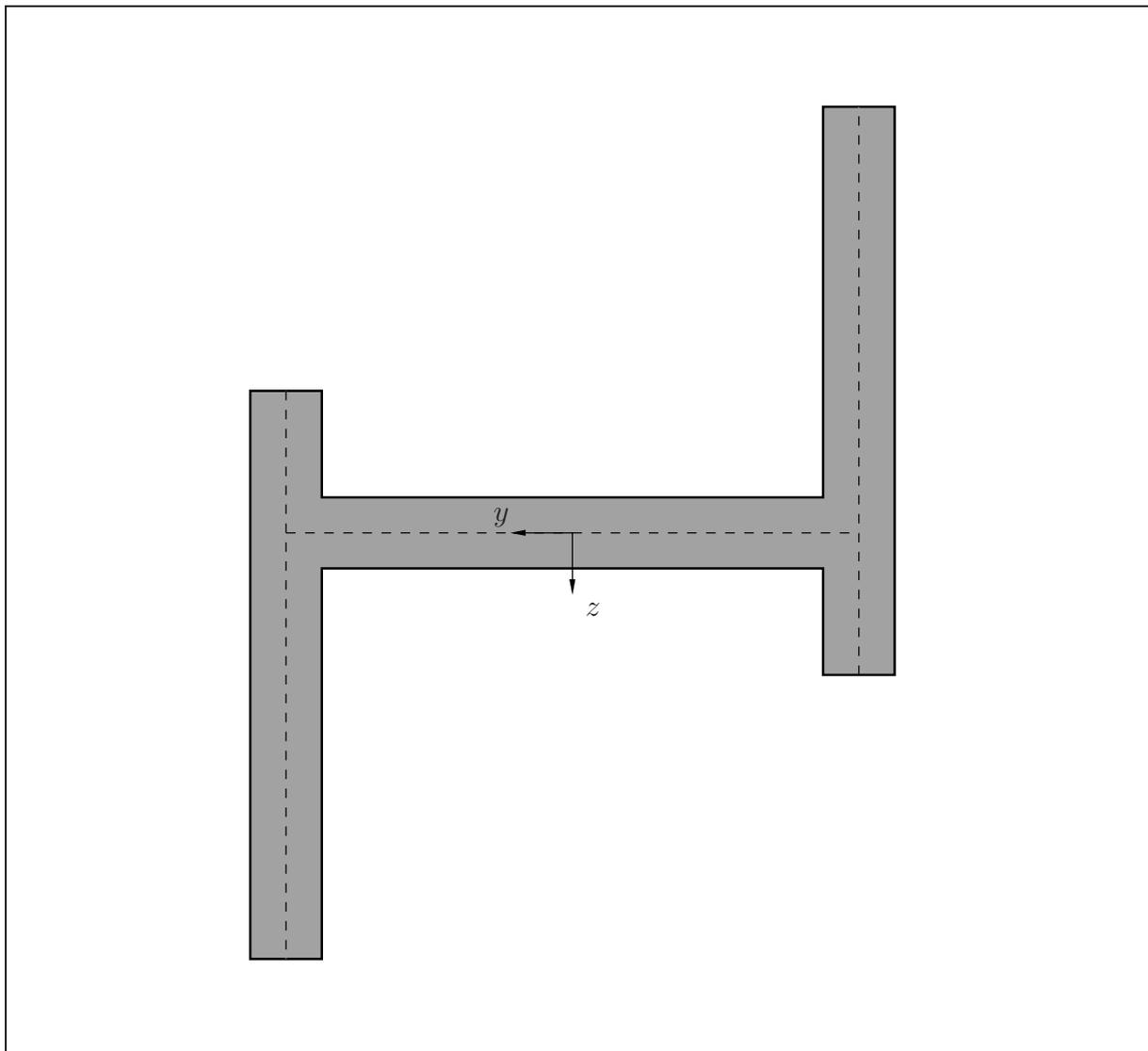
d)

Der in Aufgabe (c) gegebene Querschnitt sei nun durch die Biegemomente  $M_y$  und  $M_z$  um die entsprechende Koordinatenachse belastet. Ferner gelte  $M_z/M_y = -6/7$  mit  $M_y > 0$ .

Zeichnen Sie die neutrale Faser maßstäblich in den **auf der nächsten Seite** abgebildeten Querschnitt ein und kennzeichnen Sie diese mit 'NF'. **(1,0 Punkte)**

Skizzieren Sie zudem qualitativ den Verlauf der Normalspannung für das gesamte Profil. Machen Sie kenntlich ob der entsprechende Abschnitt des Querschnitts auf Zug (+) oder Druck (-) belastet ist. **(1,5 Punkte)**

**Aufgabe 2** (Seite 3 von 3)

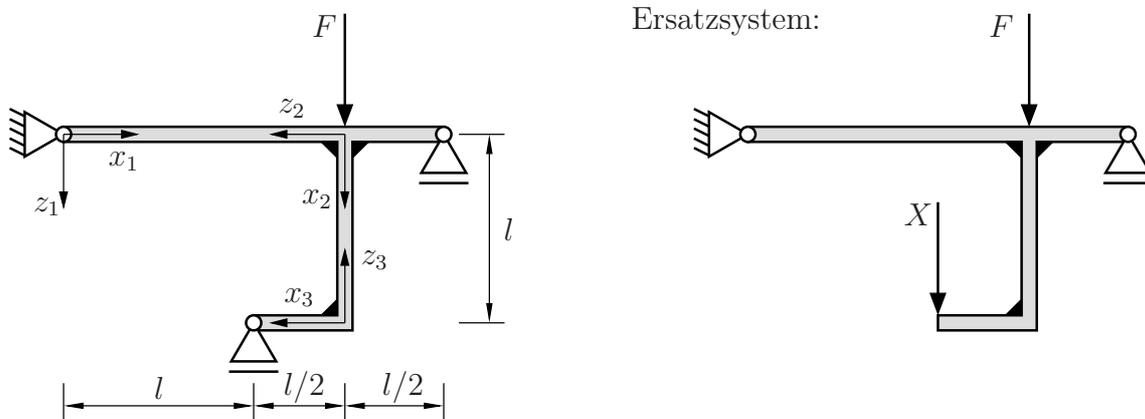


An welchem Punkt  $P$  des Querschnitts liegt die maximale Zugspannung vor?  
(0,5 Punkte)

$y_P =$	$z_P =$
---------	---------

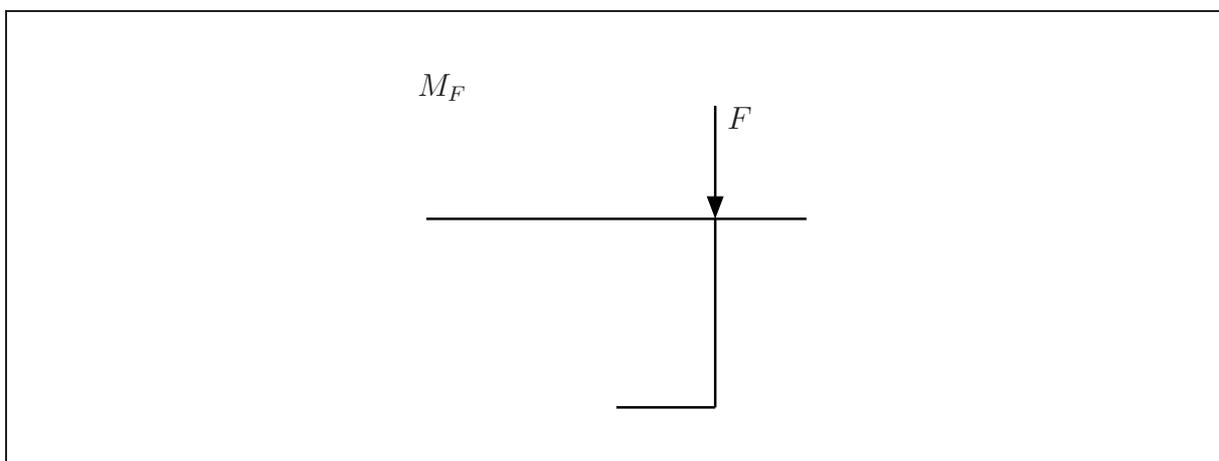
**Aufgabe 3** (Seite 1 von 4)

Der auf der linken Seite dargestellte Rahmen (Biegesteifigkeit  $EI$ ) besteht aus einem Teilstück der Länge  $2l$ , einem Teilstück der Länge  $l$  sowie einem Teilstück der Länge  $l/2$ . Die Verbindungsstellen sind als biegestarr anzunehmen. An der eingezeichneten Position des oberen Teilstücks greift eine Einzellast  $F$  an. Im rechten Bild ist ein statisch bestimmtes Ersatzsystem mit der statisch überzähligen Kraft  $X$  dargestellt. Anteile aus Normal- und Schubverformung sind hier generell zu vernachlässigen.



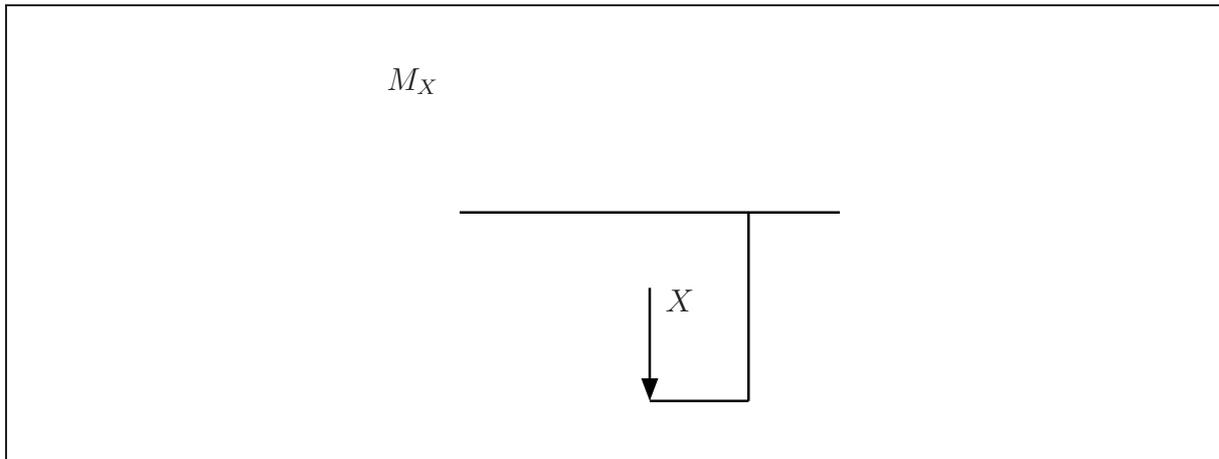
a)

Zeichnen Sie den Biegemomentenverlauf des statisch bestimmten Ersatzsystems in Abhängigkeit von  $F$  und für  $X = 0$  unter Angabe charakteristischer Werte in die nachfolgende Skizze ein. **(1,5 Punkte)**



**Aufgabe 3** (Seite 2 von 4)

Zeichnen Sie den Biegemomentenverlauf des statisch bestimmten Ersatzsystems in Abhängigkeit von  $X$  und für  $F = 0$  unter Angabe charakteristischer Werte in die nachfolgende Skizze ein. **(2,5 Punkte)**



Geben Sie die im System gespeicherte Gesamtenergie  $\Pi$  als Summe einzelner (nicht zu vernachlässigender) Integrale an. Geben Sie dabei die konkreten Integrationsgrenzen an und verwenden Sie die allgemeinen Ausdrücke  $M_F(x_i)$  sowie  $M_X(x_i)$  für die Schnittgrößenfunktionen. Die tatsächlichen Funktionen der Schnittgrößen sollen hier **nicht** eingesetzt werden. **(2,0 Punkte)**

$$\Pi =$$

**Aufgabe 3** (Seite 3 von 4)

b)

Für das rechts dargestellte statisch unbestimmte und durch eine Einzelkraft  $F$  belastete System wurde die Auflagerreaktion in Punkt B als statisch überzählige Kraft  $X$  gewählt. Die Funktionen der Biegemomentenverläufe sind wie folgt vorgegeben:

- in Abhängigkeit von  $F$  für  $X = 0$ :

$$M_y^F(x_1) = F [2l - x_1]$$

$$M_y^F(x_2) = 0$$

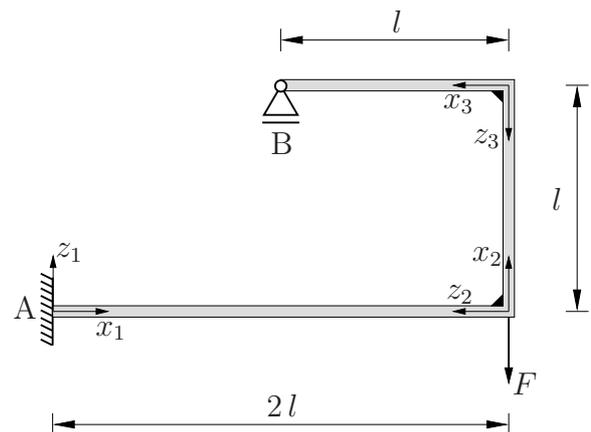
$$M_y^F(x_3) = 0$$

- in Abhängigkeit von  $X$  für  $F = 0$ :

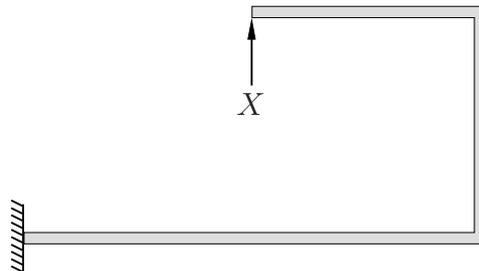
$$M_y^X(x_1) = X [x_1 - l]$$

$$M_y^X(x_2) = X l$$

$$M_y^X(x_3) = X [l - x_3]$$



Ersatzsystem



Berechnen Sie die statisch überzählige Kraft  $X$ . Tragen Sie dazu die wichtigsten Zwischenschritte sowie das endgültige Ergebnis in das Kästchen auf der nachfolgenden Seite ein. Es ist darauf zu achten, dass der Lösungsweg schlüssig und vollständig dargestellt wird. (4,0 Punkte)

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 3** (Seite 4 von 4)

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page below the header. It is intended for the student to write their solution to the task.