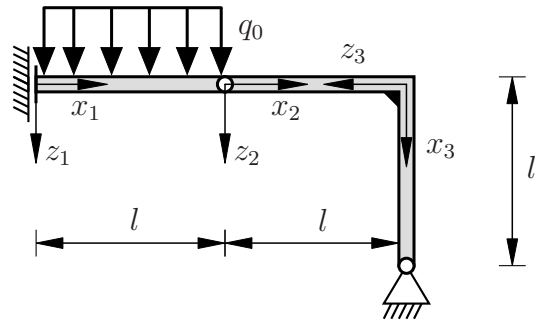


**Aufgabe 1** (Seite 1 von 3)

Das nebenstehende Tragwerk besteht aus dehnstarrten Balken (Biegesteifigkeit  $EI$ ) und ist wie dargestellt gelagert und belastet. Die Ecke sei biegestarr. Aufgrund der Belastung und Geometrie wird das System in drei Bereiche mit ihren jeweiligen Koordinatensystemen unterteilt.

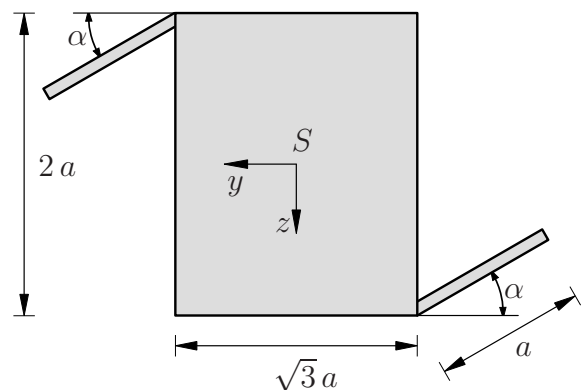


a)

Geben Sie alle **kinematischen** Rand- und Übergangsbedingungen an, die zur Bestimmung der Biegelinien  $w_i(x_i)$  erforderlich sind. Kennzeichnen Sie eindeutig die zugehörigen Bereiche und Koordinaten mit den Indizes 1, 2 bzw. 3. **(3,0 Punkte)**

b)

Das nebenstehende Profil besteht aus einem Rechteck sowie zwei als dünn anzunehmenden Rippen (Länge  $a$ , Dicke  $t \ll a$ ), die im Winkel  $\alpha$  angeschweißt sind. Der Ursprung des angegebenen Koordinatensystems liegt im Schwerpunkt  $S$  des Profils.



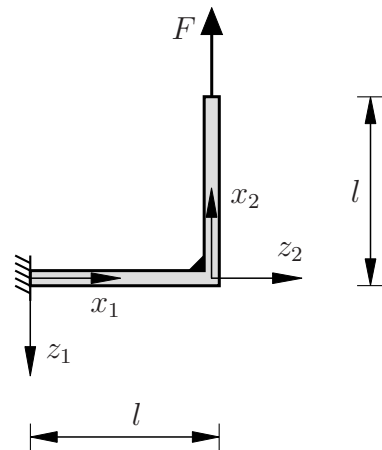
Berechnen Sie das Flächenträgheitsmoment  $I_y$  des Profils, bezogen auf den Schwerpunkt. **(2,0 Punkte)**

$$I_y =$$

**Aufgabe 1** (Seite 2 von 3)

c)

Der nebenstehend abgebildete, abgewinkelte dehnstarre Balken (Biegesteifigkeit  $EI$ ) mit biegestarrer Ecke ist wie dargestellt gelagert und mit einer Einzellast  $F$  belastet.

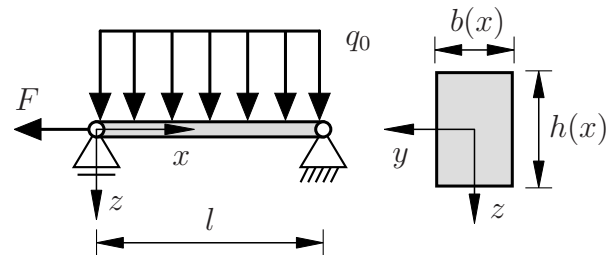


Berechnen Sie die eindeutige Funktion der Biegelinie des Balkens. Achten Sie auf eine eindeutige Kennzeichnung der Bereiche und Koordinaten. **(2,5 Punkte)**

**Aufgabe 1** (Seite 3 von 3)

d)

Der nebenstehend abgebildete Balken (Länge  $l$ ) ist mit einer konstanten Streckenlast  $q_0$  sowie einer Einzelkraft  $F = q_0 l$  belastet und weist einen rechteckigen Querschnitt mit **konstanter** Querschnittsfläche  $A$ , aber veränderlicher Höhe  $h(x)$  und veränderlicher Breite  $b(x)$  auf. Die Festigkeit des Materials wird durch die zulässige Spannung  $\sigma_{zul}$  charakterisiert. Die  $x$ -Achse des Koordinatensystems verläuft an jeder Stelle  $x$  durch den Schwerpunkt der Querschnittsfläche.



Der Normalkraftverlauf  $N(x)$  und der Momentenverlauf  $M_y(x)$  sind gegeben durch:

$$N(x) = q_0 l \quad M_y(x) = \frac{1}{2} q_0 [l x - x^2]$$

Bestimmen Sie die Funktion der Normalspannung  $\sigma_{xx}(x, z)$  unter der Annahme, dass  $h(x)$  und  $b(x)$  gegeben sind. **(1,0 Punkte)**

$$\sigma_{xx}(x, z) =$$

Bestimmen Sie zunächst die maximale Spannung  $\sigma_{\max}(x) = \max(|\sigma_{xx}(x, z)|)$  an jeder Stelle  $x$ . Dimensionieren Sie anschließend  $h(x)$  und  $b(x)$  so, dass an jeder Stelle  $x$  gilt:  $\sigma_{\max}(x) = \sigma_{zul}$ . Beachten Sie dabei die konstante Querschnittsfläche  $A$ . **(1,5 Punkte)**

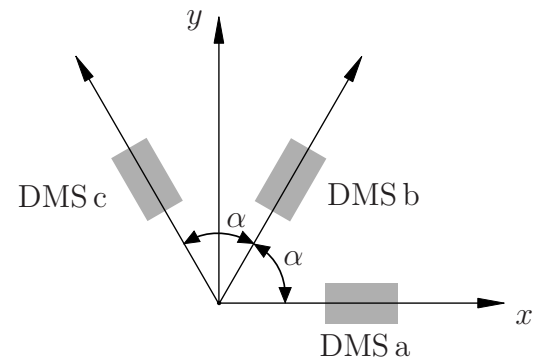
$$\sigma_{\max}(x) =$$

$$h(x) =$$

$$b(x) =$$

**Aufgabe 2** (Seite 1 von 3)

Zur Ermittlung des Dehnungszustands eines Blechs wurden drei Dehnungs-Messstreifen (DMS) verwendet und wie rechts dargestellt auf die Blechprobe aufgebracht. Die Dehnungen der entsprechenden DMS wurden zu  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_b$  und  $\varepsilon_c$  bestimmt. Für das Blech kann von einem ebenen Spannungszustand ausgegangen werden. Das Materialverhalten sei linear elastisch und isotrop. Es sind einige Daten verloren gegangen, sodass diese nun aus den noch vorhandenen Daten reproduziert werden sollen.



a)

Bei der verwendeten DMS-Rosette ist der Winkel  $\alpha = \pi/3$  angegeben. Neben den Dehnungen  $\varepsilon_a$  und  $\varepsilon_b$  in den beiden rechten DMS sind zudem die Schubspannung  $\tau_{xy}$  und der Schubmodul  $G$  gegeben. Berechnen Sie hiermit die Dehnungen  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  und  $\varepsilon_c$  in symbolischer Form. **(3,0 Punkte)**

$$\varepsilon_{xx} =$$

$$\varepsilon_{yy} =$$

$$\varepsilon_c =$$

**Aufgabe 2** (Seite 2 von 3)

b)

Bei einer DMS-Messung an einem Blech ist für die  $\varepsilon_{xx}$ -Komponente der Dehnung der Wert  $-0.00086$  und für die  $\varepsilon_{yy}$ -Komponente der Dehnung der Wert  $0.00187$  bestimmt worden. Darüber hinaus wurde für die Spannungs-Komponente  $\sigma_{yy}$  der Wert  $125 \text{ MPa}$  berechnet. Die Querkontraktionszahl des Materials liegt bei  $\nu = 0,34$ . Berechnen Sie unter der Annahme eines **ebenen Spannungszustands** die Dehnungs-Komponente  $\varepsilon_{zz}$ , die Spannungs-Komponente  $\sigma_{xx}$  sowie den Elastizitätsmodul  $E$ . **(4,0 Punkte)**

**Hinweis:** Die Ergebnisse sind hier in numerischer Form (ggf. mit mindestens drei relevanten Nachkommastellen ungleich Null) mit entsprechenden Einheiten anzugeben!

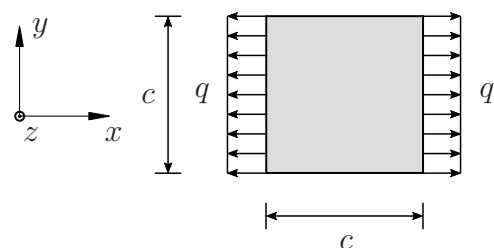
$E =$   $\sigma_{xx} =$

$\varepsilon_{zz} =$

c)

Die quadratische Zugprobe mit der Kantenlänge  $c$  und Dicke  $t$  wird wie dargestellt mit der konstanten Zugspannung  $q$  belastet. Die Zugprobe kann sich in  $z$ -Richtung ungehindert verformen. Nehmen Sie an, dass sich das Material der Zugprobe isotrop und linear-elastisch verhält (E-Modul  $E$ , Querkontraktionszahl  $\nu$ , Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha_T$ ).



Bestimmen Sie die notwendige Temperaturänderung der Zugprobe, sodass sich die Länge der Zugprobe in  $x$ -Richtung infolge der Belastung nicht ändert. **(1,0 Punkte)**

$\Delta T =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 2** (Seite 3 von 3)

d)

Für einen gegebenen Deformationszustand ergibt sich die Koeffizientenmatrix des Spannungstensors zu

$$[\boldsymbol{\sigma}]_{ij} = \begin{bmatrix} a [\lambda + 2\mu] & b\mu \\ b\mu & a\lambda \end{bmatrix}$$

wobei  $\lambda$  und  $\mu$  die sogenannten Lamé-Parameter sind.

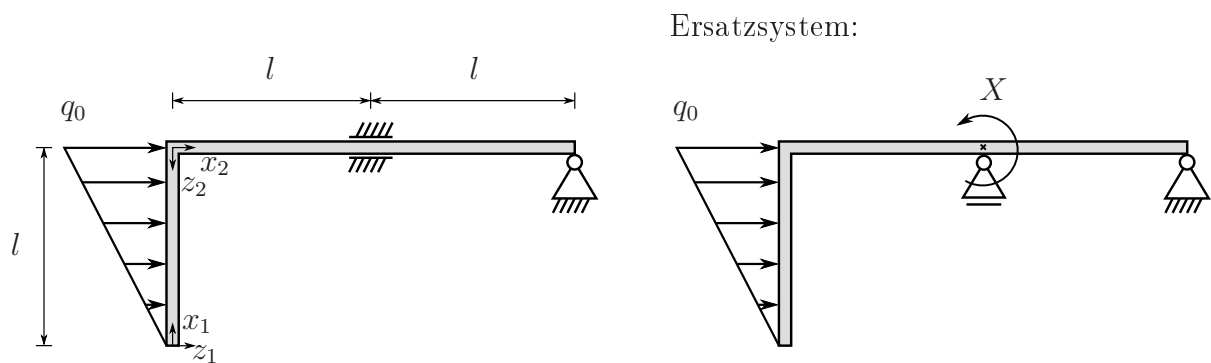
Berechnen Sie die maximale Schubspannung  $\tau_{\max}$  und erläutern Sie anschließend in eigenen Worten, welcher der beiden Lamé-Parameter für eine Materialauswahl mittels der Versagenshypothese nach Tresca für den gegebenen Lastfall maßgeblich ist. **(2,0 Punkte)**

$\tau_{\max} =$

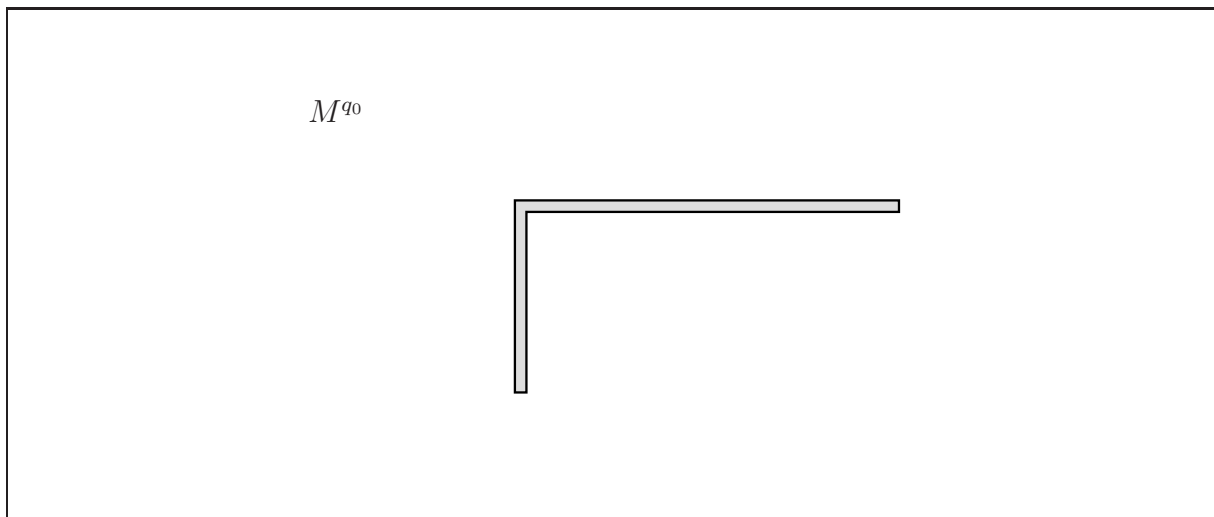
**Aufgabe 3** (Seite 1 von 5)

a)

Der auf der linken Seite dargestellte Rahmen (Biegesteifigkeit  $EI$ ) ist wie dargestellt gelagert und belastet. Im rechten Bild ist ein statisch bestimmtes Ersatzsystem mit dem statisch überzähligen Auflagermoment  $X$  vorgegeben. Anteile aus Normal- und Schubverformung sind in diesem Aufgabenteil zu vernachlässigen.

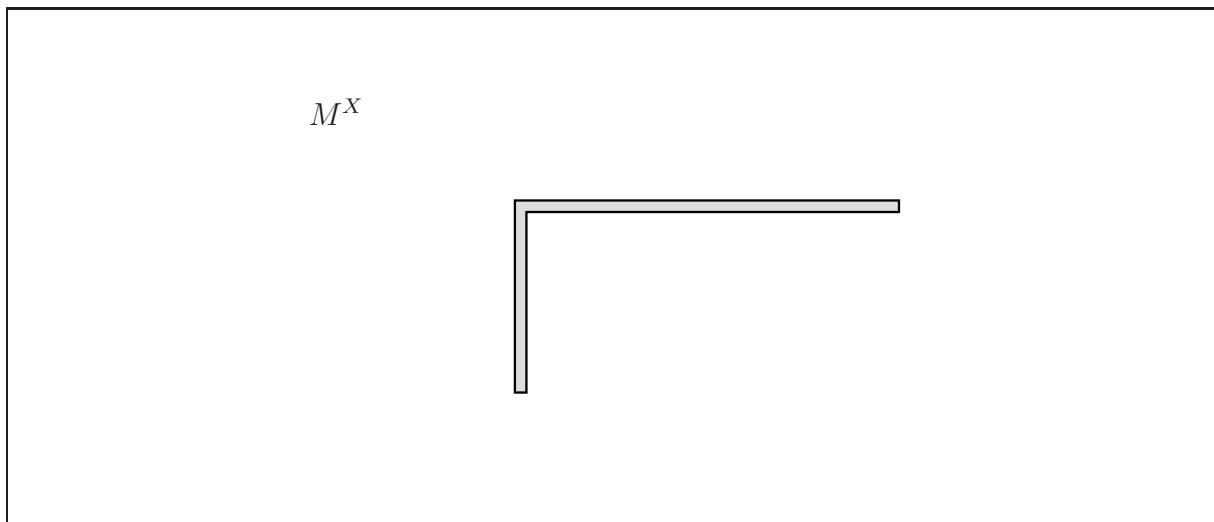


Zeichnen Sie den Biegemomentenverlauf  $M^{q_0}$  des statisch bestimmten Ersatzsystems bezüglich der vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme für  $X = 0$  unter Angabe charakteristischer Werte in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie darüber hinaus die jeweiligen Polynomgrade  $p$  der Funktionen an. **(2,0 Punkte)**



**Aufgabe 3** (Seite 2 von 5)

Zeichnen Sie den Biegemomentenverlauf  $M^X$  des statisch bestimmten Ersatzsystems bezüglich der vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme in Abhängigkeit von  $X$  und für  $q_0 = 0$  unter Angabe charakteristischer Werte in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie darüber hinaus die jeweiligen Polynomgrade  $p$  der Funktionen an. **(1,0 Punkte)**



Geben Sie die im System gespeicherte Gesamtenergie  $\Pi$  als Summe einzelner (nicht zu vernachlässigender) Integrale an. Geben Sie dabei die konkreten Integrationsgrenzen an und verwenden Sie die allgemeinen Ausdrücke  $M^{q_0}$  sowie  $M^X$  für die Schnittgrößenfunktionen. Die tatsächlichen Funktionen der Schnittgrößen sollen hier **nicht** eingesetzt werden.

**(1,5 Punkte)** $\Pi =$

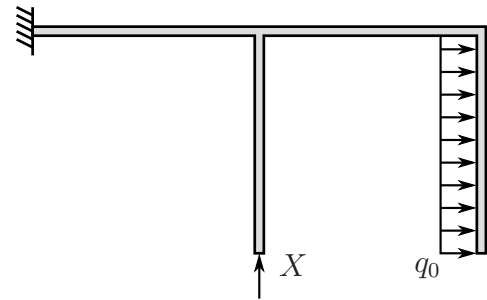
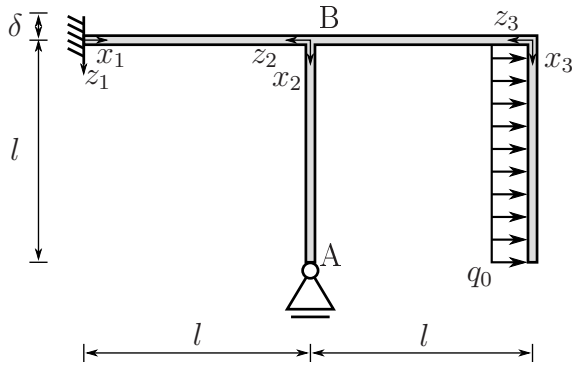


**Aufgabe 3** (Seite 3 von 5)

b)

Der unten abgebildete Rahmen (Dehnsteifigkeit  $EA$ , Biegesteifigkeit  $EI$ ) ist wie dargestellt gelagert und belastet. Die Abmessungen sind der Zeichnung zu entnehmen. Im rechten Bild ist ein statisch bestimmtes Ersatzsystem mit der statisch überzähligen Auflagerkraft  $X$  vorgegeben. Beiträge aus Schubverformung sind in diesem Aufgabenteil zu vernachlässigen.

Ersatzsystem:



Die Funktionen der Biegemomente und der Normalkräfte sind wie folgt für das Ersatzsystem vorgegeben:

in Abhängigkeit von  $q_0$  für  $X = 0$ :

$$M^{q_0}(x_1) = \frac{1}{2} q_0 l^2$$

$$M^{q_0}(x_2) = 0$$

$$M^{q_0}(x_3) = \frac{1}{2} q_0 [l - x_3]^2$$

$$N^{q_0}(x_1) = q_0 l$$

$$N^{q_0}(x_2) = 0$$

$$N^{q_0}(x_3) = 0$$

in Abhängigkeit von  $X$  für  $q_0 = 0$ :

$$M^X(x_1) = [l - x_1] X \quad \text{für } 0 \leq x_1 \leq l$$

$$M^X(x_1) = 0 \quad \text{für } l < x_1 \leq 2l$$

$$M^X(x_2) = 0$$

$$M^X(x_3) = 0$$

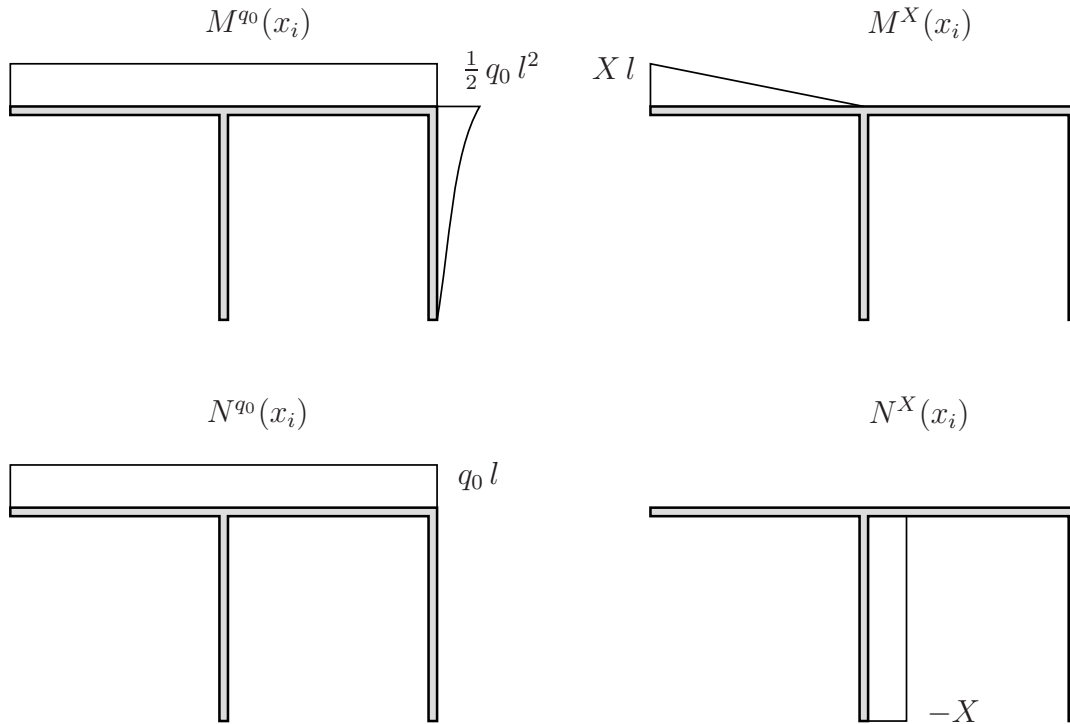
$$N^X(x_1) = 0$$

$$N^X(x_2) = -X$$

$$N^X(x_3) = 0$$

Auf der folgenden Seite finden Sie die skizzierten Verläufe inklusive der jeweiligen Funktionswerte an den Bereichsgrenzen.

**Aufgabe 3** (Seite 4 von 5)



Berechnen Sie die statisch überzählige Kraft  $X$ . Tragen Sie dazu die wichtigsten Zwischenschritte sowie das endgültige Ergebnis in das **Kästchen auf der nachfolgenden Seite** ein. Es ist darauf zu achten, dass der Lösungsweg schlüssig und vollständig dargestellt wird. (4,0 Punkte)

Nehmen Sie im Folgenden an, dass das Lager A versagt, sodass dort keine Kraft mehr aufgenommen werden kann. Bei welchem kritischen Wert der Streckenlast  $\bar{q}_0$  verschiebt sich der Punkt B um  $\delta$  in negative  $z_1$ -Richtung? (1,5 Punkte)

$\bar{q}_0 =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 3** (Seite 5 von 5)

Lösung zu Aufgabenteil b):

