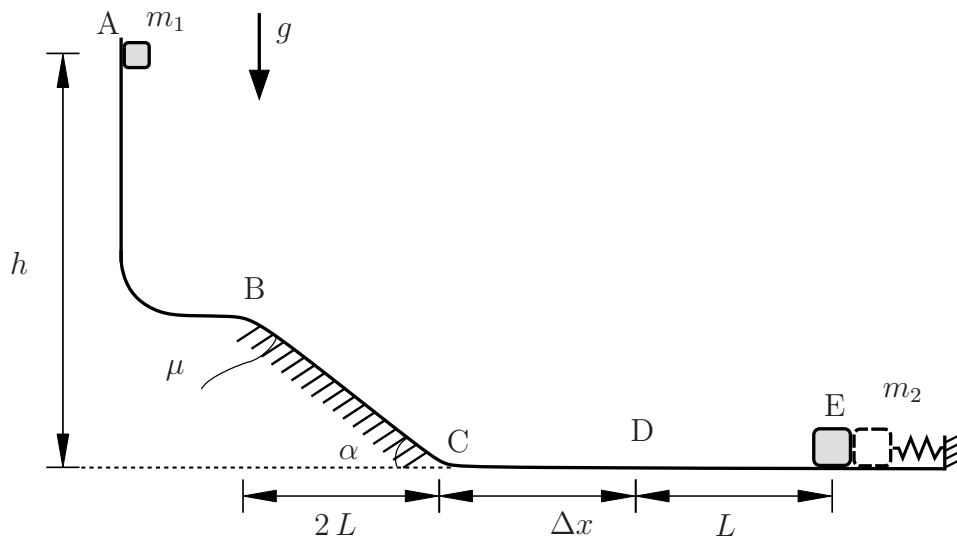


**Aufgabe 1** (Seite 1 von 4)

Eine Punktmasse  $m_1 = m$  wird im Punkt A aus der Ruhelage im Erdschwerefeld  $g$  losgelassen. Die Bahn, zu welcher der Körper stets Kontakt hat, ist auf der schiefen Ebene zwischen den Punkten B und C reibungsbehaftet (Gleitreibungskoeffizient  $\mu$ ). Zu einem späteren Zeitpunkt wird eine zweite Punktmasse  $m_2 = 2m$  durch eine vorgespannte Feder aus der Ruhelage heraus beschleunigt (Federkonstante  $c$ , Vorspannung  $\Delta l$ ). Im Anschluss gleitet die Masse  $m_2$  ohne Reibung.



a)

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit  $v_B$  der Punktmasse  $m_1$  im Punkt B. **(1,0 Punkte)**

$v_B =$

Berechnen Sie die Höhe  $h$ , sodass die Punktmasse  $m_1$  genau am Punkt C zum Stehen kommt. **(1,0 Punkte)**

$h =$

**Aufgabe 1** (Seite 2 von 4)

b)

Die Punktmasse  $m_1$  passiere nun Punkt C mit der Geschwindigkeit  $v_C = \sqrt{g(2h - \frac{1}{4}L)}$ . Gleichzeitig verliert die zweite, beschleunigte Punktmasse  $m_2$  im Punkt E den Kontakt zur Feder.

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit  $v_E$  der Punktmasse  $m_2$  im Punkt E. **(1,0 Punkte)**

 $v_E =$ 

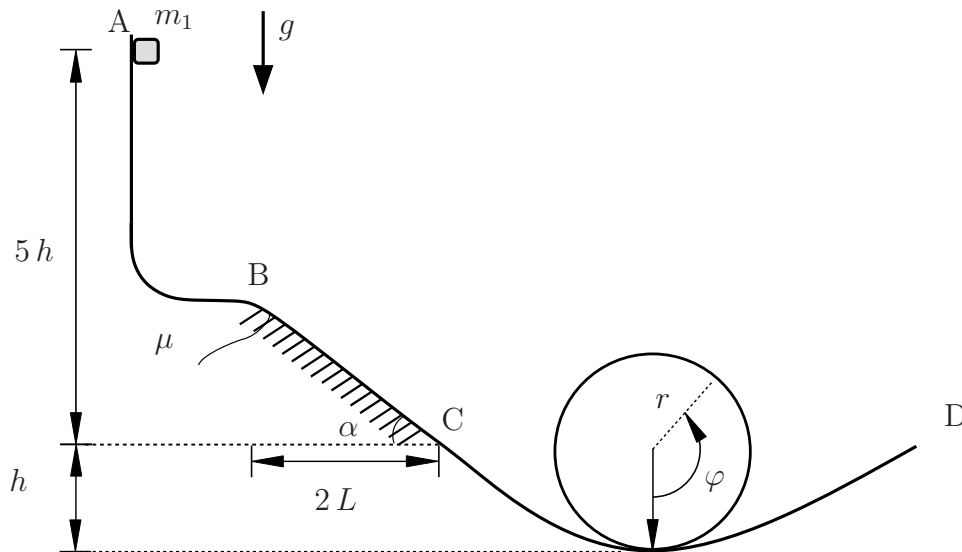
Bestimmen Sie den Abstand  $\Delta x$  so, dass sich beide Punktmassen in Punkt D treffen. **(1,5 Punkte)**

 $\Delta x =$

**Aufgabe 1** (Seite 3 von 4)

c)

In einem anderen Szenario durchläuft die Masse  $m_1$  zwischen den Punkten C und D einen Looping mit dem Radius  $r$ .



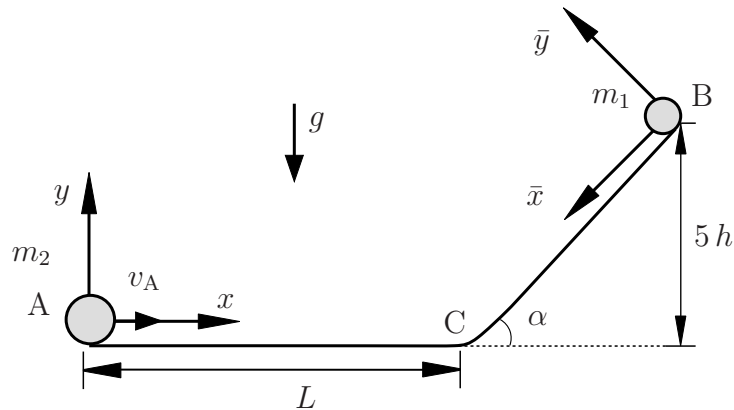
Bestimmen Sie die Geschwindigkeit  $v(\varphi)$  der Masse innerhalb des Loopings. Die Geschwindigkeit  $v_C$  sei bekannt. **(1,5 Punkte)**

$v(\varphi) =$

**Aufgabe 1** (Seite 4 von 4)

d)

Eine Punktmasse  $m_1 = m$  rollt aus der Ruhe vom Punkt B in Folge der Erdschwere eine schiefe Ebene hinab. Nachdem die Masse  $m_1$  den Punkt C erreicht hat, beginnt eine weitere Punktmasse  $m_2 = \frac{3}{2}m$  sich mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_A$  zu bewegen.



Berechnen Sie den Zeitpunkt  $t^*$ , zu dem die Punktmasse  $m_1$  den Punkt C erreicht. **(1,0 Punkte)**

$$t^* =$$

Wie lauten die Komponenten der Ortskoordinaten der Punktmasse  $m_1$  in Abhängigkeit der Zeit für  $0 < t \leq t^*$ ? **(1,0 Punkte)**

$$r_{\bar{x}}(t) =$$

$$r_{\bar{y}}(t) =$$

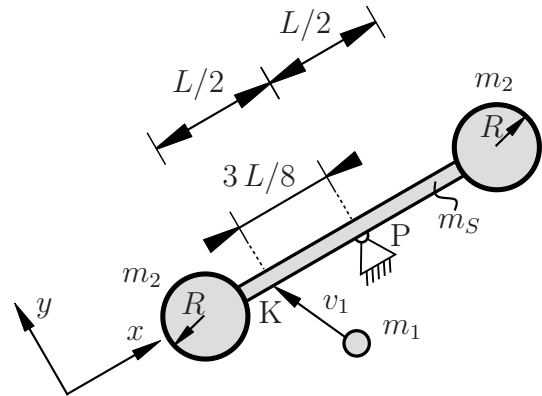
Zu welchem Zeitpunkt  $\tilde{t}$  stoßen beide Punktmassen zusammen? **(2,0 Punkte)**

$$\tilde{t} =$$

**Aufgabe 2** (Seite 1 von 4)

Der rechts abgebildete Rotor besteht aus einem homogenen Stab der Masse  $m_S = 7m$  und der Länge  $L$ , sowie aus zwei am Ende angebrachten Kreisscheiben jeweils mit der Masse  $m_2 = m$  und dem Radius  $R$ . Der Rotor befindet sich vor dem Stoßvorgang in Ruhe.

Im Folgenden stößt eine Punktmasse  $m_1$  mit den Geschwindigkeitskomponenten  $v_{1x}$  und  $v_{1y}$  im Punkt K auf den Stab (s. Skizze). Der Stoß erfolgt glatt und teilelastisch mit der Stoßzahl  $e$ .



a)

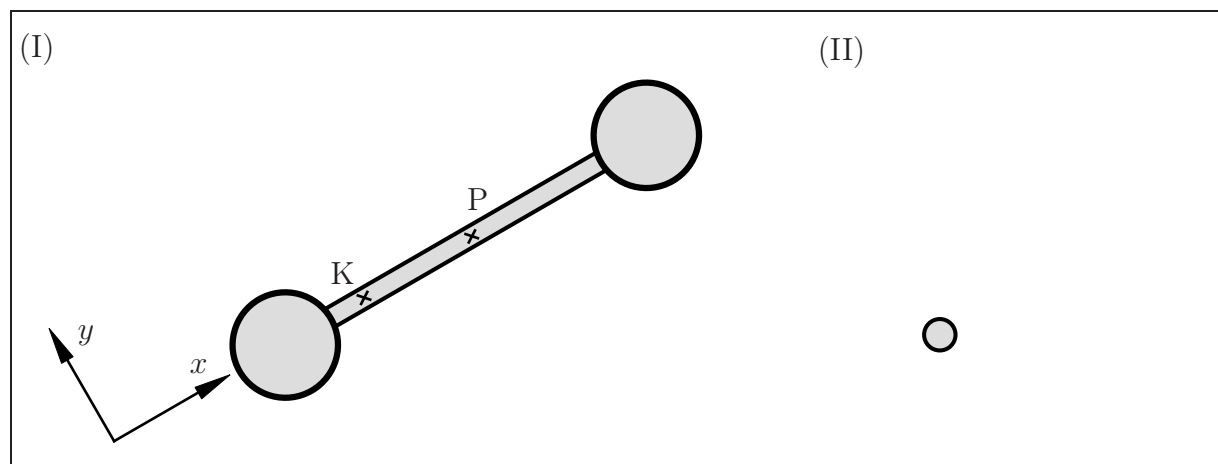
Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment des Rotors bezogen auf den Lagerpunkt P. Fassen Sie die Terme **nicht** weiter zusammen. **(1,5 Punkte)**

$$\Theta_P =$$

Hinweis: Nehmen Sie das Massenträgheitsmoment  $\Theta_P$  für die folgenden Aufgabenteile als gegeben an.

b)

Vervollständigen Sie das Freikörperbild des Rotors und der Punktmasse indem Sie die entsprechenden Kraftstöße einzeichnen. **(1,0 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

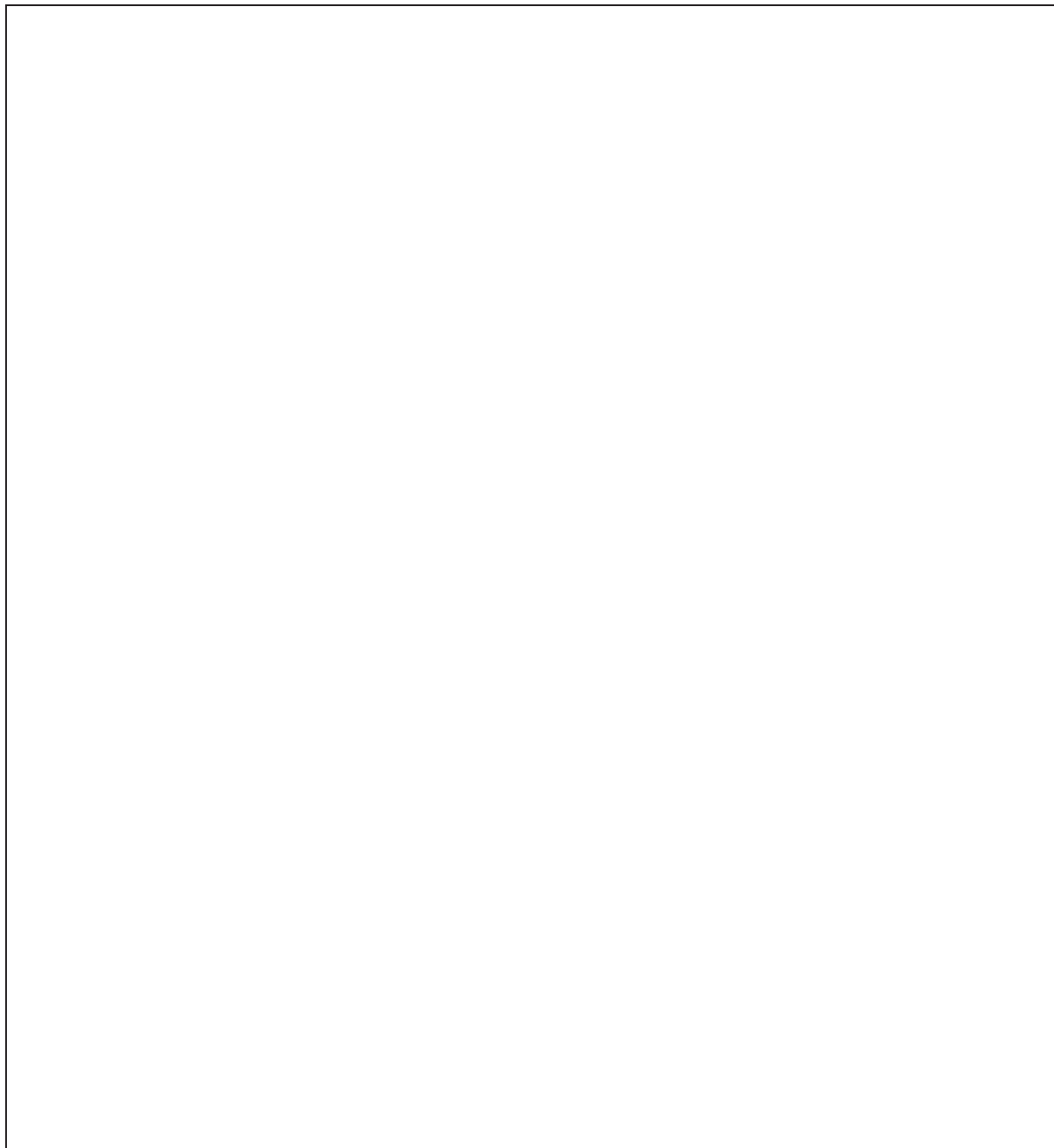
Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 2** (Seite 2 von 4)

Es werden die Geschwindigkeiten  $\bar{v}_{1x}$ ,  $\bar{v}_{1y}$  der Punktmasse sowie die Winkelgeschwindigkeit des Rotors  $\bar{\omega}$  nach dem Stoß gesucht.

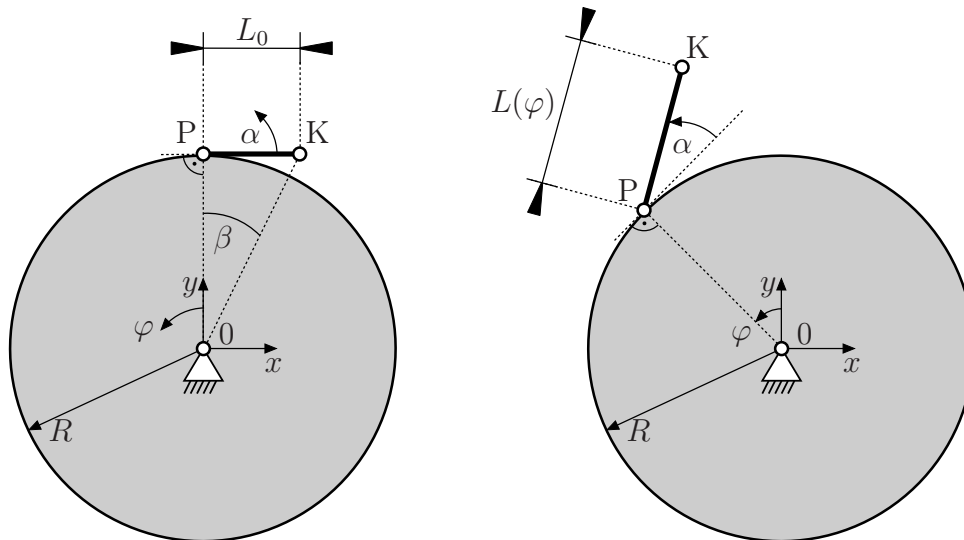
Stellen Sie die Gleichungen auf, welche benötigt werden, um die drei unbekannt GröÙen nach dem Stoß **eindeutig** zu bestimmen. **(2,5 Punkte)**

Hinweis: Die Gleichungen müssen nicht weiter nach den Unbekannten aufgelöst werden.



**Aufgabe 2** (Seite 3 von 4)

Eine Karussellfahrt soll durch das unten abgebildete Ersatzmodell (nicht maßstabsgetreu) untersucht werden. Während der Fahrt dreht sich das Karussell mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$ . Die Passagierkabine (K) ist über eine lineare Verfahrereinheit im Punkt P mit der Drehscheibe des Karussells verbunden. Diese Verfahrereinheit ändert während der Fahrt ihre Länge. Abhängig vom Winkel  $\varphi$  ist die Länge  $L(\varphi) = L_0(1 + 0.25 \sin(\varphi))$ . Zusätzlich können die Passagiere die Kabine über Einstellung eines weiteren Winkels  $\alpha \in [0, \pi/2]$  um den Punkt P rotieren.



c)

Bestimmen Sie den Winkel  $\beta$  zwischen der  $y$ -Achse und der Kabine in Abhängigkeit der Komponenten des Ortsvektors  $\mathbf{r}_{0K}$  der Kabine. Nehmen Sie die Komponenten von  $\mathbf{r}_{0K}$  für diesen Aufgabenteil als gegeben an. **(1,0 Punkte)**

$$\beta(r_{0K,x}, r_{0K,y}) =$$

**Aufgabe 2** (Seite 4 von 4)

d)

Bestimmen Sie nun die Komponenten des Ortsvektors  $\mathbf{r}_{0K}$  der Kabine im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem in Abhängigkeit von  $\varphi(t)$ ,  $\dot{\varphi}(t)$ ,  $\alpha(t)$  und  $\dot{\alpha}(t)$ . **(2,5 Punkte)**

$$r_{0K,x}(\varphi(t), \dot{\varphi}(t), \alpha(t), \dot{\alpha}(t)) =$$

$$r_{0K,y}(\varphi(t), \dot{\varphi}(t), \alpha(t), \dot{\alpha}(t)) =$$

Bestimmen Sie die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors  $\mathbf{v}_K$  der Kabine im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem in Abhängigkeit von  $\varphi(t)$ ,  $\dot{\varphi}(t)$ ,  $\alpha(t)$  und  $\dot{\alpha}(t)$ . **(1,5 Punkte)**

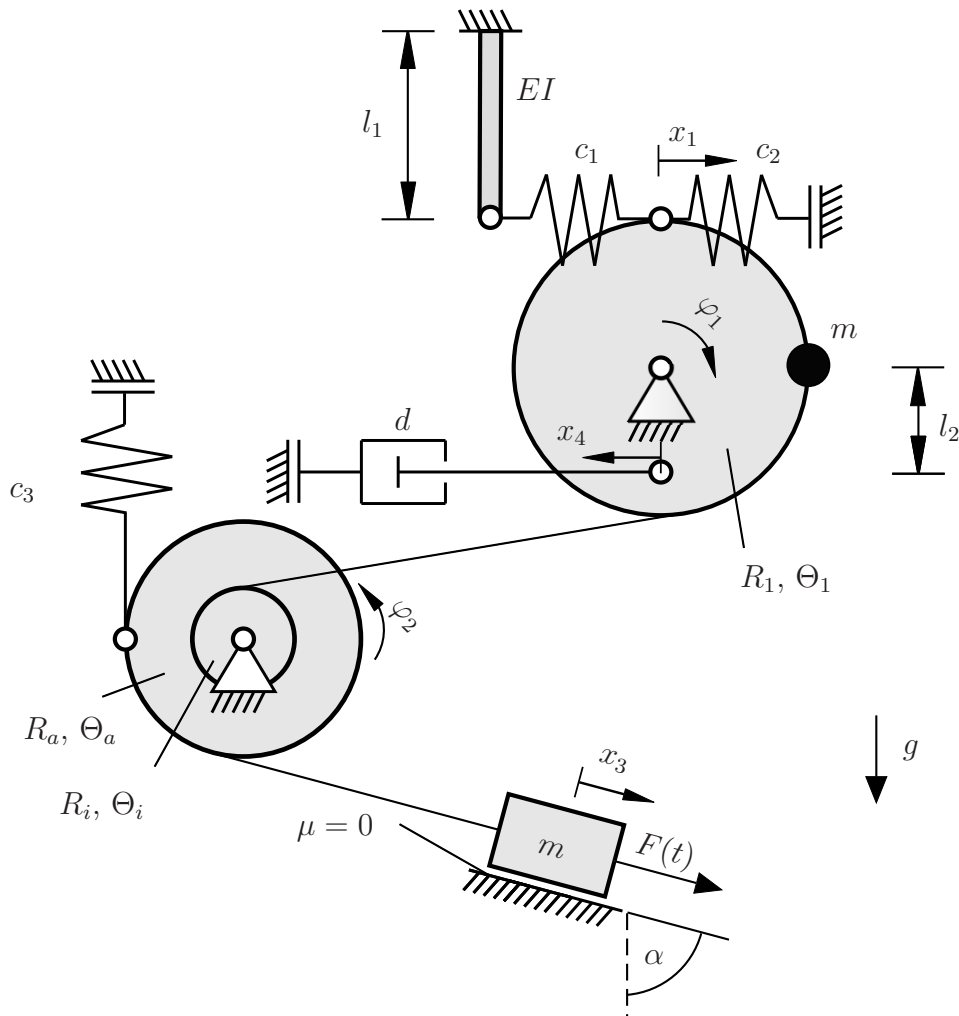
$$v_{K,x}(\varphi(t), \dot{\varphi}(t), \alpha(t), \dot{\alpha}(t)) =$$

$$v_{K,y}(\varphi(t), \dot{\varphi}(t), \alpha(t), \dot{\alpha}(t)) =$$



**Aufgabe 3** (Seite 1 von 3)

Das unten dargestellte System besteht aus einer Rolle und einer Stufenrolle (Radien  $R_1, R_i, R_a$ ; Massenträgheitsmoment bezogen auf den jeweiligen Mittelpunkt der Rollen  $\Theta_1, \Theta_i, \Theta_a$ ). Eine Punktmasse  $m$  wird auf dem Rand der oberen Scheibe geführt. Die Blockmasse  $m$  wird reibungsfrei auf einer schiefen Ebene geführt und durch die zeitabhängige Kraft  $F(t)$  belastet. An der oberen Scheibe ist außerdem ein System bestehend aus zwei Federn (Federsteifigkeiten  $c_1, c_2$ ), einem Biegebalken (Biegesteifigkeit  $EI$ ; Länge  $l_1$ ) und einem Dämpfer (Dämpferkonstante  $d$ ) exzentrisch angebracht. Der Biegebalken ist als masselos zu betrachten. An der Stufenrolle ist eine Feder (Federsteifigkeit  $c_3$ ) am äußeren Radius befestigt. Alle Seile sind dehnstarr und stets gespannt. Im dargestellten Zustand ( $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 0$ ) sind alle Federn ungespannt und das System wird erst zum Zeitpunkt  $t = 0$  aus dieser Lage losgelassen.



**Aufgabe 3** (Seite 2 von 3)

a)

Bestimmen Sie die Ersatzfedersteifigkeit für den Mechanismus an der oberen Rolle  $R_1$ , bestehend aus den Federn  $c_1$ ,  $c_2$  und dem Biegebalken. **(1,0 Punkte)**

$$\bar{c} =$$

Geben Sie die kinematische Bindung  $x_3(\varphi_1)$  an.

**(1,0 Punkte)**

$$x_3(\varphi_1) =$$

b)

Bestimmen Sie die kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$ , die potentielle Energie  $E_{\text{pot}}$ , sowie die virtuelle Arbeit  $\delta W$  der nichtkonservativen Lasten. Geben Sie die Anteile bzgl. der Koordinaten  $x_1$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  und ihrer Geschwindigkeiten oder Variationen an. Fassen Sie die Ergebnisse **nicht** zusammen und setzen Sie das Ergebnis aus dem vorherigen Aufgabenteil für  $\bar{c}$  nicht ein. **(3,0 Punkte)**

$$E_{\text{kin}} =$$

$$E_{\text{pot}} =$$

$$\delta W =$$

Geben Sie die nichtkonservativen Kräfte des Dämpfers und der Kraft  $F(t)$  bezüglich der Koordinate  $\varphi_1$  an. Sie können die kinematische Bindung  $x_3 = B \varphi_1$  nutzen. **(1,0 Punkte)**

$$Q_D =$$

$$Q_F =$$

**Aufgabe 3** (Seite 3 von 3)

c)

Für ein weiteres, nicht näher spezifiziertes System, seien die kinetische und die potentielle Energie, sowie die nichtkonservativen Kräfte gegeben mit:

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} m r^2 \dot{\varphi}^2$$

$$E_{\text{pot}} = \frac{3}{4} c r^2 \varphi^2$$

$$Q_D = -6 d r^2 \dot{\varphi}$$

$$Q_F = F_0 r \sin(\Omega t)$$

Bestimmen Sie für das gegebene System die Bewegungsdifferentialgleichung. **(2,0 Punkte)**

Bestimmen Sie den Abklingkoeffizienten  $\delta$  und die Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$ . **(0,5 Punkte)**

$$\delta = \qquad \qquad \qquad \omega_0 =$$

Gehen Sie im Folgenden von dem ungedämpften System aus (Dämpferkonstante  $d = 0$ ). Bestimmen Sie die partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung  $\varphi_{\text{part}}(t)$ . Geben Sie zusätzlich die Masse  $m^*$  an, für die der Resonanzfall auftritt, in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz  $\Omega$ . **(1,5 Punkte)**

$$\varphi_{\text{part}}(t) =$$

$$m^*(\Omega) =$$