TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

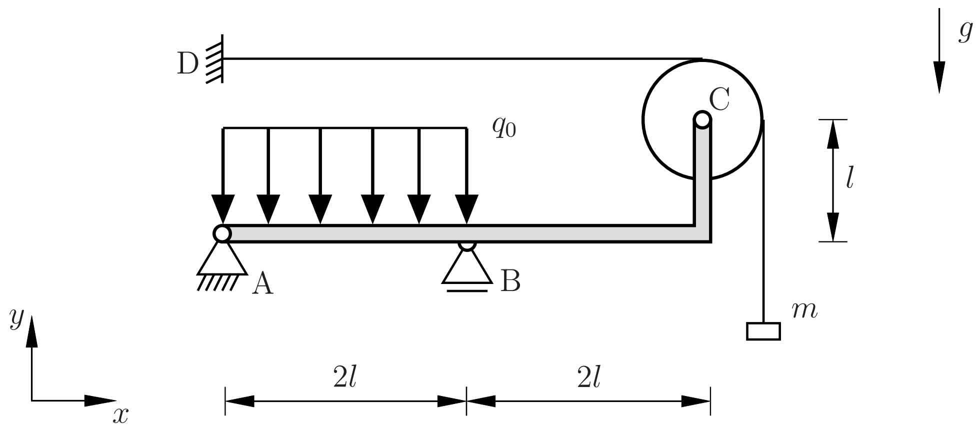
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 4 (Seite 1 von 3)

a)

Das nachfolgende System besteht aus einem abgewinkelten masselosen Balken sowie einer frei drehbar gelagerten Rolle, welche wie dargestellt gelagert, miteinander verbunden und belastet sind. Das Seil ist schlupffrei über die Rolle geführt und trägt eine Masse der Größe m.



Berechnen Sie die Lagerreaktionen in den Punkten A und B bezüglich der durch das Koordinatensystem positiv vorgegebenen Richtungen sowie die Seilkraft unter der Konvention, dass Zugkräfte positiv sind. **(2,0 Punkte)**

$$A_x = m\,g\,, \qquad A_y = q_0\,l - \frac{1}{2}\,m\,g$$

$$S = m\,g\,, \qquad A_y = q_0\,l + \frac{3}{2}\,m\,g$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

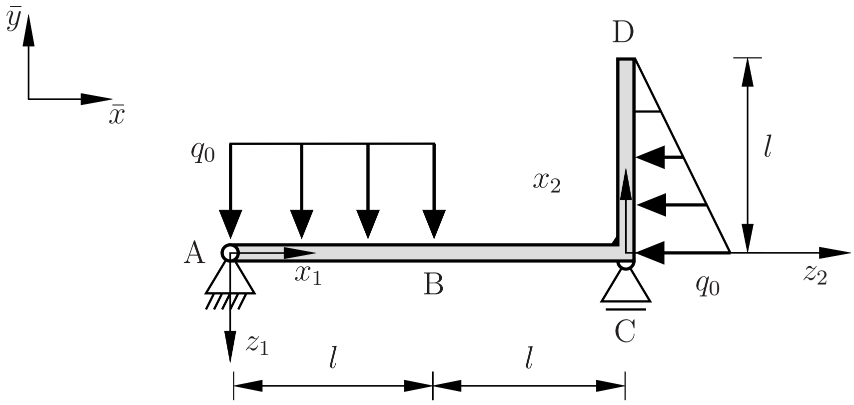
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 4 (Seite 2 von 3)

b)

Das nachfolgende System besteht aus einem abgewinkelten Balken, welcher wie dargestellt gelagert und belastet ist.



Bezogen auf die durch das globale $\bar{x}, \bar{y}$ - Koordinatensystem positiv definierten Koordinatenrichtungen sind die Auflagerkräfte in den Punkten A und C wie folgt berechnet worden:

$$A_{\bar{x}} = \frac{1}{2}\, q_0\, l \qquad A_{\bar{y}} = \frac{5}{6}\, q_0\, l \qquad C_{\bar{y}} = \frac{1}{6}\, q_0 l$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 4 (Seite 3 von 3)

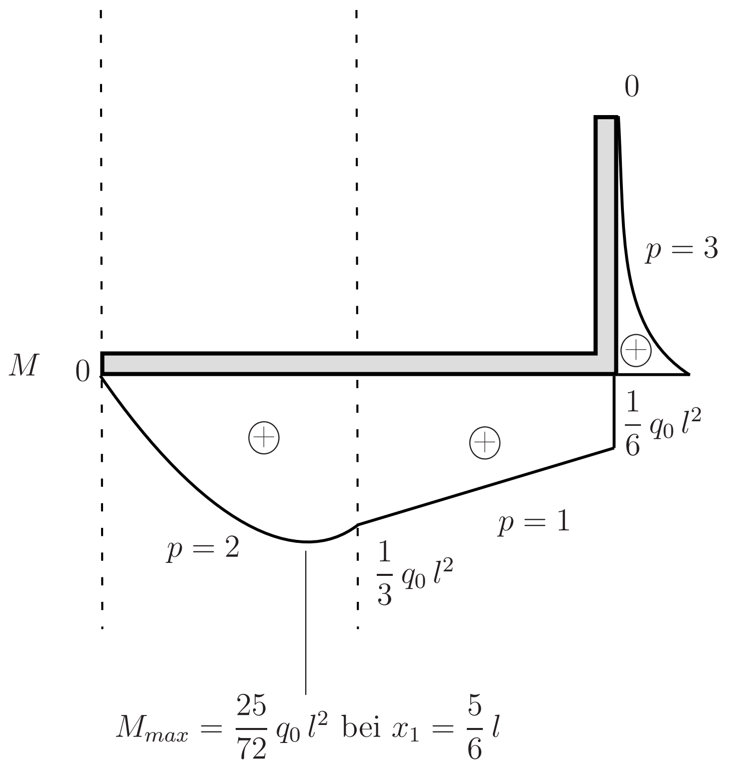
Bestimmen Sie die Funktion der **Querkraft** $Q(x_1)$ im Balken in den Bereichen $0 \leq x_1 < l$ und $l \leq x_1 < 2\,l$, sowie der Querkraft $Q(x_2)$ im Bereich $0 \leq x_2 \leq l$. **(3,0 Punkte)**

$$0 \leq x_1 < l : Q(x_1) = \frac{5}{6}\, q_0\, l - q_0\, x_1$$

$$l \leq x_1 < 2\,l : Q(x_1) = \frac{5}{6}\, q_0\, l - q_0\, l = -\frac{1}{6}\, q_0\, l$$

$$0 \leq x_2 \leq l : Q(x_2) = -\frac{1}{2}\, \frac{q_0}{l}\, (l - x_2)^2$$

Stellen Sie die Funktion des **Biegemomentes** $M(x_1)$ und $M(x_2)$ in den Bereichen $0 \leq x_1 \leq l$, $l \leq x_1 \leq 2\,l$ und $0 \leq x_2 \leq l$ in folgender Vorlage unter Nennung der Werte in den Punkten A, B, C und D grafisch dar. Kennzeichnen Sie den Ort des maximal wirkenden Biegemomentes. Nennen Sie in jedem Bereich den Polynomgrad p der jeweiligen Funktion. **(5,0 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

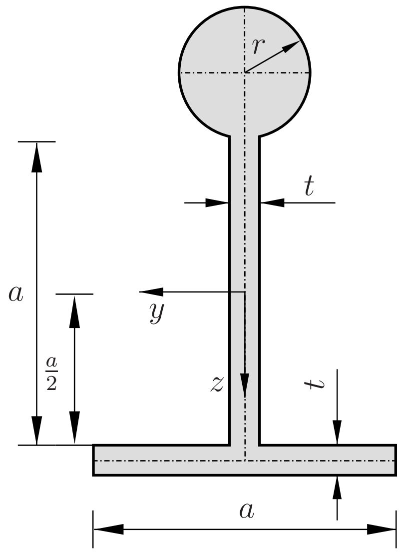
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 5 (Seite 1 von 2)

a)
Gegeben ist das nebenstehende und als dünnwandig anzusehende Profil mit den Querschnittabmessungen a, t und r.

Berechnen Sie die vertikale Schwerpunktkoordinate z_s auf Grundlage des gegebenen Koordinatensystems.
Bestimmen Sie zusätzlich die Wanddicke $t^*(a, r)$ derart, dass der Schwerpunkt des Profils im Ursprung des Koordinatensystems läge. **(3,0 Punkte)**

Hinweis: Fassen Sie die einzelnen Terme **nicht** zusammen!



$$z_S = \frac{1}{A}\int z \,\mathrm{d}A \overset{t^2 \to 0}{=} \left[\frac{a^2\,t}{2} - \left[\frac{a}{2} + r\right]\,\pi\,r^2\right] / \left[\pi\,r^2 + 2\,a\,t\right]$$

$$t^* = \frac{2}{a^2}\left[\frac{a}{2} + r\right]\pi\,r^2$$

Für die Aufgabenteile b) und c) gelte die Annahme $z_S = 0$.

b)
Bestimmen Sie nun das Flächenträgheitsmoment I_y. Das zuvor berechnete Ergebnis für t^* darf hier **nicht** verwendet werden. **(2,0 Punkte)**

$$I_y = \frac{a^3\,t}{12} + \frac{a^3\,t}{4} + \left[\frac{a}{2} + r\right]^2 \pi\,r^2 + \frac{\pi}{4}\,r^4$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

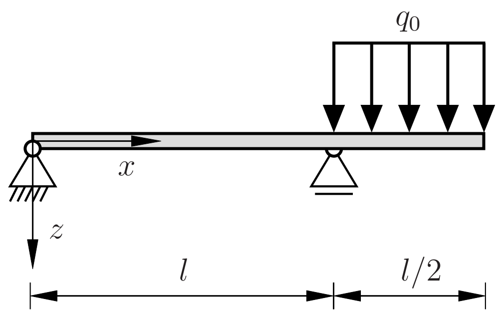
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 5 (Seite 2 von 2)

c)
Ein Balken mit dem Querschnittsprofil aus a) ist durch eine Linienlast q_0 belastet und wie dargestellt gelagert. Bestimmen Sie die Position $x^{\max}$ des maximalen Biegemoments und geben Sie dessen Wert $M_y(x^{\max})$ an. (**1,5 Punkte**)



$x^{\max} = l$ $\qquad$ $M_y(x^{\max}) = -\frac{1}{8}\, l^2\, q_0$

Das Flächenträgheitsmoment des Profilquerschnittes sei nun durch $I_y = 9/40\, a^4$ vorgegeben. Bestimmen Sie hiermit die Position $P = [x^{\max}, y^{\max}, z^{\max}]$, an welchem die betragsmäßig größte Normalspannung auftritt und geben Sie deren Wert $|\sigma(P)|$ an. (**2,5 Punkte**)

$P = \left[l,\ 0,\ -\frac{a}{2} - 2\, r\right]$ $\qquad$ $|\sigma(P)| = \frac{5}{9}\, \frac{l^2}{a^4}\, q_0 \left[\frac{a}{2} + 2\, r\right]$

d)
Für andere, nicht näher spezifizierte Verhältnisse zwischen den Längen a, t und r des in a) gegebenen Querschnitts wurde das Flächenträgheitsmoment um die y-Achse zu $I_y = -1/12\, a^4$ berechnet. Ist dieser Wert physikalisch plausibel? Geben Sie eine eindeutige Begründung an. (**1,0 Punkte**)

Hinweis: Das nachfolgende Kästchen wird mit 0 Punkten gewertet, sollte keine Begründung für die getroffene Aussage erfolgen.

Berechnungsformel lautet $I_y = \int z^2\, \mathrm{d}A \Rightarrow$ Kann niemals nicht negativ sein. Ist also nicht plausibel!