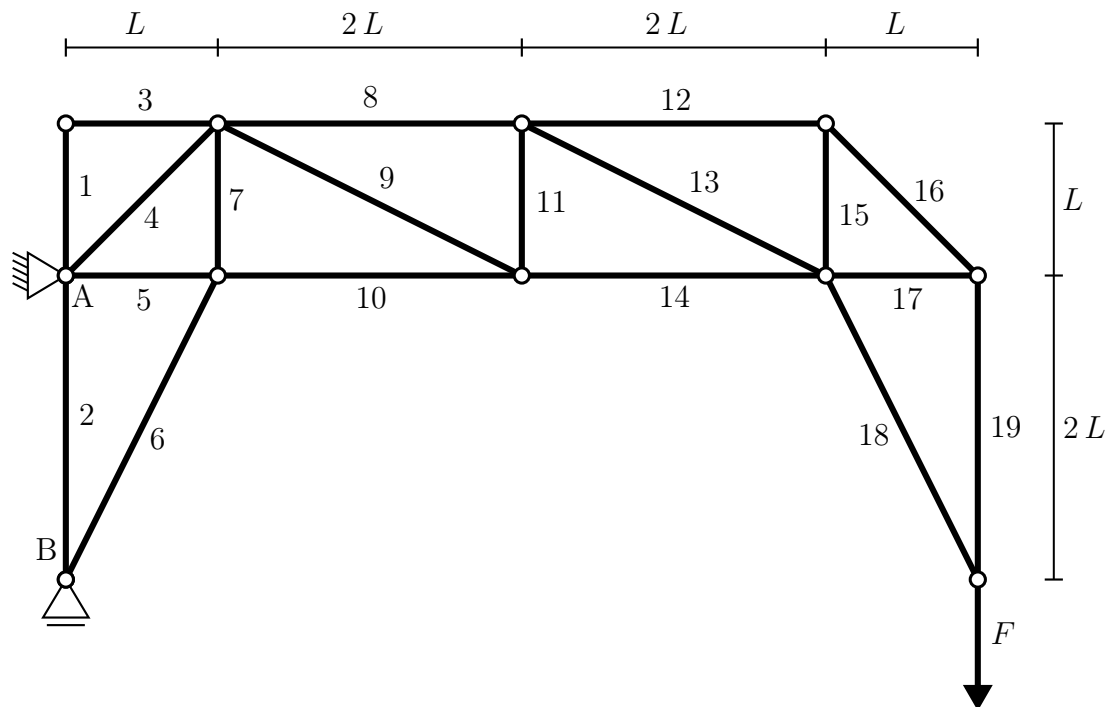


Aufgabe 1 (Seite 1 von 4)

a)



Geben Sie sämtliche Nullstäbe an, welche aufgrund gängiger Kriterien direkt als solche identifiziert werden können (keine Rechnung). **(1,0 Punkte)**

1, 3, 6, (7), 18

Berechnen Sie die Stabkräfte S_{16} und S_{17} .

(1,0 Punkte)

$$S_{16} = \sqrt{2} F$$

$$S_{17} = -F$$

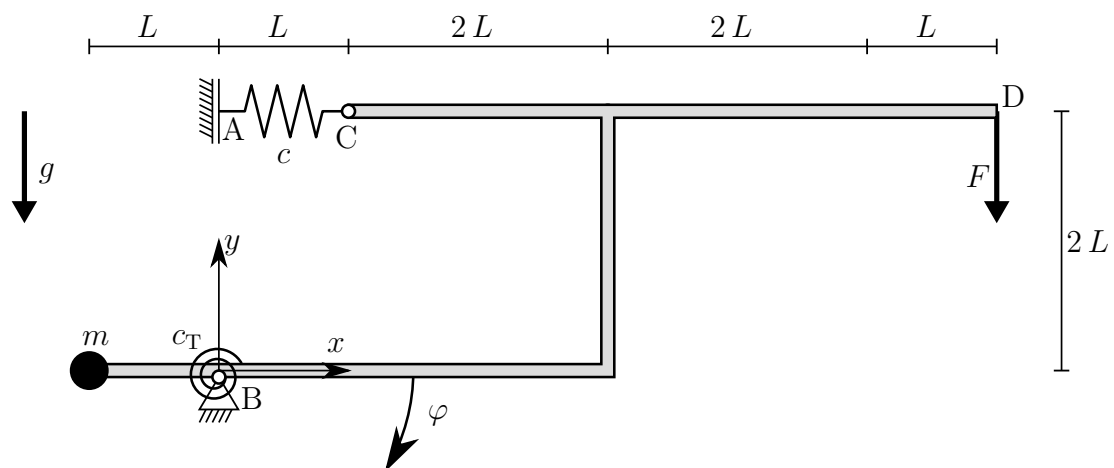
Aufgabe 1 (Seite 2 von 4)Berechnen Sie die Stabkräfte S_8 , S_{11} und S_{14} .**(1,5 Punkte)**

$$S_8 = 3 F$$

$$S_{11} = -F$$

$$S_{14} = -3 F$$

b)

Bestimmen Sie die Ortsvektoren $\mathbf{r}_C$ und $\mathbf{r}_D$ in Abhängigkeit des Freiheitsgrades φ .**Hinweis:** Die Ergebnisse sollen **nicht** zusätzlich linearisiert werden. **(2,0 Punkte)**

$$\mathbf{r}_C = [L \cos(\varphi) + 2 L \sin(\varphi)] \mathbf{e}_x$$

$$[-L \sin(\varphi) + 2 L \cos(\varphi)] \mathbf{e}_y$$

$$\mathbf{r}_D = [6 L \cos(\varphi) + 2 L \sin(\varphi)] \mathbf{e}_x$$

$$[-6 L \sin(\varphi) + 2 L \cos(\varphi)] \mathbf{e}_y$$

Aufgabe 1 (Seite 3 von 4)

Bestimmen Sie die virtuellen Verrückungen $\delta \mathbf{r}_C$ und $\delta \mathbf{r}_D$ der Punkte C und D in Abhängigkeit des Freiheitsgrades φ .

Hinweis: Die Ergebnisse sollen **nicht** zusätzlich linearisiert werden. **(1,0 Punkte)**

$$\delta \mathbf{r}_C = [-L \sin(\varphi) + 2 L \cos(\varphi)] \delta \varphi \mathbf{e}_x$$

$$[-L \cos(\varphi) - 2 L \sin(\varphi)] \delta \varphi \mathbf{e}_y$$

$$\delta \mathbf{r}_D = [-6 L \sin(\varphi) + 2 L \cos(\varphi)] \delta \varphi \mathbf{e}_x$$

$$[-6 L \cos(\varphi) - 2 L \sin(\varphi)] \delta \varphi \mathbf{e}_y$$

Bestimmen Sie das Gesamtpotential $\Pi(\varphi)$ des Systems in Abhängigkeit des Freiheitsgrades φ . Fassen Sie die einzelnen Terme nicht weiter zusammen. **(1,5 Punkte)**

$$\Pi(\varphi) = \frac{1}{2} c (2 L \sin(\varphi) + L \cos(\varphi) - L)^2 + \frac{1}{2} c_T \varphi^2 + m g L \sin(\varphi) + F (-6 L \sin(\varphi) + 2 L \cos(\varphi))$$

Aufgabe 1 (Seite 4 von 4)

c)

Für ein ähnliches System ergibt sich das Potential zu

$$\Pi(\varphi) = 2 c_T \varphi^2 + 2 m g L (1 - \cos(\varphi) + \sin(\varphi)) - 12 F L \sin(\varphi).$$

Für welche Masse m ist das System bei $\varphi = 0$ im Gleichgewicht. **(1,0 Punkte)**

$$m = 6 \frac{F}{g}$$

Untersuchen Sie die Gleichgewichtslage bei $\varphi = 0$ auf Stabilität. Geben Sie Zwischenschritte an. **(1,0 Punkte)**

$$\frac{d\Pi}{d\varphi} = 4 c_T \varphi + 2 m g L (\sin(\varphi) + \cos(\varphi) - 12 F L \cos(\varphi))$$

$$\frac{d^2\Pi}{d\varphi^2} = 4 c_T + 2 m g L (\cos(\varphi) - \sin(\varphi) + 12 F L \sin(\varphi))$$

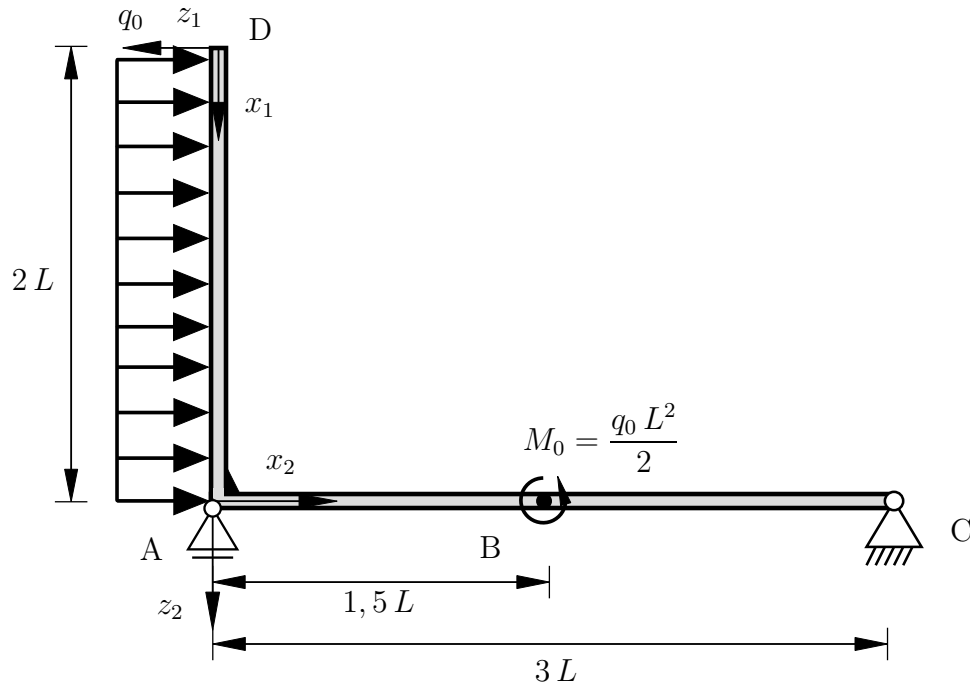
Mit $\varphi = 0$ und $m = 6 \frac{F}{g}$:

$$\frac{d^2\Pi}{d\varphi^2} = 4 c_T + 2 m g L = 4 c_T + 12 F L > 0$$

Da die zweite Ableitung positiv ist, ist die Gleichgewichtslage stabil!

Aufgabe 2 (Seite 1 von 4)

a)



Geben Sie den Querkraft- und Momentenverlauf für den Rahmen an. Verwenden Sie dazu die vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme und definieren Sie die von Ihnen eingeführten Bereiche in Abhängigkeit von der jeweiligen lokalen Koordinate. **(5,0 Punkte)**

I: $0 \leq x_1 \leq 2L$

$$Q(x_1) = q_0 x_1$$

$$M(x_1) = \frac{1}{2} q_0 x_1^2$$

II: $0 \leq x_2 \leq \frac{3}{2} L$

$$Q(x_2) = -\frac{1}{2} q_0 l$$

$$M(x_2) = 2 q_0 l^2 - \frac{1}{2} q_0 l x_2$$

III: $\frac{3}{2} L \leq x_2 \leq 3L$

$$Q(x_2) = -\frac{1}{2} q_0 l$$

$$M(x_2) = \frac{3}{2} q_0 l^2 - \frac{1}{2} q_0 l x_2$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: _____

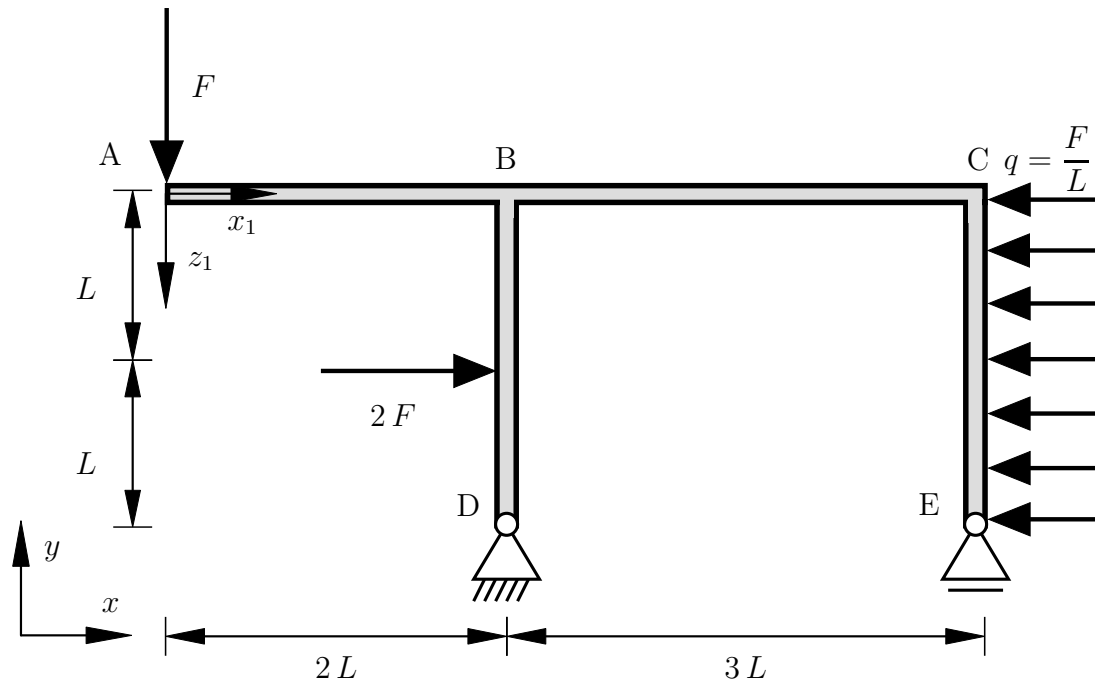
Nachname: _____

Matr.-Nr.: _____

Aufgabe 2 (Seite 2 von 4)

Aufgabe 2 (Seite 3 von 4)

b)



Welchen Wert hat das Biegemoment im Punkt C?

(1,0 Punkte)

$$-2 F L$$

Berechnen Sie die Lagerreaktionen in den Punkten D und E.

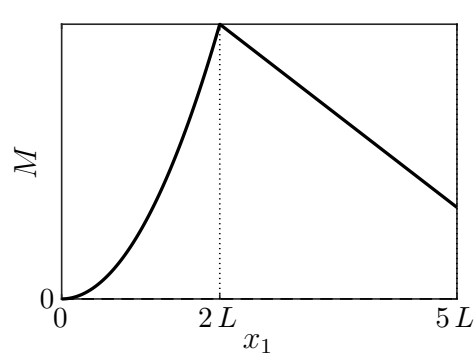
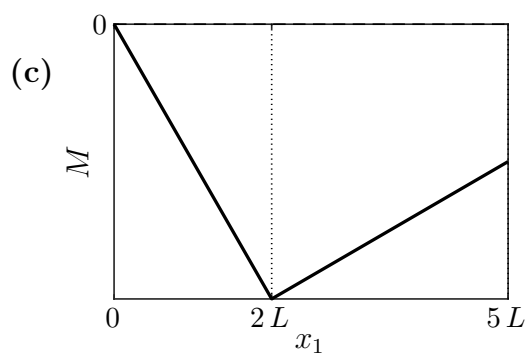
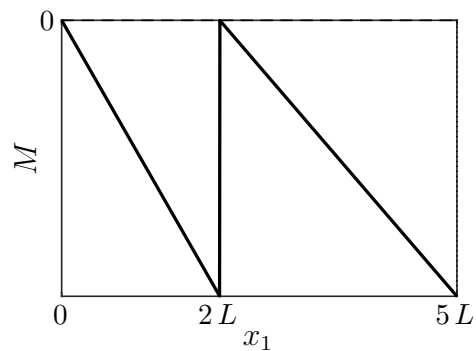
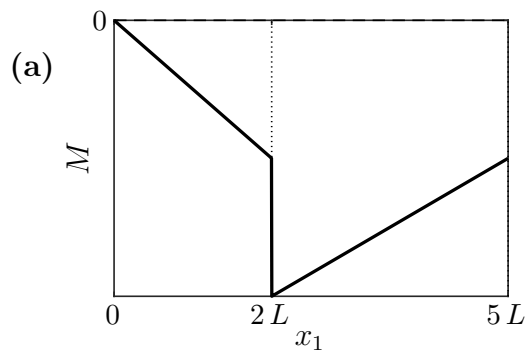
(2,0 Punkte)

$$D_x = 0, D_y = \frac{5}{3} F, E_y = -\frac{2}{3} F$$

Bestimmen Sie den Querkraftverlauf $Q(x_1)$ für den gesamten waagerechten Balkenabschnitt.

(1,0 Punkte)

$$Q(x_1 < 2 L) = -F, Q(x_1 > 2 L) = \frac{2}{3} F,$$

Aufgabe 2 (Seite 4 von 4)

Welcher der dargestellten Biegemomentenverläufe ist entlang x_1 korrekt? Begründen Sie kurz. **(1,0 Punkte)**

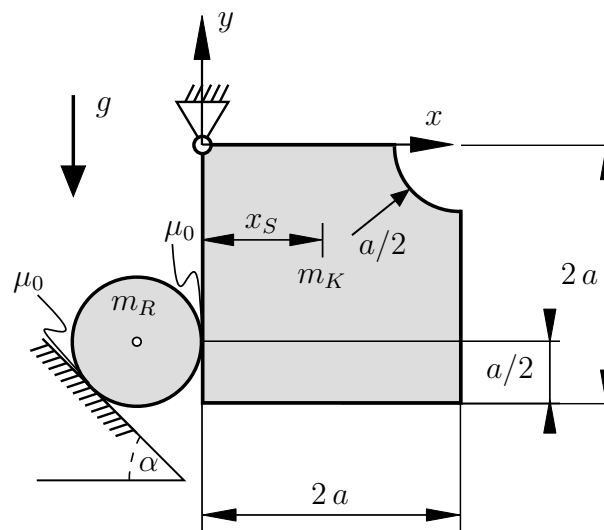
a

Hinweis:

Die nachfolgende Aufgabe ist eine Freitextaufgabe. Ausschließlich für diese Aufgabe wird der gesamte Rechenweg Ihrer Lösung bewertet. Für die jeweiligen Teilaufgaben stehen Ihnen die nachfolgenden Lösungskästchen zur Verfügung. Tragen Sie alle Rechenschritte in die Kästchen ein.

Aufgabe 3 (Seite 1 von 4)

Eine homogene Rolle (Masse m_R) wird wie dargestellt durch einen homogenen Körper (Masse m_K , Dicke t) an eine schiefe Ebene ($\alpha = 45^\circ$) geklemmt.



a)

Berechnen Sie zunächst die Dichte ρ und die Massenschwerpunktskoordinate x_S des Körpers. **(2,5 Punkte)**

b)

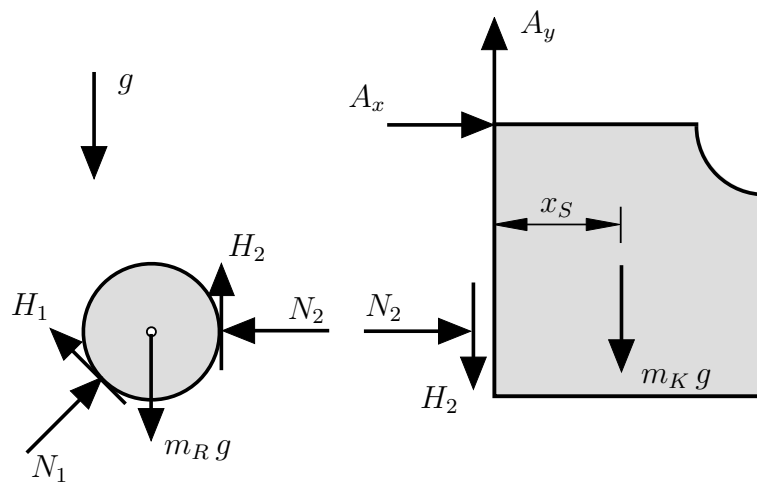
Die Massenschwerpunktskoordinate x_S sei nachfolgend bekannt.

- Zeichnen Sie geeignete Freikörperbilder zur Bestimmung aller Reaktionskräfte an den Kontaktstellen und berechnen Sie diese.
- Stellen Sie die Haftbedingungen auf.
- Argumentieren Sie an welcher Kontaktstelle die Haftbedingung zuerst versagen wird.

(5,0 Punkte)

Aufgabe 3 (Seite 2 von 4)

a)



$$A = 4a^2 - \frac{\pi a^2}{16}$$

$$\rho = \frac{m_K}{V} = \frac{m_K}{At}$$

$$x_S = \frac{x_i A_i}{A} = \frac{4a^2 a - \frac{\pi a^2}{16} \left(2a - \frac{4a}{6\pi}\right)}{A}$$

b)

$$H_1 = H_2$$

$$\sum F_x = \sin \alpha N_1 - \cos \alpha H_1 - N_2 = 0 \quad (\text{I})$$

$$\sum F_y = \cos \alpha N_1 + \sin \alpha H_1 + H_2 - m_R g = 0 \quad (\text{II})$$

$$\sum M^{(A)} = 1,5a N_2 - x_S m_K g = 0 \Rightarrow N_2 = 1,5 \frac{x_S}{a} m_K g$$

Aus (I):

$$N_1 = \sqrt{2} N_2 + H_1$$

Aus (II):

$$H_1 = H_2 = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \left(-\frac{2x_S}{3a} m_K g + m_R g \right)$$

Aufgabe 3 (Seite 3 von 4)

$$N_1 = N_2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}} m_R g$$

$$|H_1| \leq \mu_0 N_1, \quad |H_2| \leq \mu_0 N_2$$

$\Rightarrow$ Haftung versagt zuerst zwischen Körper und Rolle, da $N_1 > N_2$ und $H_1 = H_2$.

Aufgabe 3 (Seite 4 von 4)

Für ein anderes, nicht näher spezifiziertes System wurden die Normalkraft N und die Haftkraft H bereits zu

$$N = 2 F \tan(\alpha) + \frac{m g}{\cos(\alpha)} \quad \text{für } 0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

$$H = 2 F$$

berechnet. Die Kontaktstelle weist einen Haftreibungskoeffizienten von μ_0 auf.

c)

Wie groß darf die Kraft F (>0) maximal werden, damit sich das System nicht in Bewegung setzt? Unter welcher Bedingung in Abhängigkeit von μ_0 und $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ kann die Kraft beliebig groß werden? **(2.5 Punkte)**

$$|H_1| \leq \mu_0 N_1$$

$$\Leftrightarrow 2 F \leq \mu_0 \left(2 F \tan \alpha + \frac{m g}{\cos \alpha} \right)$$

$$\Leftrightarrow F (1 - \mu_0 \tan \alpha) \leq \frac{\mu_0 m g}{2 \cos \alpha}$$

$$\text{Fall 1: } 1 - \mu_0 \tan \alpha > 0: F \leq \frac{\mu_0 m g}{2 \cos \alpha (1 - \mu_0 \tan \alpha)}$$

$$\text{Fall 2: } 1 - \mu_0 \tan \alpha = 0: 0 \leq \frac{\mu_0 m g}{2 \cos \alpha} \Rightarrow \text{für jedes } F \text{ erfüllt}$$

$$\text{Fall 3: } 1 - \mu_0 \tan \alpha < 0: F \geq \frac{\mu_0 m g}{2 \cos \alpha (1 - \mu_0 \tan \alpha)} \Rightarrow \text{für jedes } F \text{ erfüllt}$$

$\Rightarrow$ Für $(1 - \mu_0 \tan \alpha) \leq 0$ kann die Kraft beliebig groß werden!