TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

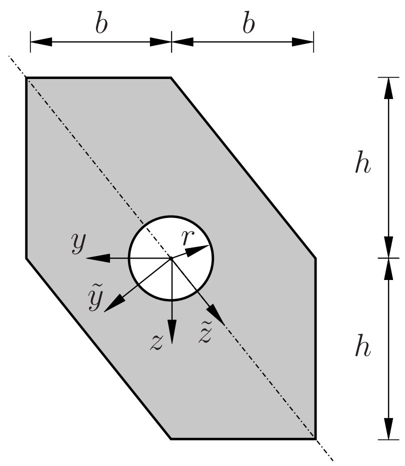
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 1 von 3)

a)
Gegeben ist das dargestellte Profil mit Abmessungen b, h und einer kreisförmigen Bohrung mit Radius r.

Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment I_y bezüglich des gegebenen y-z-Schwerpunktskoordinatensystems. Fassen Sie die einzelnen Terme **nicht** zusammen.

(**2,0 Punkte**)



$I_y \quad =$

Welchen Wert nimmt das Deviationsmoment $I_{\tilde{y}\tilde{z}}$ bezüglich des gegebenen $\tilde{y}$-$\tilde{z}$-Schwerpunktskoordinatensystems **für b = h** an. Geben Sie eine eindeutige Begründung an.

(**0,5 Punkte**)

Für einen nicht näher spezifizierten Querschnitt entnehmen Sie die Flächenträgheitsmomente $I_y = 1200\,\mathrm{mm}^4$, $I_z = -650\,\mathrm{mm}^4$ und $I_{yz} = 0\,\mathrm{mm}^4$ aus einem Tabellenwerk. Sind diese Werte physikalisch plausibel? Geben Sie eine eindeutige Begründung an.

(**0,5 Punkte**)

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

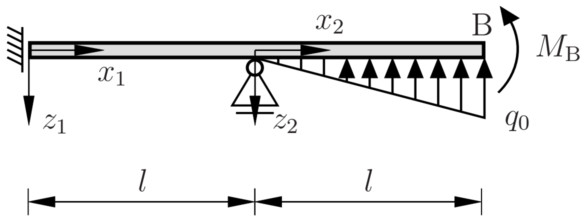
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 2 von 3)

b)

Der nebenstehend abgebildete Balken (Biegesteifigkeit EI) ist wie dargestellt gelagert und durch eine linear veränderliche Streckenlast (Maximalwert q_0) sowie ein Moment M_B belastet.



Geben Sie alle **kinematischen** Rand- und Übergangsbedingungen an, die zur Bestimmung der Biegelinien $w_i(x_i)$ des Gesamtsystems erforderlich sind. Kennzeichnen Sie die zugehörigen Bereiche eindeutig mit den entsprechenden Indizes. **(2,0 Punkte)**

Geben Sie alle **dynamischen** Randbedingungen an der Stelle B bei $x_2 = l$ an. **(1,0 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

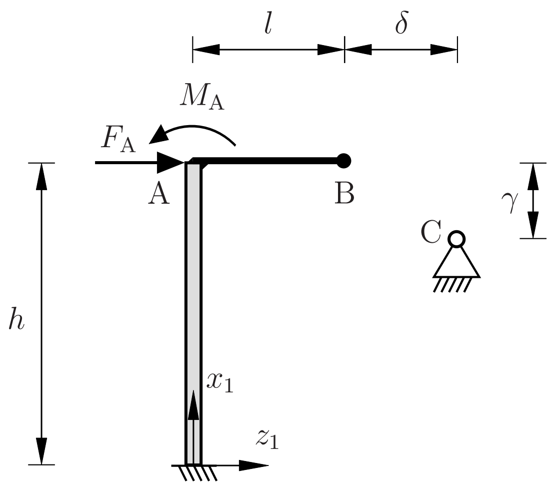
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 3 von 3)

c)

Der nebenstehende Kragträger (Länge h, Biegesteifigkeit EI) ist wie dargestellt belastet und am Ende mit einem **starren** Stab der Länge l verschweißt. An dessen Ende, in Punkt B, befindet sich ein Messkopf. Der Kragträger ist als dehnstarr anzunehmen. Gehen Sie von einer geometrisch linearisierten Theorie aus und nehmen Sie an, dass $\delta, \gamma \ll l, h$ gilt.



Geben Sie zunächst die Bedingungen an die Biegelinie $w_1(x_1)$ sowie $w_1'(x_1)$ in allgemeiner Form an, sodass der Messkopf das Auflager im Punkt C berührt. (**1,0 Punkte**)

Bestimmen Sie den Biegemomentenverlauf $M_1(x_1)$ bezüglich des vorgegebenen lokalen Koordinatensystems in Abhängigkeit von F_A und M_A. (**1,0 Punkte**)

$M_1(x_1) =$

Für das dargestellte System ist die Funktion der Biegelinie zu

$$w_1(x_1) = -\frac{1}{EI}\left[\left[M_\mathrm{A} - h\,F_\mathrm{A}\right]\frac{x_1^2}{2} + \frac{1}{6}\,x_1^3\,F_\mathrm{A}\right]$$

bestimmt worden. Berechnen Sie die Kraft F_A, bei der der Messkopf das Auflager im Punkt C berührt. Das Moment M_A ist ebenfalls als eine unbekannte Größe anzusehen. (**2,0 Punkte**)

$F_\mathrm{A} =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

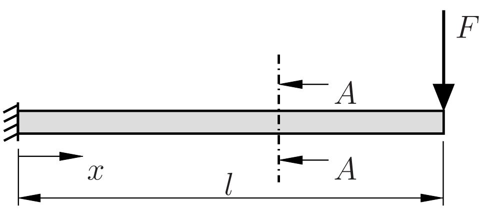
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

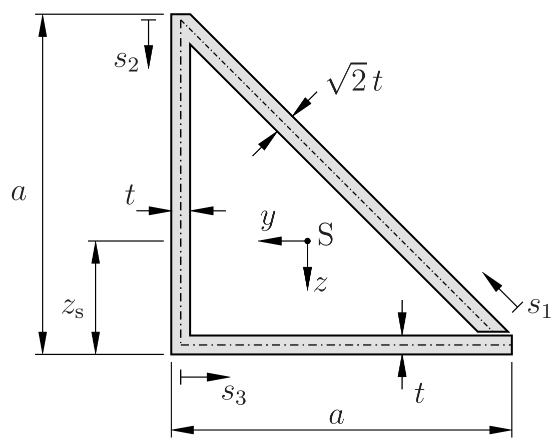
Aufgabe 2 (Seite 1 von 3)

a)

Ein als masselos anzunehmender Balken, bestehend aus einem dünnwandigen Profil ($t \ll a$), ist an der linken Seite eingespannt und wird am rechten Ende durch eine Kraft F belastet, deren Wirklinie durch den Schubmittelpunkt verläuft.



Schnitt $A-A$:



Der Abstand z_s des horizontalen Segments zum Schwerpunkt S ist für dieses System bereits zu $z_s = [3/8]\,a$ berechnet worden und das Flächenträgheitsmoment I_y kann als bekannt angenommen werden.

Bestimmen Sie das statische Moment $S_y(s_1)$ bezüglich der Koordinate s_1 für den Teilbereich $0 \leq s_1 \leq \sqrt{2}\,a$. **(1,5 Punkte)**

$S_y(s_1) \;=$

Bestimmen Sie das statische Moment $S_y(s_2)$ bezüglich der Koordinate s_2 für den Teilbereich $0 \leq s_2 \leq a$. **(1,5 Punkte)**

$S_y(s_2) \;=$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 3)

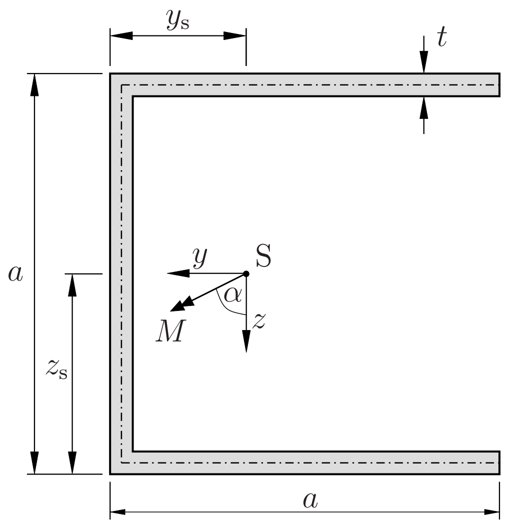
Berechnen Sie die Funktionen der Schubspannung $\tau(s_1)$ bezüglich der Koordinate s_1 für den Teilbereich $0 \leq s_1 \leq \sqrt{2}\,a$ und $\tau(s_2)$ bezüglich der Koordinate s_2 für den Teilbereich $0 \leq s_2 \leq a$. **(2,0 Punkte)**

$\tau(s_1) =$

$\tau(s_2) =$

b)

Im Folgenden wird ein alternatives Profil betrachtet ($t \ll a$), welches über den gesamten Profilquerschnitt eine konstante Dicke t aufweist. Im Profilschwerpunkt S greift ein Moment M im Winkel $\alpha = [\pi/3]$ an.



Die Werte für t, a, $y_s = [1/3]\,a$ und $z_s = [1/2]\,a$ dürfen als bekannt vorausgesetzt werden. Des Weiteren wurden die Flächenträgheitsmomente des Querschnittes $I_y = [7/12]\,t\,a^3$ und $I_z = [1/3]\,t\,a^3$ bereits berechnet.

Bestimmen Sie die Lage der neutralen Faser über die Funktion $z(y)$. **(2,0 Punkte)**

$z(y) =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 3 von 3)

Nachfolgend wird lediglich die Normalspannung im linken Steg $\sigma_{\text{Steg}}(z) = \sigma_{xx}(y = a/3,\, z)$ betrachtet.
Berechnen Sie den betragsmäßigen Maximalwert der Normalspannung $|\sigma_{\text{Steg}}^{\max}|$ im linken Steg und geben Sie die dazugehörige Koordinate $z^{\max}$ an. (**1,5 Punkte**)

$|\sigma_{\text{Steg}}^{\max}| =$

$z^{\max} =$

Nun greift am betrachteten Profil zusätzlich eine Normalkraft N in x-Richtung an. Bestimmen Sie die Größe dieser Normalkraft, so dass der Maximalwert des Betrags der Normalspannung im linken Steg minimal wird. (**1,5 Punkte**)

$N =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

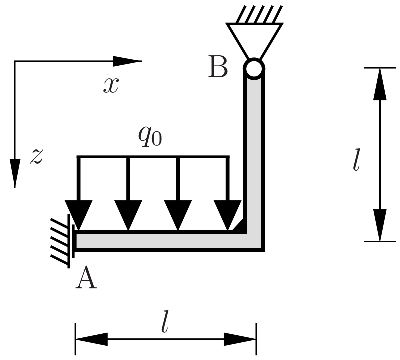
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

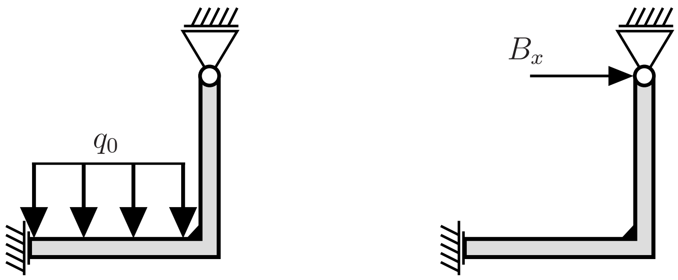
Aufgabe 3 (Seite 1 von 3)

a)

Der rechts abgebildete dehnstarre Rahmen mit der Biegesteifigkeit EI sei wie dargestellt gelagert und das horizontaln Teilstück durch eine kosntante Streckenlast q_0 belastet.



Im nachfolgenden Kästchen ist ein statisch bestimmtes Ersatzsystem abgebildet. Skizzieren Sie den Biegemomentenverlauf des Ersatzsystems einmal in Abhängigkeit von q_0 unter Vernachlässigung der statisch überzähligen Lagerreaktion B_x (links) sowie einmal in Abhängigkeit von B_x unter Vernachlässigung von q_0 (rechts). Geben Sie darüber hinaus charakteristische Werte und die jeweiligen Polynomgrade p der Funktionen an den jeweiligen Teilabschnitten an. **(2,0 Punkte)**



Geben Sie die Formänderungsenergie des System in Abhängigkeit von q_0 und der Lagerreaktion B_x an. Lösen Sie auftretende Integrale **nicht** auf. **(2,0 Punkte)**

$\Pi =$

Bestimmen Sie die Auflagerkraft B_x. **(2,0 Punkte)**

$B_x =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

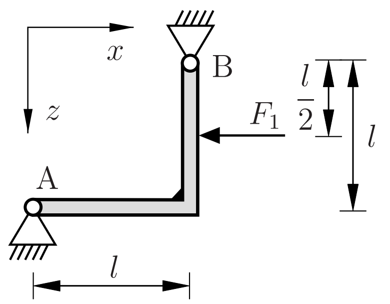
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

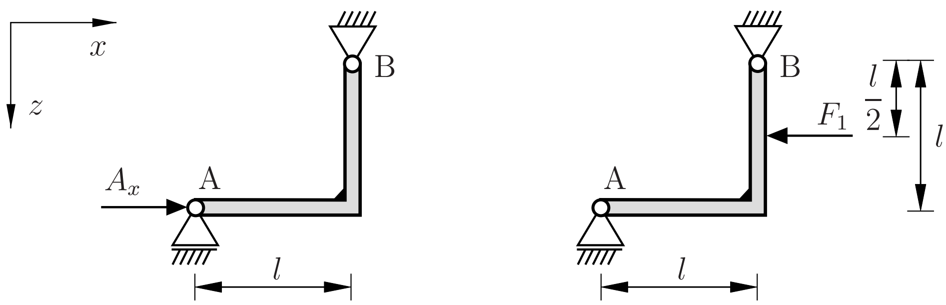
Aufgabe 3 (Seite 2 von 3)

b)

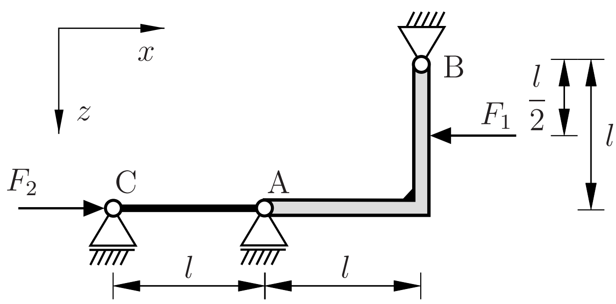
Das nebenstehend abgebildete System wurde zur Bestimmung der Auflagerreaktion A_x zu dem unten abgebildeten, statisch bestimmten Ersatzsystem überführt. Die Gesamtenergie des Systems wurde bestimmt zu



$$\Pi = \frac{l^3}{EI}\left[\frac{1}{3}\,A_x^2 + \frac{1}{8}\,F_1^2 - \frac{19}{48}\,A_x\,F_1\right] .$$



Dieses System wird nun durch einen wie dargestellt gelagerten Stab mit der Dehnsteifigkeit EA erweitert, der durch eine weitere Kraft F_2 belastet wird.



Geben Sie an, um welche Länge sich die Verschiebung des Punktes C in Richtung der Kraft F_2 ändern würde, wenn man die Last F_1 verdoppelt. **(1,0 Punkte)**

$\Delta\, w_{\mathrm{C}} =$

Bestimmen Sie die Verschiebung des Punktes C in x-Richtung in Abhängigkeit von F_1 bei gegebener Last $F_2 = 2\,F_1$. **(2,0 Punkte)**

$w_{\mathrm{C}} =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

c)

Beschreiben Sie mit **wenigen** Worten, welche Annahme bezüglich des Zusammenhangs zwischen Spannung und Dehnung für den Satz von Betti wesentlich ist und warum.

(**1,0 Punkte**)