Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

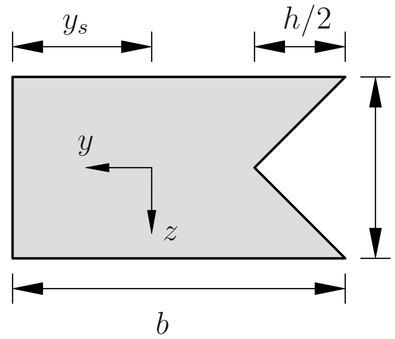
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 1 (Seite 1 von 3)

a)

Gegeben ist das dargestellte Profil mit Abmessungen b, h und einer dreiecksförmigen Aussparung der Höhe $h/2$.

Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment I_y bezüglich des gegebenen y-z-Schwerpunktskoordinatensystems. Fassen Sie die einzelnen Terme **nicht** zusammen. (**1,5 Punkte**)

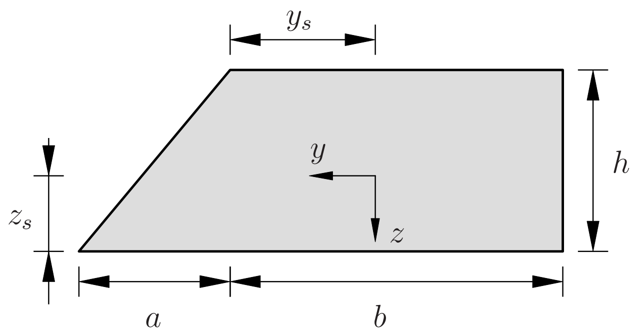


$$I_y \quad =$$

b)

Betrachten Sie nun das Profil mit einer Abschrägung der Breite a.

Bestimmen Sie das Deviationsmoment I_{yz} bezüglich des gegebenen y-z-Schwerpunktskoordinatensystems. Fassen Sie die einzelnen Terme **nicht** zusammen. (**1,5 Punkte**)



$$I_{yz} \quad =$$

Hinweis: Flächenträgheitsmomente für ein rechtwinkliges Dreieck mit Katheten g und h und der y-Achse parallel zur Grundseite g:

$$I_y = \frac{g\,h^3}{36}\,, \qquad I_z = \frac{h\,g^3}{36}\,, \qquad I_{yz} = -\frac{g^2\,h^2}{72}\,.$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

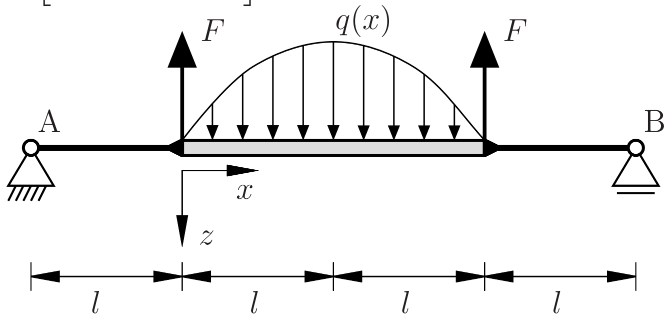
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 2 von 3)

c)

An dem unten abgebildeten Balken (Biegesteifigkeit EI) sind an jeder Seite biegestarre Stangen angeschweißt und wie dargestellt gelagert. Auf den Balken wirkt eine quadratische Streckenlast $q(x) = q_0 \left[1 - \left[x/l - 1\right]^2\right]$ sowie zwei Einzelkräfte $F = [2/3]\, q_0\, l$.



Bestimmen Sie den Biegemomentenverlauf $M(x)$ des Balkens bezüglich des vorgegebenen lokalen Koordinatensystems. Die Lagerreaktionen wurden bereits zu $A_x = 0$, $A_y = 0$ und $B = 0$ berechnet. (**1,5 Punkte**)

$M(x) =$

Geben Sie nun die bestimmende DGL für die Biegelinie $w(x)$ des Balkens an. (**0,5 Punkte**)

DGL:

d)

Bei dem System aus Aufgabenteil c) wird der Balken nun nur noch mit einer **konstanten** Streckenlast q_0 belastet ($F = 0$). Daraus ergibt sich die Biegelinie

$$EI\, w(x) = -q_0 \frac{x^4}{24} - q_0\, l \frac{x^3}{6} - q_0\, l \frac{x^2}{2} + \frac{5}{3} q_0\, x\, l^3 + \frac{5}{3} q_0\, l^4\,.$$

Vorname: ____________________

TU Dortmund

Nachname: ____________________

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Matr.-Nr.: ____________________

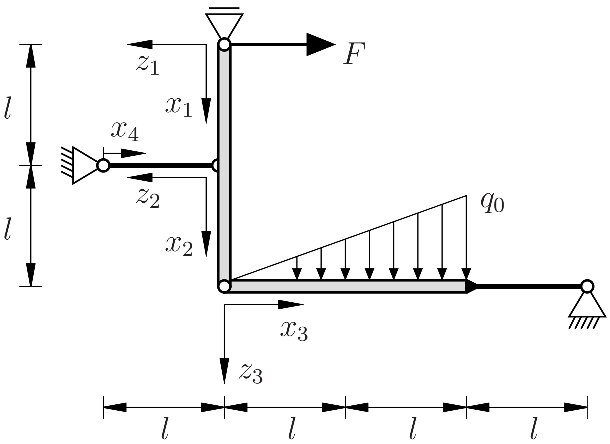
Aufgabe 1 (Seite 3 von 3)

Bestimmen Sie die maximale Streckenlast q_0 so, dass die maximale Durchbiegung der Biegelinie $w(x)$ den Betrag δ nicht überschreitet. **(1,0 Punkte)**

$q_0 \leq$

e)

Das nebenstehende System besteht aus zwei gelenkig verbundenen dehnstarren Balken (Längen $2\,l$, Biegesteifigkeiten EI). Der senkrechte Balken ist mittig mit einer Pendelstütze verbunden. Der waagrechte Balken ist am rechten Ende fest mit einem **starren** Stab verschweißt und über diesen gelagert. Das System ist durch die Einzelkraft F sowie die linear veränderliche Streckenlast (Maximalwert q_0) belastet. Die Funktion $u_4(x_4)$ zur Beschreibung der Ausdehnung der Pendelstütze sei bekannt.



Geben Sie alle **kinematischen** Rand- und Übergangsbedingungen an, die zur Bestimmung der Biegelinien $w_i(x_i)$ des Gesamtsystems erforderlich sind. Kennzeichnen Sie die zugehörigen Bereiche eindeutig mit den entsprechenden Indizes. **(3,0 Punkte)**

Für die Biegelinie $w_2(x_2)$ wurde der Ansatz $EI\,w_2(x_2) = \frac{1}{6}\,F\,[x_2 - l]^3 + C_1\,x_2 + C_2$ ermittelt. Bestimmen Sie die Konstanten C_1 und C_2. **(1,0 Punkte)**

$C_1 =$

$C_2 =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

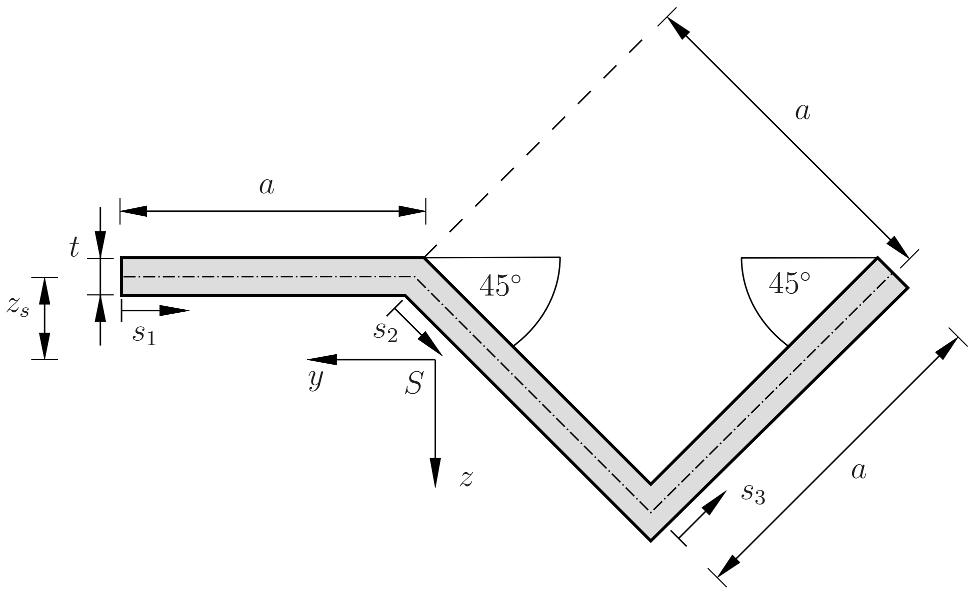
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 1 von 4)

a)

Betrachtet wird ein als masselos anzunehmendes dünnwandiges Profil ($t \ll a$). Die Abmessungen des Querschnitts sind der Abbildung zu entnehmen. Der Abstand z_s des horizontalen Segments zum Schwerpunkt S und das Flächenträgheitsmoment I_y sind als bekannt anzunehmen.



Bestimmen Sie die statischen Momente der Teilbereiche $S_y(s_1)$ und $S_y(s_2)$. Fassen Sie die Ergebnisse **nicht** zusammen. (**2,0 Punkte**)

$S_y(s_1) =$

$S_y(s_2) =$

Die statischen Momente $S_y(s_1)$, $S_y(s_2)$ und $S_y(s_3)$ seien nun bekannt. Erklären sie kurz, wie sie die Plausibilität der Funktion $S_y(s_3)$ einfach prüfen können. (**1,0 Punkte**)

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

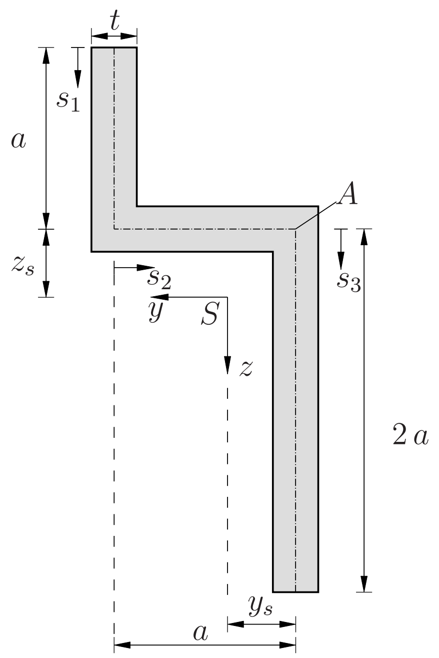
Aufgabe 2 (Seite 2 von 4)

b)

Das nebenstehend abgebildete als masselos anzunehmende dünnwandige Profil ($t \ll a$) wird mit einer Querkraft Q in positive z-Richtung belastet. Das statische Moment im ersten Teilbereich lautet

$$S_y(s_1) = \frac{s_1^2\, t}{2} - \frac{11}{8}\, s_1\, a\, t\,.$$

Des Weiteren sind das Flächenträgheitsmoment I_y und die Schwerpunktsabstände y_s und z_s vom Schwerpunkt S als bekannt anzunehmen.



Berechnen Sie die Lage y_m des Schubmittelpunktes bezüglich des Eckpunktes A des Profils. Stellen Sie das Vorgehen in wenigen Zwischenschritten nachvollziehbar dar.

(3,0 Punkte)

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

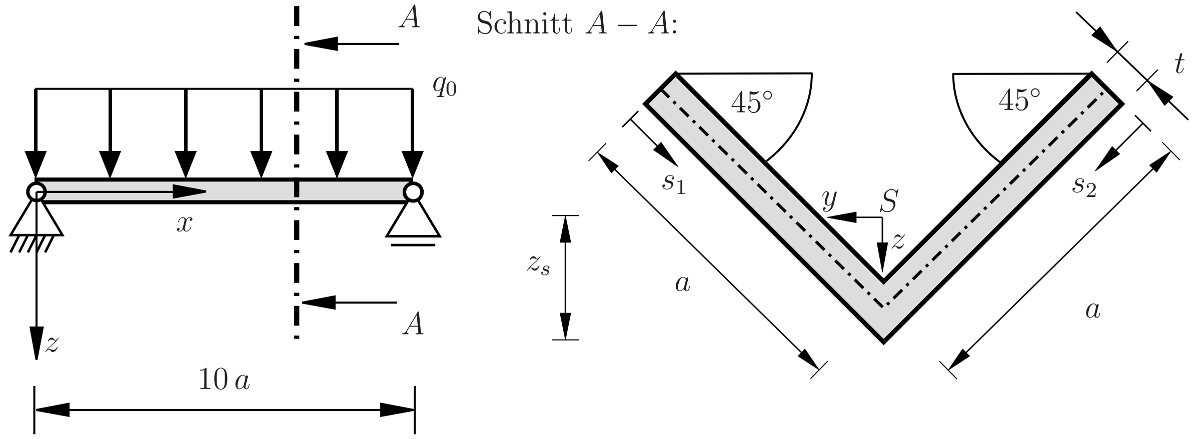
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 2 (Seite 3 von 4)

c)

Ein masseloses dünnwandiges L-Profil ($t \ll a$) der Länge $10\,a$ wird durch eine Streckenlast belastet und ist wie dargestellt gelagert. Die Abmessungen des Profils sind im Profilschnitt dargestellt.



Das Flächenträgheitsmoment des Querschnittes $I_y = t\,a^3/12$ sowie der Schwerpunktsabstand $z_s = (\sqrt{2}\,a)/4$ sind bekannt. Die Wirklinie der Streckenlast q_0 verläuft durch den Schubmittelpunkt. Die maximale Schubspannung im Profil ist bereits berechnet worden zu $\tau_{\max} = -(3\,Q(x))/(2\,\sqrt{2}\,t\,a)$.

An der Stelle $x = 0$ ergeben sich die Schnittgrößen zu

$$Q(x=0) = 5\,a\,q_0 \text{ und } M(x=0) = 0\,.$$

Berechnen Sie die maximale Vergleichsspannung im Querschnitt an der Stelle $x = 0$ nach der Gestaltänderungsenergiehypothese. Begründen Sie, an welcher Stelle z im Profil dieser Wert auftritt. **(2,0 Punkte)**

TU Dortmund
Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 4 von 4)

An der Stelle $x = 5\,a$ ergeben sich die Schnittlasten zu

$$Q(x = 5\,a) = 0 \text{ und } M(x = 5\,a) = \tfrac{25\,a^2\,q_0}{2}\,.$$

Berechnen Sie die maximale Vergleichsspannung im Querschnitt an $x = 5\,a$ nach der Gestaltänderungsenergiehypothese. Begründen Sie, an welcher Stelle z im Profil dieser Wert auftritt. **(2,0 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

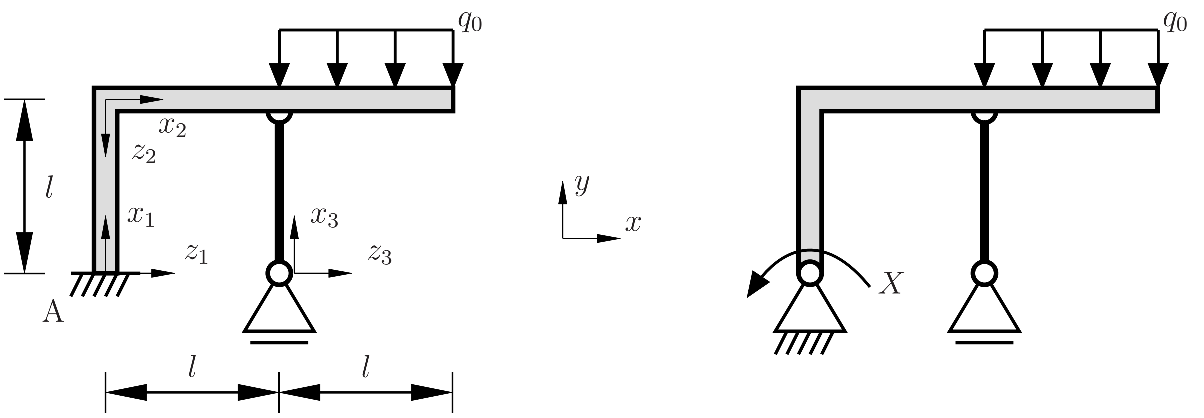
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 1 von 5)

a)

Der links abgebildete Rahmen (Biegesteifigkeit EI, Dehnsteifigkeit EA) ist wie dargestellt gelagert und belastet. Die Pendelstütze ist als **starr** anzunehmen. Im rechten Bild ist ein statisch bestimmtes Ersatzsystem mit dem statisch überzähligen Auflagermoment X vorgegeben.

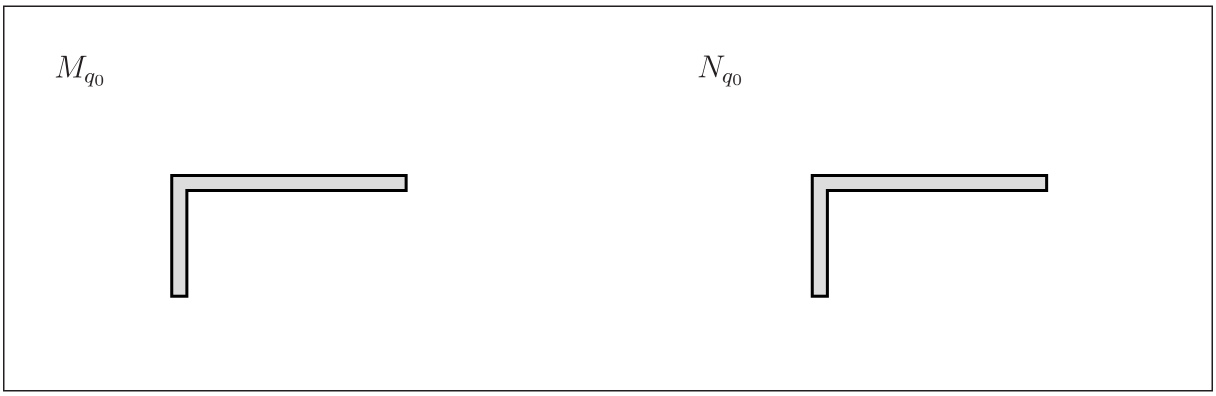
Ersatzsystem:



Für $X = 0$ ergeben sich die Lagerreaktionen im Ersatzsystem am Punkt A bezüglich der positiv definierten Koordinatenrichtungen des x-y-Koordinatensystems sowie die (Zug-) Stabkraft S zu

$$A_x = 0, \qquad A_y = -\frac{1}{2}\, q_0\, l, \qquad S = -\frac{3}{2}\, q_0\, l\,.$$

Zeichnen Sie den Biegemomentenverlauf M_{q_0} und den Normalkraftverlauf N_{q_0} des statisch bestimmten Ersatzsystems bezüglich der vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme in Abhängigkeit von q_0 und für $X = 0$ unter Angabe charakteristischer Werte in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie darüber hinaus die jeweiligen Polynomgrade p der Funktionen an. **(2,0 Punkte)**



Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 3 (Seite 2 von 5)

Für $q_0 = 0$ ergeben sich die Lagerreaktionen im Ersatzsystem am Punkt A bezüglich der positiv definierten Koordinatenrichtungen des x-y-Koordinatensystems sowie die (Zug-) Stabkraft S zu

$$A_x = 0, \qquad A_y = \frac{X}{l}, \qquad S = \frac{X}{l}\,.$$

Zeichnen Sie den Biegemomentenverlauf M_X und den Normalkraftverlauf N_X des statisch bestimmten Ersatzsystems bezüglich der vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme in Abhängigkeit von X und für $q_0 = 0$ unter Angabe charakteristischer Werte in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie darüber hinaus die jeweiligen Polynomgrade p der Funktionen an. **(2,0 Punkte)**

M_X

N_X

Geben Sie die im System gespeicherte Gesamtenergie Π als Summe einzelner Integrale an. Geben Sie dabei die konkreten Integrationsgrenzen an und verwenden Sie die allgemeinen Ausdrücke M_{q_0}, M_X, N_{q_0} und N_X für die Schnittgrößenfunktionen. Die tatsächlichen Funktionen der Schnittgrößen sollen hier **nicht** eingesetzt werden.
Anteile aus Schubverformung sind in diesem Aufgabenteil zu vernachlässigen.

(1,0 Punkte)

$\Pi =$

TU Dortmund

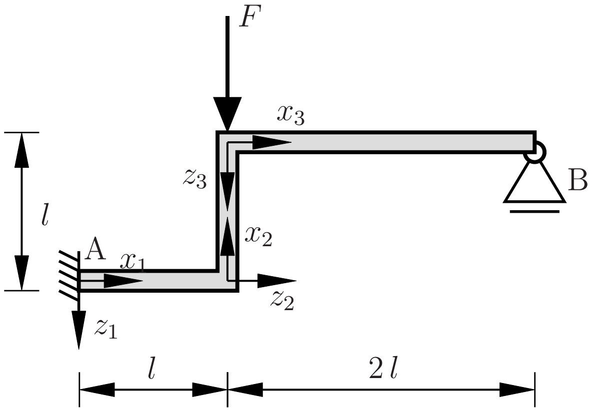
Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

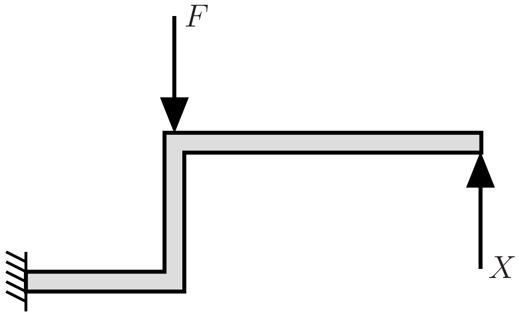
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 3 (Seite 3 von 5)

b)
Der links abgebildete Rahmen (Dehnsteifigkeit EA, Biegesteifigkeit EI) ist wie dargestellt gelagert und belastet.
Im rechten Bild ist ein statisch bestimmtes Ersatzsystem mit der statisch überzähligen Auflagerkraft X vorgegeben. Beiträge aus Schubverformung sind in diesem Aufgabenteil zu vernachlässigen.



Ersatzsystem:



Die Funktionen der Biegemomente und der Normalkräfte sind wie folgt für das Ersatzsystem vorgegeben und auf der folgenden Seite dargestellt:

in Abhängigkeit von F für $X = 0$:

$$M_F(x_1) = F\,[x_1 - l]$$

$$M_F(x_2) = 0$$

$$M_F(x_3) = 0$$

$$N_F(x_1) = 0$$

$$N_F(x_2) = -F$$

$$N_F(x_3) = 0$$

in Abhängigkeit von X für $F = 0$:

$$M_X(x_1) = X\,[3\,l - x_1]$$

$$M_X(x_2) = 2\,X\,l$$

$$M_X(x_3) = X\,[2\,l - x_3]$$

$$N_X(x_1) = 0$$

$$N_X(x_2) = X$$

$$N_X(x_3) = 0$$

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

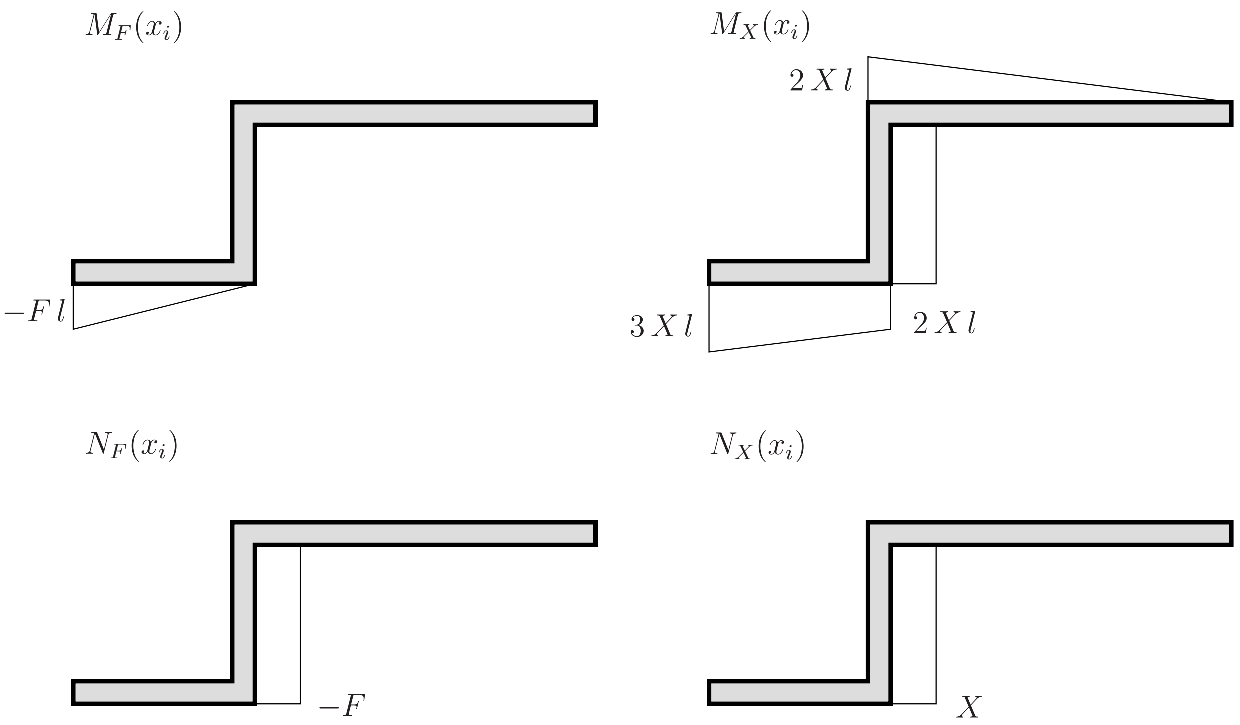
TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 3 (Seite 4 von 5)



Berechnen Sie die statisch überzählige Kraft X. Tragen Sie dazu die wichtigsten Zwischenschritte sowie das endgültige Ergebnis in das **Kästchen auf der nachfolgenden Seite** ein. Es ist darauf zu achten, dass der Lösungsweg schlüssig und vollständig dargestellt wird. (**5,0 Punkte**)

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 3 (Seite 5 von 5)

Lösung zu Aufgabenteil b):