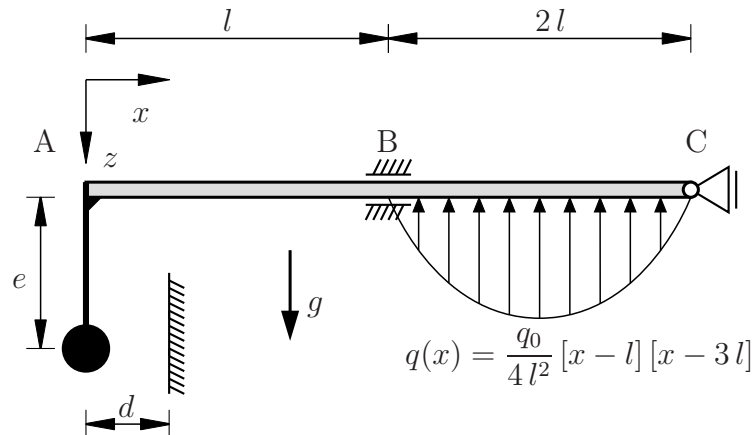


**Aufgabe 1** (Seite 1 von 3)

Ein masseloser, dehnstarrer Balken (Biegesteifigkeit  $EI$ ) wird im Schwerfeld der Erde durch eine Streckenlast  $q(x)$  belastet. Im Punkt A ist ein starrer, masseloser Stab mit einer Masse (Radius  $r$ , Gewichtskraft  $G = 3q_0 l$ ) am Ende rechtwinklig angeschweißt.



Die in positive  $x$ - $z$ -Koordinatenrichtung angenommenen Lagerreaktionen in den Punkten B und C wurden bereits bestimmt zu

$$B_z = -\frac{8}{3} q_0 l, \quad M_B = -\frac{10}{3} q_0 l^2, \quad C_x = 0.$$

a)

Berechnen Sie die Funktion der Biegelinie des Balkens zwischen den Punkten A und B. Sie dürfen **zwei** der dabei auftretenden Konstanten unbestimmt lassen. Geben Sie dazu nachfolgend die wichtigsten Zwischenschritte sowie das endgültige Ergebnis an. Es ist darauf zu achten, dass der Lösungsweg schlüssig und vollständig dargestellt wird.

**(2,0 Punkte)**

**Aufgabe 1** (Seite 2 von 3)

b)

Geben Sie alle **dynamischen** Rand- und Übergangsbedingungen am Punkt B an, die zur eindeutigen Bestimmung der Biegelinie verwendbar sind. Machen Sie kenntlich, auf welchen Bereich sich die verwendeten Funktionen beziehen. **(2,0 Punkte)**

c)

Geben Sie nun alle **kinematischen** Rand- und Übergangsbedingungen an, die zur eindeutigen Bestimmung der Biegelinien  $w_i(x)$  erforderlich sind. Machen Sie kenntlich, auf welchen Bereich sich die verwendeten Funktionen beziehen. **(1,0 Punkte)**

d)

Für dieselbe Tragwerk-Konstruktion unter einer abweichenden und nicht näher spezifizierten Belastung sei die Biegelinie  $w(x)$  durch

$$w(x) = \frac{q_0}{EI} \left[ \frac{7x^5}{60l} + \frac{2x^3l}{27} - \frac{13xl^3}{24} + \frac{7l^4}{4} \right]$$

gegeben. Rechts des Punktes A soll im Abstand  $d$  eine Wand aufgestellt werden. Wie groß müsste in diesem Fall der Abstand  $d$  mindestens sein, sodass die Masse (Radius  $r$ ) die Wand nicht berührt. **(1,5 Punkte)**

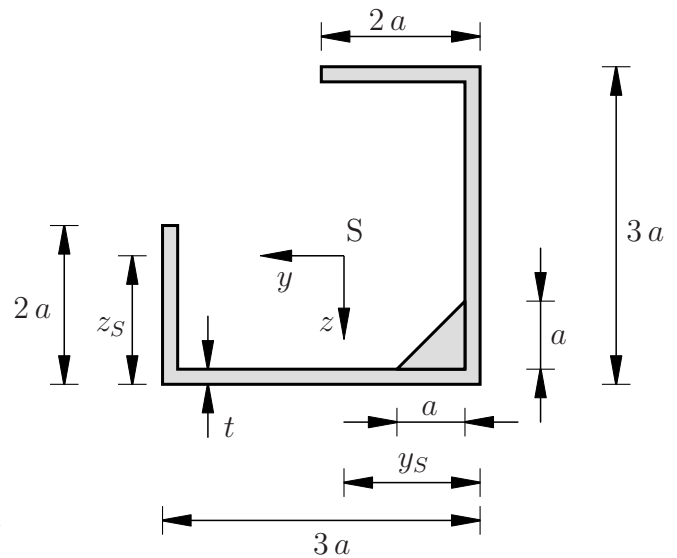
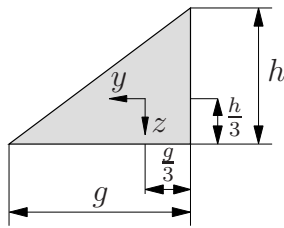
**Aufgabe 1** (Seite 3 von 3)

e)

Gegeben ist das Profil eines dünnwandigen Trägers, welches durch ein rechtwinkliges Dreieck verstärkt wurde. Der Träger besitzt eine konstante Profildicke  $t \ll a$ . Der Schwerpunkt S des Trägers sei bekannt und durch die Abstände  $y_S$  und  $z_S$  gegeben. Die weiteren Abmessungen sind der Zeichnung zu entnehmen.

**Hinweis:** Die Flächenträgheitsmomente für ein wie folgt dargestelltes rechtwinkliges Dreieck sind:

$$I_y = \frac{g h^3}{36}, \quad I_z = \frac{h g^3}{36}, \quad I_{yz} = -\frac{g^2 h^2}{72}.$$

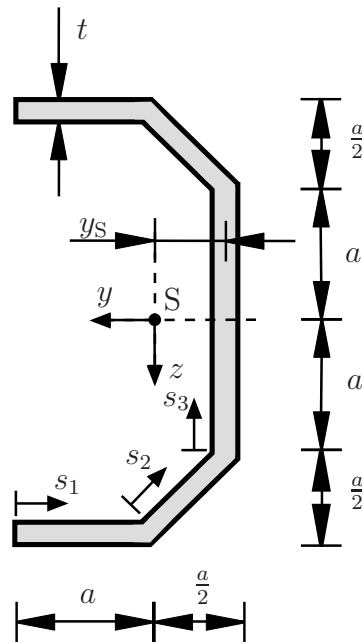


Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment  $I_y$  des Trägers bezüglich des gegebenen  $y$ - $z$ -Schwerpunktkoordinatensystems. Nutzen Sie aus, dass  $t \ll a$  gilt. Fassen Sie die Terme nicht zusammen. **(3,5 Punkte)**

$I_y =$

**Aufgabe 2** (Seite 1 von 5)

In dem unten dargestellten dünnwandigem Profil (Dicke  $t \ll a$ ) ist das Koordinatensystem im Schwerpunktpunkt S gegeben. Die Querkraft  $Q_z$  wirke im Schubmittelpunkt in  $z$ -Richtung.



a)

Berechnen Sie die statischen Momente  $S_y(s_1)$  bezüglich der Koordinate  $s_1$  für den Teilbereich  $0 \leq s_1 \leq a$  und  $S_y(s_2)$  bezüglich der Koordinate  $s_2$  für den Teilbereich  $0 \leq s_2 \leq \frac{a}{\sqrt{2}}$  des Profils. **(1,5 Punkte)**

$S_y(s_1) =$

$S_y(s_2) =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 2** (Seite 2 von 5)

b)

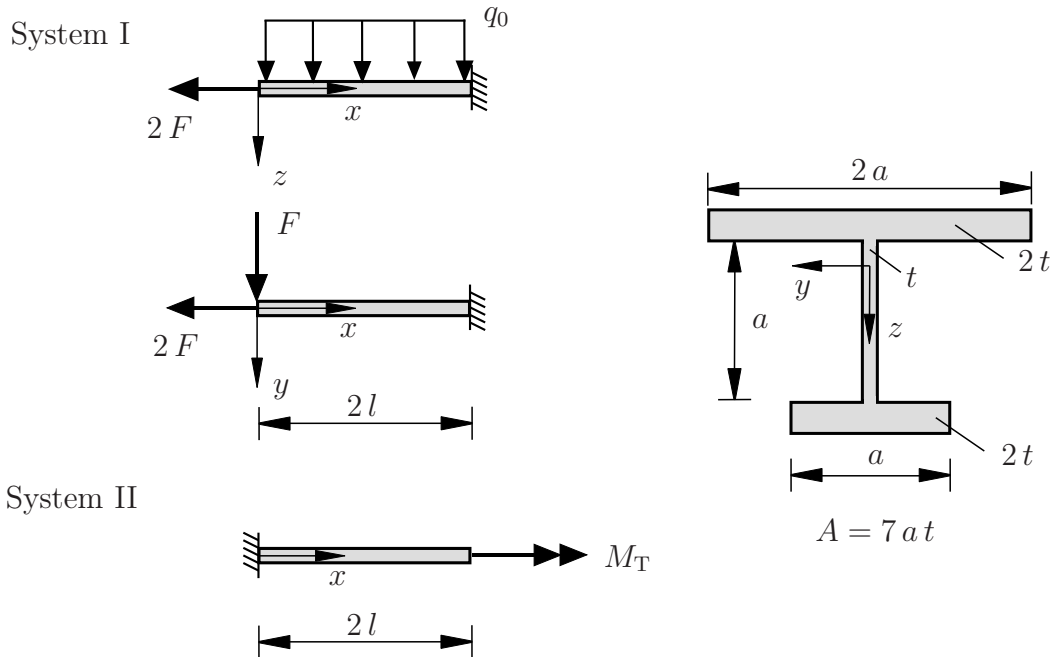
Bestimmen Sie den Schubmittelpunkt  $y_m$  für das Profil bei gegebener Belastung  $Q_z$  und gegebenem Flächenträgheitsmoment  $I_y$  **ohne** die statischen Momente zu spezifizieren. Geben Sie die wichtigsten Zwischenschritte ebenfalls im nachfolgenden Kästchen ein.

**(2,5 Punkte)**



**Aufgabe 2** (Seite 3 von 5)

Es soll nun der nachfolgende Träger mit dünnwandigen Profil (Dicke  $t \ll a$ ) hinsichtlich verschiedener dreidimensionaler Belastungen untersucht werden. Der Flächeninhalt beträgt  $A = 7 a t$ .



c)  
 Berechnen Sie den Normalspannungsverlauf als Funktion von  $x, y, z$  für die gegebene Belastung des Systems I, wobei die Flächenträgheitsmomente  $I_y$  und  $I_z$  gegeben sind.  
**(1,5 Punkte)**

**Aufgabe 2** (Seite 4 von 5)

d)

Leiten Sie eine Bedingung für das Torsionsmoment  $M_T$  des Systems II her, sodass die zulässige Schubspannung  $\tau_{zul}$  nicht überschritten wird. **(1,0 Punkte)**

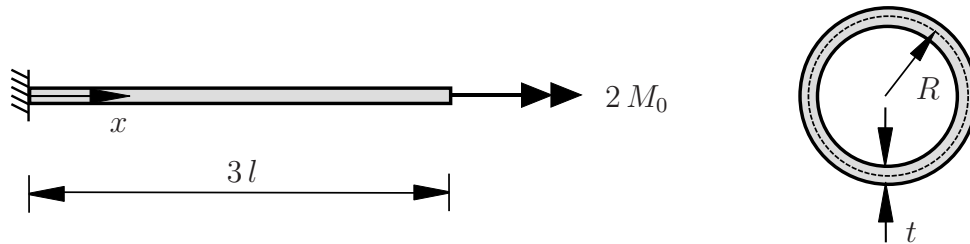
e)

Nennen Sie zwei Maßnahmen um das maximal zulässige Torsionsmoment zu erhöhen. **(1,0 Punkte)**

**Aufgabe 2** (Seite 5 von 5)

f)

Im Folgenden wird nun ein einseitig eingespanntes Rohr (Dicke  $t \ll R$ ) betrachtet, welches mit einem konstanten Torsionsmoment von  $2 M_0$  belastet wird.



Berechnen Sie die Verdrehung an der Stelle  $x = 3l$ . Der Schubmodul  $G$  sei bekannt.

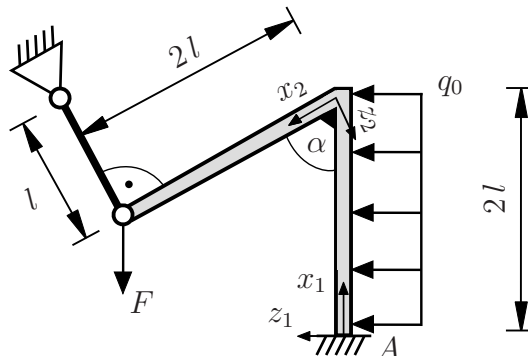
Bestimmen Sie zudem die Verdrehung an der Stelle  $x = 3l$ , wenn das Rohr im letzten Drittel einen Längsriss besitzt, dh. im letzten Drittel an einer Querschnittsstelle über die komplette Dicke  $t$  in  $x$ -Richtung geschlitzt ist. Geben Sie alle relevanten Zwischenschritte ebenfalls im folgenden Kästchen an. **(2,5 Punkte)**



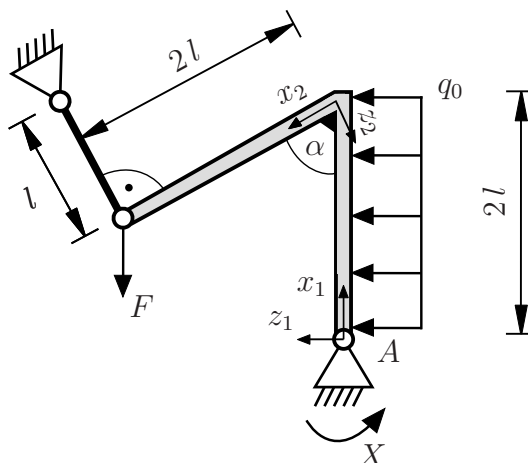
**Aufgabe 3** (Seite 1 von 4)

a)

Das nebenstehende, statisch unbestimmte System besteht aus einem Rahmen (Biegesteifigkeit  $EI$ , Dehnsteifigkeit  $EA_1$ ) und einem Stab (Dehnsteifigkeit  $EA_2$ ). Das System ist durch eine Kraft  $F$  und durch eine konstante Streckenlast mit dem Betrag  $q_0$  belastet. Die Lagerung des Systems sowie alle Abmessungen sind der Skizze zu entnehmen.



Ein statisch bestimmtes Ersatzsystem ist in der nebenstehenden Abbildung dargestellt. Dabei wurde die feste Einspannung in A durch ein Festlager ersetzt und das statisch überzählige Moment  $X$  eingeführt.

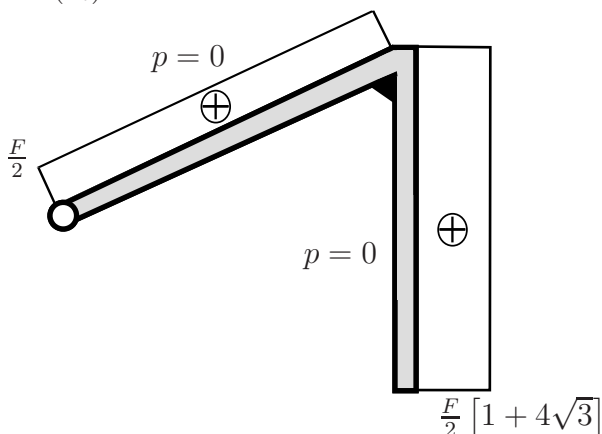


Im Folgenden wird der Zusammenhang  $q_0 = \frac{2F}{l}$  für die Streckenlast angenommen und der Winkel zu  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  festgelegt. Unter Berücksichtigung dieser Angaben ist die Stabkraft  $S_F$  für das „0“-System (für  $X = 0$  und  $F \neq 0$ ) sowie  $S_X$  für das „1“-System (für  $F = 0$  und  $X \neq 0$ ) zu

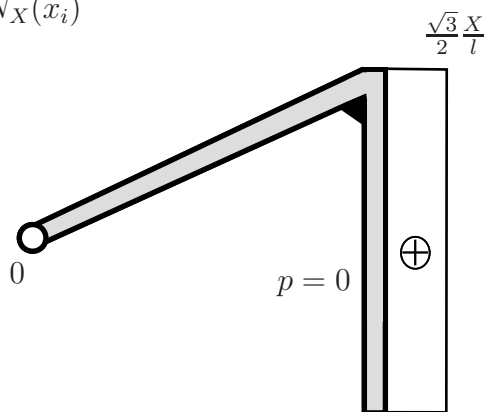
$$S_F = F [4 + \sqrt{3}], \quad S_X = \frac{X}{l}$$

berechnet worden. Die grafische Darstellung der Normalkraft- und Biegemomentenverläufe ergibt sich für die beiden Systeme zu

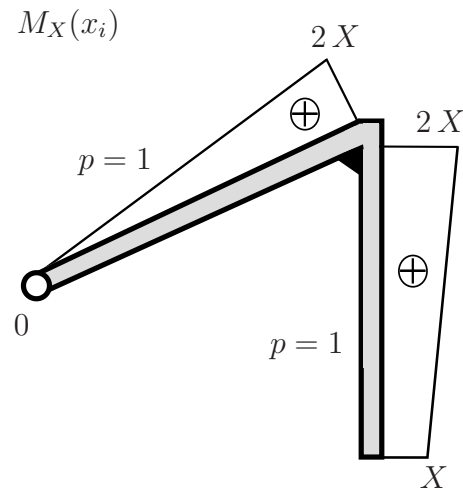
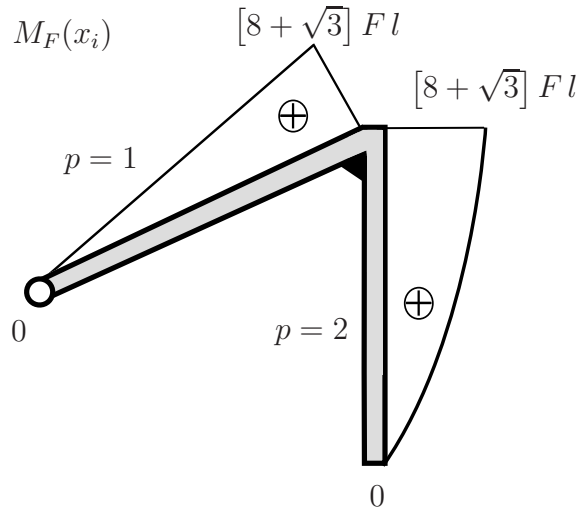
$N_F(x_i)$



$N_X(x_i)$



**Aufgabe 3** (Seite 2 von 4)



Berechnen Sie mithilfe dieser Verläufe die statisch überzählige Kraft  $X$ . Beiträge aus Schubverformung sind in diesem Aufgabenteil zu vernachlässigen. Tragen Sie die wichtigsten Zwischenschritte sowie das endgültige Ergebnis in das nachfolgende Kästchen ein. Es ist darauf zu achten, dass der Lösungsweg schlüssig und vollständig dargestellt wird. Die Ergebnisse sollen **nicht** vereinfacht werden. **(5,5 Punkte)**

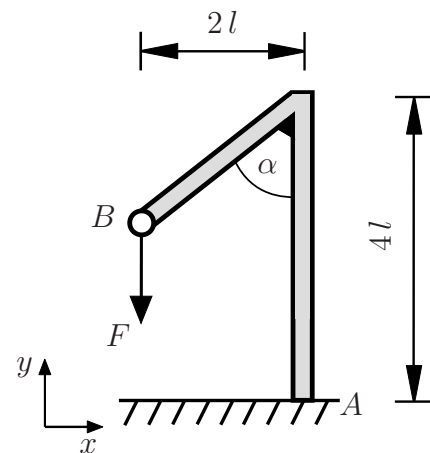
**Aufgabe 3** (Seite 3 von 4)

b)

In der nebenstehenden Skizze ist ein anderes System dargestellt, welches aus einem **dehnstarren** Rahmen (Biegesteifigkeit  $EI$ ) besteht. Alle Abmessungen sind der Skizze zu entnehmen. Das System wird durch die vertikale Kraft  $F$  im Punkt  $B$  belastet. Die in positive Koordinatenrichtung angenommenen Lagerreaktionen im Punkt  $A$  wurden bereits zu

$$A_x = 0, \quad A_y = F, \quad M_A = -2Fl$$

bestimmt. Beiträge aus Schubverformung sind in diesem Aufgabenteil zu vernachlässigen.



**Aufgabe 3** (Seite 4 von 4)

Bestimmen Sie die im dargestellten System gespeicherte Formänderungsenergie  $\Pi$  in Abhängigkeit der gegebenen Größen. **(2,5 Punkte)**

Berechnen Sie den Betrag  $u_F$ , um welchen sich der Kraftangriffspunkt in Richtung der Kraft  $F$  verschiebt. **(0,5 Punkte)**

Bestimmen Sie, wie groß der Betrag der Kraft  $F$  maximal sein darf, sodass der Abstand zwischen Punkt  $B$  und dem Boden den Wert  $d_{\min}$  nicht unterschreitet. **(1,0 Punkte)**

Für das System soll nun ein anderes Material mit kleinerem E-Modul verwendet werden. Mit welcher konstruktiven Maßnahme könnte man die zuvor genannte Bedingung, dass der Abstand zwischen Punkt  $B$  und dem Boden den Wert  $d_{\min}$  nicht unterschreitet, dennoch erfüllen? Die Kraft  $F$  sowie die geometrischen Größen  $l$  und  $\alpha$  sollen dabei unverändert bleiben. **(0,5 Punkte)**