




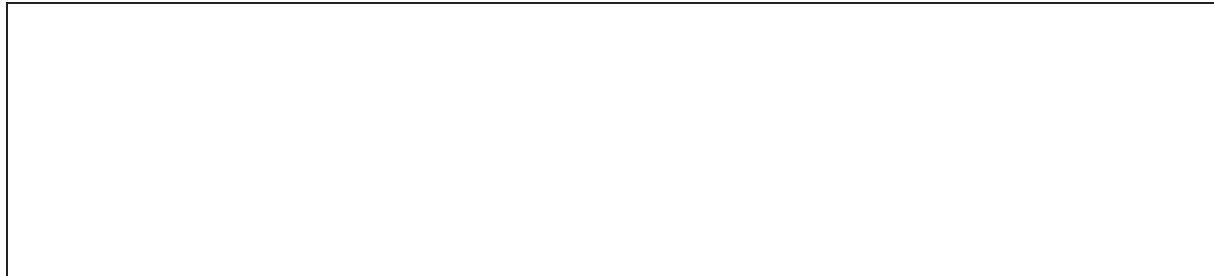
**Aufgabe 1** (Seite 2 von 4)

c)

Dieselbe Rahmen-Konstruktion erfährt nun eine abweichende und nicht näher spezifizierte Belastung. Die Biegelinie  $w_2(x_2)$  zwischen den Punkten B und C sei für diesen Fall durch

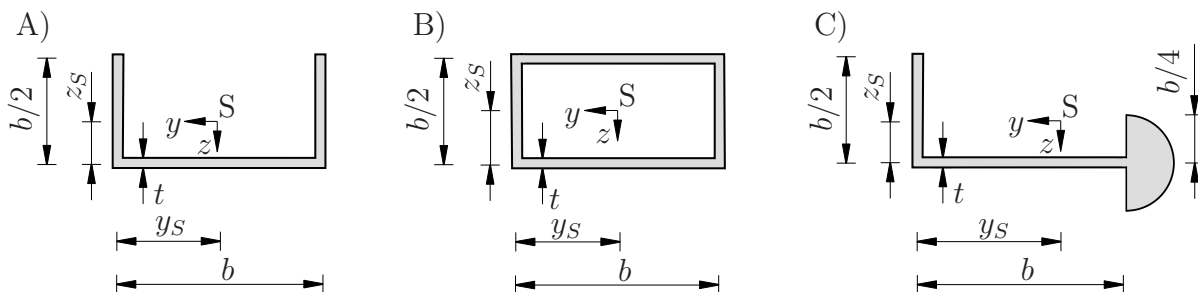
$$w_2(x_2) = \frac{q_0}{360 EI} \left[ \frac{1}{l^2} [x_2 - l]^6 + 26 l^3 x_2 + 180 l^2 \frac{EI}{EA} - l^4 \right]$$

gegeben. Geben Sie an, wie groß die Belastung  $q_0$  maximal sein darf, damit die Durchbiegung des Balkens im Punkt C den Wert  $d_{\max}$  nicht überschreitet. **(0,5 Punkte)**

**Aufgabe 1** (Seite 3 von 4)

d)

Für die Konstruktion des Rahmens stehen drei unterschiedliche, dünnwandige Profile (A,B,C) mit konstanter Dichte zur Verfügung, welche in der nachfolgenden Abbildung dargestellt sind. Die Abmessungen sind der Zeichnung zu entnehmen ( $t \ll b$ ). Zur Auswahl des Profils sollen zwei Kriterien herangezogen werden: Der Rahmen soll sich **ausschließlich um die  $y$ -Achse** biegen und die Durchbiegung soll **möglichst gering** sein. Welches Profil sollte gewählt werden, um beide Kriterien bestmöglich zu erfüllen? Es wird dabei angenommen, dass die Belastung in der Mitte des horizontalen Profilabschnitts (Breite  $b$ ) angreift. Begründen Sie ihre Wahl. (1,0 Punkte)



Ausgewähltes Profil:

Begründung:

**Aufgabe 1** (Seite 4 von 4)

e)

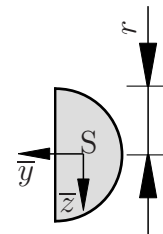
Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment  $I_y$  des Profils C bezüglich des  $y$ - $z$ -Schwerpunktkoordinatensystems, welches in Aufgabenteil d) vorgegeben ist. Die Lage des Gesamtschwerpunktes sei durch  $y_S, z_S$  bekannt. Fassen Sie einzelne Terme nicht zusammen. (2,5 Punkte)

**Hinweis:**

Für das Flächenträgheitsmoment eines Halbkreises gilt

$$I_{\bar{y}} = \frac{\pi r^4}{8}$$

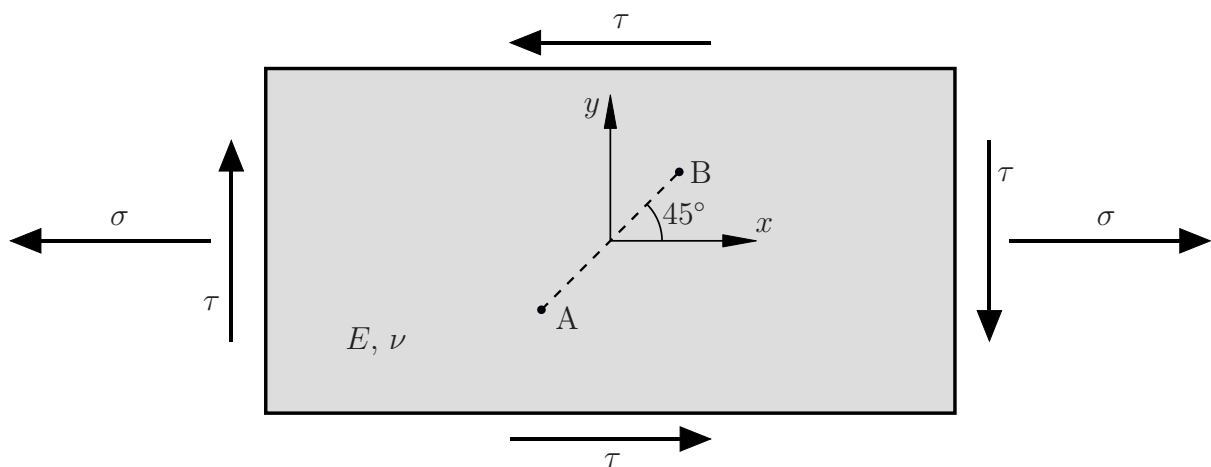
in Bezug auf die Angaben in der nebenstehenden Skizze.



$$I_y =$$

**Aufgabe 2** (Seite 1 von 5)

Der hier dargestellte Ausschnitt eines Körpers wird durch eine Schubspannung  $\tau$  sowie eine Normalspannung  $\sigma$  belastet. Für das System kann ein ebener Spannungszustand angenommen werden. Das Material kann mit einem isotropen linearen Materialmodell mit dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Querkontraktionszahl  $\nu$  beschrieben werden. Des Weiteren ist die Linie  $\overline{AB}$  gegeben, welche die Punkte A und B verbindet und einen Winkel von  $45^\circ$  zur  $x$ -Koordinate aufweist.



a)

Berechnen Sie den Verzerrungszustand  $\varepsilon$  des Systems bezogen auf das gegebene  $x$ - $y$ - $z$ -Koordinatensystem. (2,0 Punkte)

$$[\varepsilon]_{x,y,z} =$$

**Aufgabe 2** (Seite 2 von 5)

Berechnen Sie die relative Längenänderung  $\varepsilon_{AB}$  der Linie  $\overline{AB}$ . **(1,5 Punkte)**

$$\varepsilon_{AB} =$$

Wie groß muss die Normalspannung  $\sigma$  in Abhängigkeit der Schubspannung  $\tau$  sein, damit die Linie  $\overline{AB}$  ihre Länge nicht ändert. **(1,0 Punkte)**

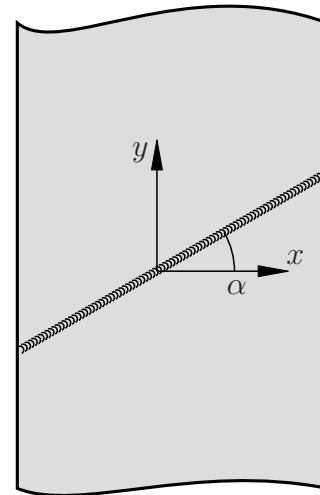
$$\sigma(\tau) =$$

**Aufgabe 2** (Seite 3 von 5)

b)

Bei einer Konstruktion sollen zwei Bleche durch eine Schweißnaht verbunden werden. Durch eine numerische Simulation ist bekannt, dass der Spannungszustand bezogen auf ein  $x$ - $y$ -Koordinatensystem an der Stelle der Schweißnaht gegeben ist als

$$[\sigma]_{x,y} = \begin{bmatrix} 20 & -5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$



Dabei wurde ein ebener Spannungszustand angenommen. Im Laufe der Entwicklung kommt nun die Frage auf, in welchem Winkel die Schweißnaht zu setzen ist.

Ein erster Vorschlag ist, die Schweißnaht unter einem Winkel von  $30^\circ$  bezüglich der  $x$ -Koordinate anzubringen. Welche Normalspannung  $\sigma_{30^\circ}$  (senkrecht zur Schweißnaht) und Schubspannung  $\tau_{30^\circ}$  würden dann auf die Schweißnaht wirken? **(1,5 Punkte)**

$$\sigma_{30^\circ} =$$

$$\tau_{30^\circ} =$$

**Aufgabe 2** (Seite 4 von 5)

Es kann angenommen werden, dass die Schubspannung in Richtung der Schweißnaht ausschlaggebend für die Auslegung der Schweißnaht ist. Unter welchem Winkel  $\alpha$  würden Sie die Schweißnaht setzen? Geben Sie auch eine kurze Begründung an. **(1,5 Punkte)**

$\alpha =$

c)

In einem kartesischen Koordinatensystem mit Koordinaten  $x, y, z$  sei das folgende ebene Verschiebungsfeld gegeben.

$$\mathbf{u}(x, y) = \frac{u_0}{l^2} [(2x^2 + xy) \mathbf{e}_x + y^2 \mathbf{e}_y]$$

Berechnen Sie den Verzerrungszustand  $\boldsymbol{\varepsilon}$  bezogen auf das gegebene Koordinatensystem. **(1,0 Punkte)**

$[\boldsymbol{\varepsilon}]_{x,y} =$



**Aufgabe 2** (Seite 5 von 5)

d)

In einem weiteren System sei der Spannungszustand bezogen auf ein kartesisches Koordinatensystem mit Koordinaten  $x, y, z$  bekannt als

$$[\boldsymbol{\sigma}]_{x,y,z} = \frac{\sigma_0}{l^2} \begin{bmatrix} x^2 + y^2 & 2xy & 0 \\ 2xy & 2y^2 + l^2 & 0 \\ 0 & 0 & -z^2 \end{bmatrix}.$$

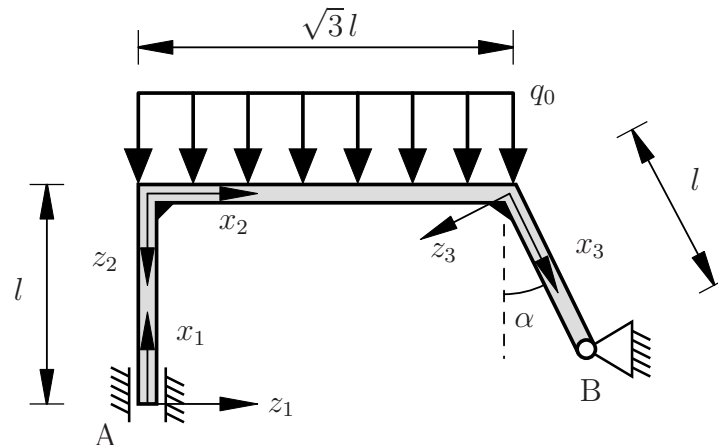
Bestimmen Sie die Volumenkraft  $\boldsymbol{f}$ , welche zum gegebenen Spannungszustand geführt hat. **(1,5 Punkte)**

 $\boldsymbol{f} =$

**Aufgabe 3** (Seite 1 von 6)

a)

Das untenstehende, statisch unbestimmte Rahmensystem (Biegesteifigkeit  $EI$ , Dehnsteifigkeit  $EA$ ) ist durch eine konstante Streckenlast mit dem Betrag  $q_0$  belastet. Die Lagerung des Rahmens ist der Skizze zu entnehmen.



Auch an statisch unbestimmten Systemen lassen sich unter Umständen bestimmte Reaktionskräfte direkt bestimmen. Beschreiben Sie kurz (ohne Rechnung) welche Reaktionskräfte dieses Systems direkt berechnet werden können (Winkel  $\alpha$  im Bereich  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ). Gibt es einen Winkel  $\alpha$  für den sich weitere Reaktionskräfte des unbestimmten Systems direkt bestimmen lassen? Begründen Sie. **(1,5 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 3** (Seite 2 von 6)

b)

Zeichnen Sie ein statisch bestimmtes Ersatzsystem, welches sich ergibt, wenn das Festlager in B durch ein Loslager ersetzt wird. Geben Sie zudem die Kompatibilitätsbedingung an, welche sich im Lager B ergibt. Nutzen Sie dafür die vorgegebene Koordinate  $x_3$  für den rechten Rahmenabschnitt. Die zugehörige Biegelinie sei mit  $w(x_3)$  bezeichnet.

**(1,0 Punkte)**

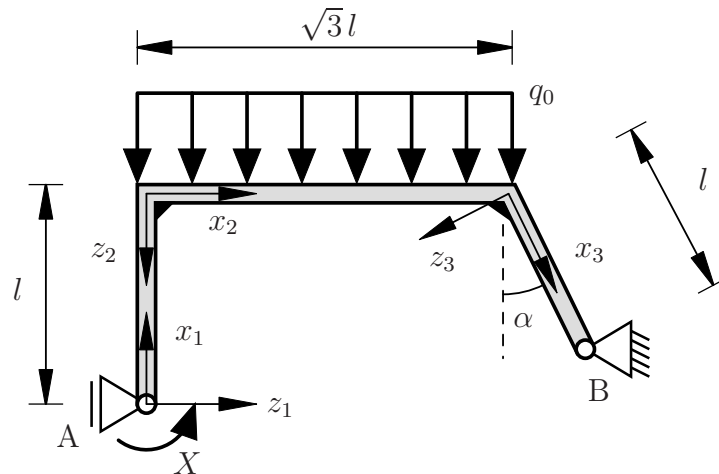
Skizze:

Kompatibilitätsbedingung:

**Aufgabe 3** (Seite 3 von 6)

c)

Ein alternatives Ersatzsystem ist in der untenstehenden Abbildung dargestellt. Dabei wurde die Schiebehülse in A durch ein Loslager ersetzt und das statisch überzählige Moment  $X$  eingeführt. Beiträge aus Schubverformung sind zu vernachlässigen.



Die Funktionen der Normalkräfte und Biegemomente sind für dieses System, unter der Annahme von  $\alpha = 60^\circ$ , wie folgt vorgegeben:

in Abhängigkeit von  $X$  für  $q_0 = 0$ :

$$N_X(x_1) = 0$$

$$N_X(x_2) = \frac{2X}{l}$$

$$N_X(x_3) = \frac{\sqrt{3}X}{l}$$

$$M_X(x_1) = -X + \frac{2Xx_1}{l}$$

$$M_X(x_2) = X$$

$$M_X(x_3) = \frac{X}{l} [l - x_3]$$

in Abhängigkeit von  $q_0$  für  $X = 0$ :

$$N_q(x_1) = 0$$

$$N_q(x_2) = 6q_0l$$

$$N_q(x_3) = \frac{5}{2}\sqrt{3}q_0l$$

$$M_q(x_1) = 6q_0lx_1$$

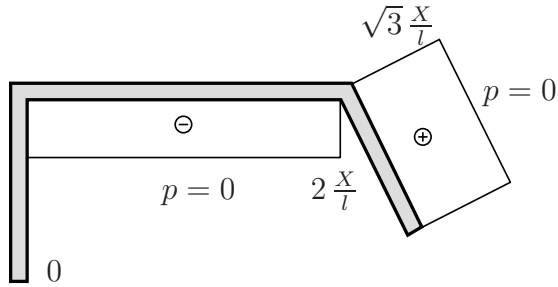
$$M_q(x_2) = M_q(x_1 = l) - \frac{1}{2}q_0x_2^2$$

$$M_q(x_3) = \frac{9}{2}q_0l[l - x_3]$$

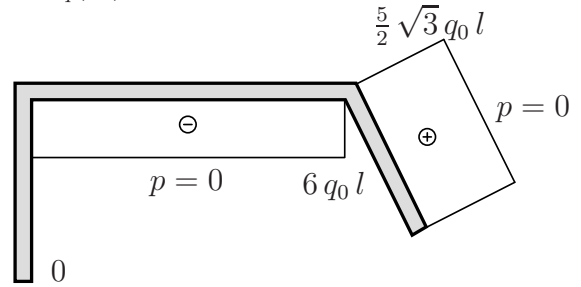
**Aufgabe 3** (Seite 4 von 6)

Die grafische Darstellung der Verläufe ergibt sich für  $\alpha = 60^\circ$  zu

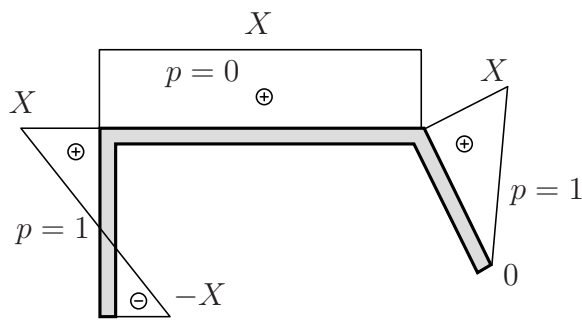
$N_X(x_i)$



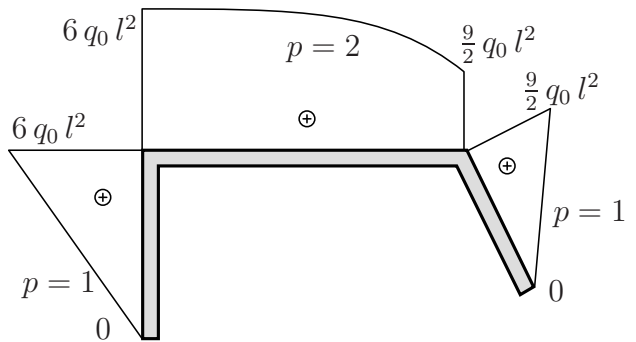
$N_q(x_i)$



$M_X(x_i)$



$M_q(x_i)$



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

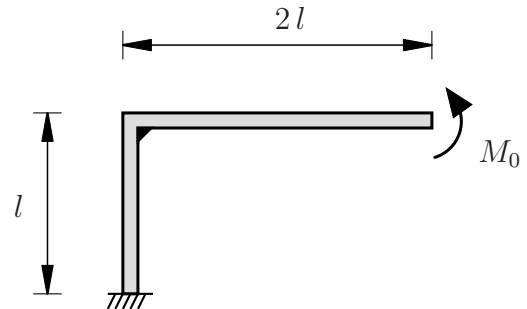
**Aufgabe 3** (Seite 5 von 6)

Berechnen Sie das statisch überzählige Moment  $X$ . Geben Sie dabei die wichtigsten Zwischenschritte sowie das endgültige Ergebnis an. Es ist darauf zu achten, dass der Lösungsweg schlüssig und vollständig nachvollziehbar dargestellt wird. Die Ergebnisse sollen **nicht** vereinfacht werden. **(4,5 Punkte)**

**Aufgabe 3** (Seite 6 von 6)

d)

Der dargestellte, dehnstarre Rahmen ( $EA \rightarrow \infty$ ) ist fest eingespannt und weist die Biegesteifigkeit  $EI$  auf. An seinem freien Ende wird der Balken durch ein Moment  $M_0$  belastet.



Bestimmen Sie die im dargestellten System gespeicherte Formänderungsenergie  $II$  in Abhängigkeit der gegebenen Größen. Beiträge aus Schubverformung sind zu vernachlässigen. **(2,0 Punkte)**

Bestimmen Sie den Betrag  $\varphi_M$ , um welchen sich der Endpunkt des Rahmens in Richtung des Moments verdreht. **(1,0 Punkte)**