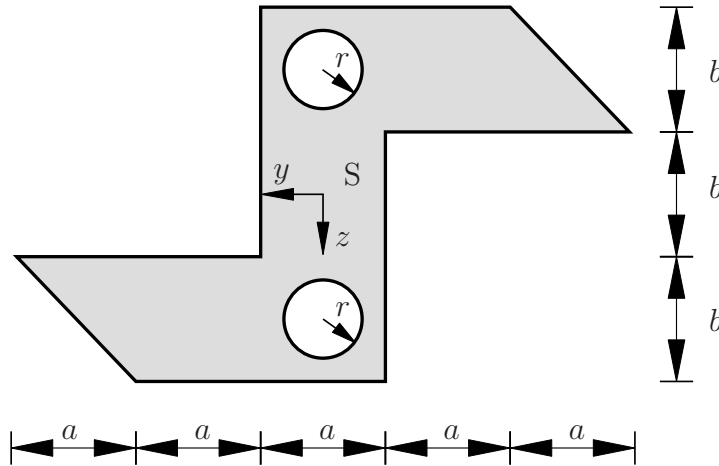


Aufgabe 1 (Seite 1 von 4)

a)

Gegeben ist das Profil eines Trägers mit den Abmessungen a und b . Das Profil beinhaltet zwei Bohrungen mit den Radien r .



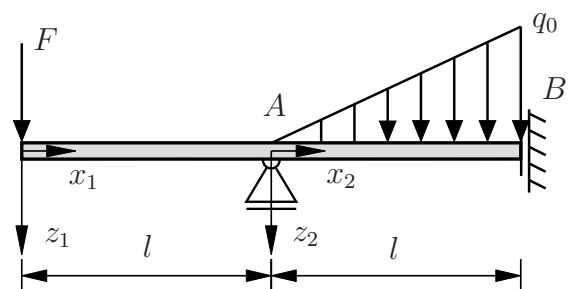
Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment I_y bezüglich des gegebenen y - z -Schwerpunktkoordinatensystems. Fassen Sie die einzelnen Terme **nicht** zusammen. (2,0 Punkte)

$I_y =$

b)

Der wie dargestellt gelagerte Balken (Länge $2l$, Biegesteifigkeit EI) wird durch eine linear verlaufende Streckenlast (Maximalwert q_0) und eine Einzelkraft ($F = q_0 l$) belastet. Die in positive x_1 - z_1 -Koordinatenrichtung angenommenen Lagerreaktionen wurden bereits bestimmt zu

$$A_{z_1} = -\frac{3}{2}q_0 l \quad B_{x_1} = 0 \quad M_{y_1,B} = -\frac{2}{3}q_0 l^2.$$



Aufgabe 1 (Seite 2 von 4)

Bestimmen sie die Biegemomentenverläufe $M_1(x_1)$ und $M_2(x_2)$ des Balkens bezüglich der vorgegebenen Koordinatensysteme. **(1,5 Punkte)**

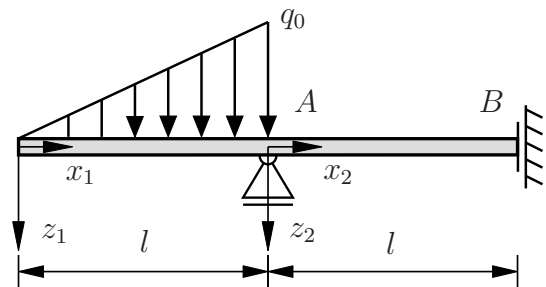
$$M_1(x_1) =$$

$$M_2(x_2) =$$

Für einen anderen Lastfall wurden die Biegemomentenverläufe bereits bestimmt:

$$M_1(x_1) = -\frac{1}{6} q_0 \frac{x_1^3}{l}$$

$$M_2(x_2) = -\frac{1}{6} q_0 l^2$$



Berechnen Sie die Funktionen der Biegelinien $w_1(x_1)$ für $0 \leq x_1 \leq l$ sowie $w_2(x_2)$ für $0 \leq x_2 \leq l$ für das gegebene System inklusive der Bestimmung aller Integrationskonstanten. Tragen Sie die wichtigsten Zwischenritte sowie das Ergebnis in das nachfolgende Kästchen ein (Fortsetzung des Kästchens auf der nächsten Seite). **(4,0 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: _____

Nachname: _____

Matr.-Nr.: _____

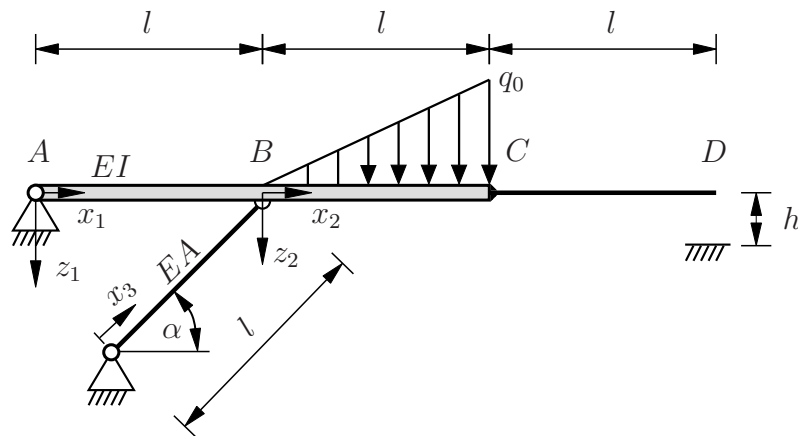
Aufgabe 1 (Seite 3 von 4)

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page below the header. It is intended for the student to write their solution to the task.

Aufgabe 1 (Seite 4 von 4)

c)

Das dargestellte System besteht aus einem dehnstarreren Balken (Biegesteifigkeit EI), welcher durch eine geneigte Pendelstütze mit der Dehnsteifigkeit EA gestützt wird. Am rechten Ende des Balkens ist ein starrer Stab angeschweißt. Die genauen Abmessungen sowie die lokalen Koordinatensysteme sind der Abbildung zu entnehmen.



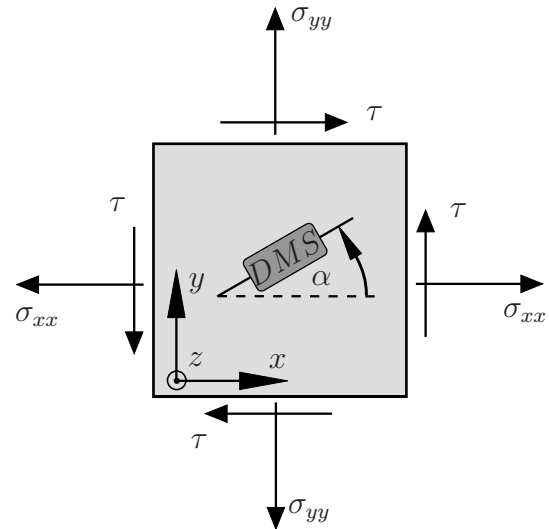
Geben sie die kinematischen Rand- und Übergangsbedingungen in **Punkt B** an, die zur vollständigen Bestimmung der Biegelinien $w_1(x_1)$ für $0 \leq x_1 \leq l$ sowie $w_2(x_2)$ für $0 \leq x_2 \leq l$ des horizontalen Balkens erforderlich sind. Die Ausdehnung $u(x_3)$ der Pendelstütze sei bekannt. **(1,5 Punkte)**

Für den Fall, dass die Pendelstütze ebenfalls dehnstarr ist ($EA \rightarrow \infty$), seien die Biegelinien $w_1(x_1)$ und $w_2(x_2)$ bereits bekannt. Wie groß müsste für diesen Fall der Abstand h mindestens sein, sodass das Ende des angeschweißten Stabes im Punkt D nicht den Boden berührt. **(1,0 Punkte)**

Aufgabe 2 (Seite 1 von 4)

a)

Die nebenstehende Skizze zeigt eine dünne Scheibe, welche durch die Normalspannungen $\sigma_{xx} = 180 \text{ MPa}$, $\sigma_{yy} = -60 \text{ MPa}$ und eine unbekannte Schubspannung τ belastet wird. Auf der Scheibe ist ein Dehnungsmessstreifen im Winkel von $\alpha = 30^\circ$ angebracht, welcher die Dehnung $\varepsilon_{DMS} = 10^{-3}$ misst. Das Material der Scheibe weist einen Elastizitätsmodul $E = 200000 \text{ MPa}$ und eine Querkontraktionszahl $\nu = 1/3$ auf. Das Materialverhalten kann mit einem isotropen, elastischen Materialmodell beschrieben werden. Der Spannungs- und Verzerrungszustand in der Scheibe ist homogen.



Berechnen Sie die resultierenden Verzerrungen ε_{xx} und ε_{yy} im x - y - z -Koordinatensystem. **(1,0 Punkte)**

$$\varepsilon_{xx} =$$

$$\varepsilon_{yy} =$$

Geben Sie die Verzerrungen ε_{xy} , ε_{zz} im x - y - z -Koordinatensystem an. **(1,5 Punkte)**

$$\varepsilon_{xy} =$$

$$\varepsilon_{zz} =$$

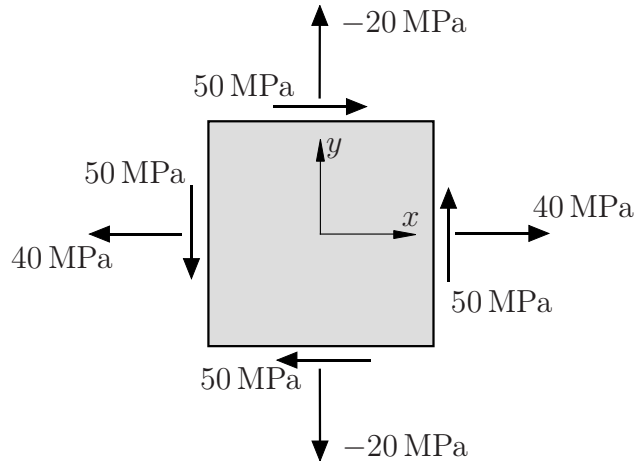
Bestimmen Sie die Schubspannung τ wie in der Zeichnung oben angetragen. **(1,0 Punkte)**

$$\tau =$$

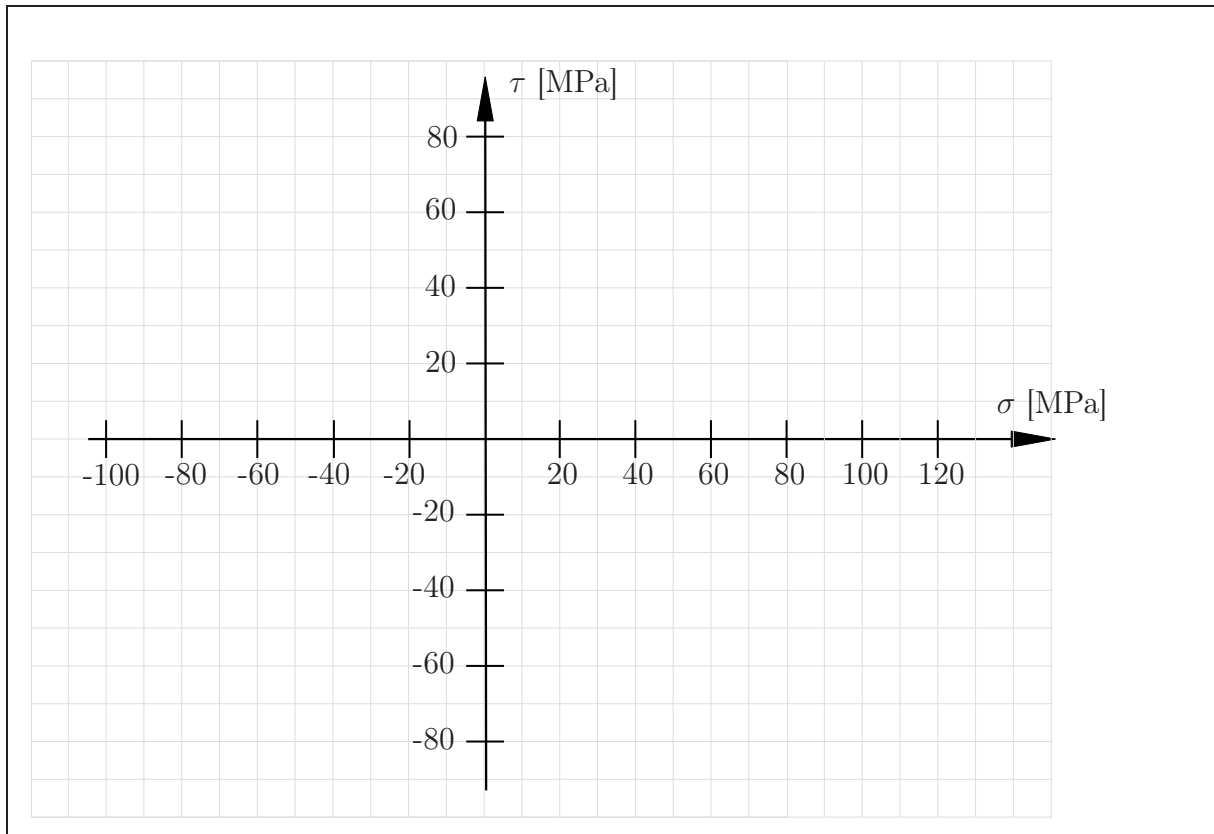
Aufgabe 2 (Seite 2 von 4)

b)

Ein dünnes Blech wird wie in der nachfolgenden Skizze dargestellt durch die Spannungen in der Ebene belastet.



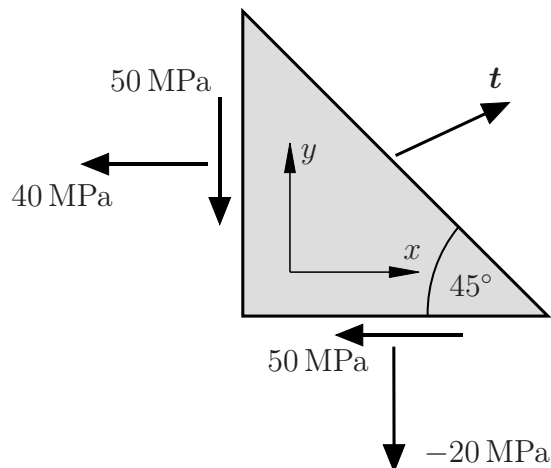
Konstruieren Sie den Mohrschen Spannungskreis durch die oben gegebenen Werte zeichnerisch und tragen Sie nachfolgend die exakten Werte für σ_1 , σ_2 und τ_{max} in den Graphen ein. **(2,0 Punkte)**



Aufgabe 2 (Seite 3 von 4)

c)

Das dünne Blech aus b) wird im Folgenden wie nachfolgend skizziert in einem 45°-Winkel aufgeschnitten.



Berechnen Sie den resultierenden Spannungsvektor \mathbf{t} im x - y -Koordinatensystem.
(1,0 Punkte)

$$[\mathbf{t}]_{x,y} =$$

d)

Für ein anderes System wurde der Spannungstensor bezogen auf ein kartesisches x - y - z -Koordinatensystem zu

$$[\boldsymbol{\sigma}]_{x,y,z} = \frac{\sigma_0}{l^2} \begin{bmatrix} 2x^2 + 7za - 6a^2 & 0 & 4z^2 - 3xa \\ 0 & 3yz & 0 \\ 4z^2 - 3xa & 0 & -2z^2 \frac{x}{a} \end{bmatrix} \text{MPa}$$

bestimmt. Geben Sie eine Volumenkraft \mathbf{f} an, so dass sich das System lokal im statischen Gleichgewicht befindet.
(1,5 Punkte)

$$[\mathbf{f}]_{x,y,z} =$$

Aufgabe 2 (Seite 4 von 4)

e)

Zu einem System sei das Verschiebungsfeld im x - y - z -Koordinatensystem mit

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \frac{u_0}{l^2} [(3xz + x^2)\mathbf{e}_x - 3y^2\mathbf{e}_y + (5xz - 2z^2)\mathbf{e}_z]$$

gegeben.

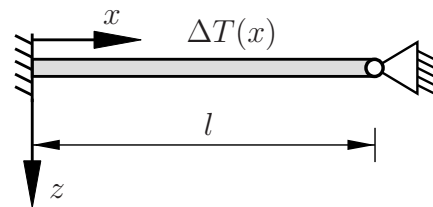
Geben Sie den resultierenden Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ im x - y - z -Koordinatensystem an.
(2,0 Punkte)

$$[\boldsymbol{\varepsilon}]_{x,y,z} =$$

Aufgabe 3 (Seite 1 von 4)

a)

Der nebenstehende, statisch unbestimmt gelagerte Stab (Elastizitätsmodul E , Flächenträgheitsmoment I , Querschnittsfläche A und Wärmdeausdehnungskoeffizient α_T) erfährt eine Temperaturänderung $\Delta T(x) = \Delta T_0 \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$. Der Stab ist für $\Delta T_0 = 0$ spannungs- und verzerrungsfrei.

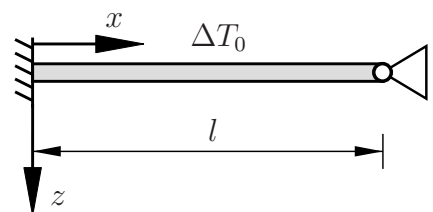


Berechnen Sie die Normalspannung σ im Stab, welche sich aufgrund der Temperaturänderung $\Delta T(x)$ ergibt. **(2,0 Punkte)**

$\sigma =$

b)

Das System aus a) wird nun modifiziert, indem das Festlager durch ein Loslager ersetzt wird, siehe Abbildung rechts. Die Temperaturänderung $\Delta T(x) = \Delta T_0$ sei außerdem konstant.



Berechnen Sie die kritische Temperatur $\Delta T_0 > 0$ bei welcher der Stab ausknickt. Geben Sie dabei die relevanten Gleichungen und Zwischenergebnisse an. **(2,0 Punkte)**

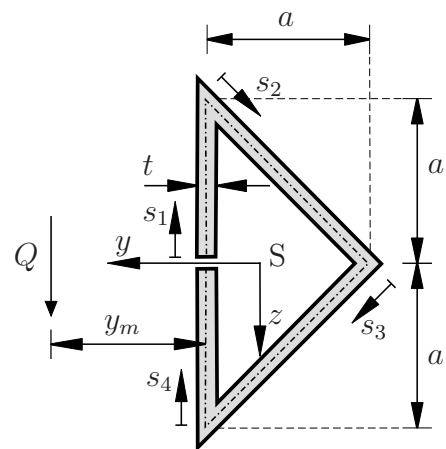
Aufgabe 3 (Seite 2 von 4)

c)

Beschreiben Sie kurz in eigenen Worten, warum ein statisch bestimmtes System nicht aufgrund einer Temperaturänderung ausknicken kann. **(1,0 Punkte)**

d)

In dem rechts dargestellten dünnwandigem Profil ($t \ll a$) ist das Koordinatensystem im Schwerpunkt S gegeben. Die Querkraft Q wirkt im Schubmittelpunkt in z -Richtung. Das Profil ist symmetrisch zur y -Achse.



Berechnen Sie die statischen Momente $S_y(s_1)$ bezüglich der Koordinate s_1 für den Teilbereich $0 \leq s_1 \leq a$ und $S_y(s_2)$ bezüglich der Koordinate s_2 für den Teilbereich $0 \leq s_2 \leq \sqrt{2}a$ des Profils. **(1,5 Punkte)**

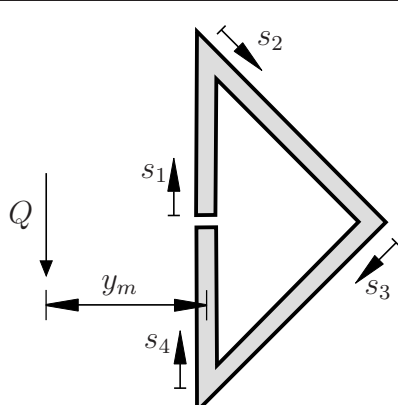
$S_y(s_1) =$

$S_y(s_2) =$

Aufgabe 3 (Seite 3 von 4)

Berechnen Sie die Schubspannung $\tau(s_2)$ im Bereich $0 \leq s_2 \leq \sqrt{2}a$ im Profil. Zeichnen Sie zusätzlich die **Richtung** der Schubspannung, für das gesamte Profil, in die nebenstehende Skizze ein. Nehmen Sie dazu an, dass das Flächenträgheitsmoment I_y bekannt ist. (1,0 Punkte)

$\tau(s_2) =$



The diagram shows a triangular profile with a vertical shear force Q acting downwards on the left side. A horizontal coordinate y_m is shown pointing to the right from the left edge. The profile is divided into four segments: s_1 (top horizontal edge), s_2 (right slanted edge), s_3 (bottom horizontal edge), and s_4 (left vertical edge). Arrows indicate the direction of shear stress on each segment.

Aufgabe 3 (Seite 4 von 4)

e)

Nehmen Sie im Folgenden an, dass die Spannungen in positive s_1, s_2 Richtung gegeben sind mit:

$$\tau(s_1) = \frac{Q}{I_y} (2s_1^2 - as_1) \qquad \tau(s_2) = \frac{Q}{I_y} \left(a^2 + \frac{2}{3}as_2 - \frac{3}{4}s_2^2 \right)$$

Berechnen Sie den Abstand y_m des Schubmittelpunktes, gemessen von der linken Profilmittellinie. Geben Sie dabei relevante Zwischenschritte an. **(2,5 Punkte)**