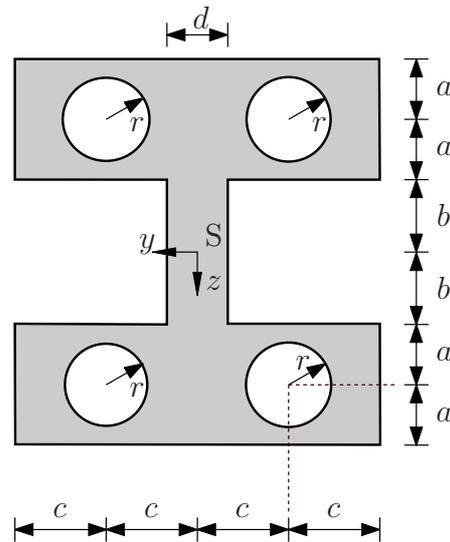


**Aufgabe 1** (Seite 1 von 4)

a)

Gegeben ist das abgebildete Profil eines Trägers.



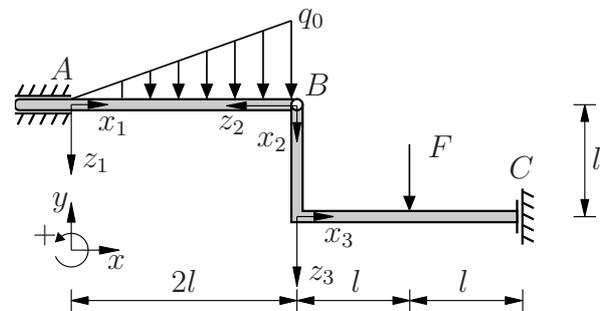
Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment  $I_y$  bezüglich des gegebenen  $y$ - $z$ -Schwerpunktkoordinatensystems in Abhängigkeit der gegebenen Größen. Fassen Sie die einzelnen Terme **nicht** zusammen. **(2,0 Punkte)**

$$I_y =$$

**Aufgabe 1** (Seite 2 von 4)

b)

Es wird nun das nebenstehend abgebildete System aus zwei gelenkig verbundenen Rahmen betrachtet, welches durch eine lineare Streckenlast mit Maximalwert  $q_0$  sowie eine Einzellast  $F = 2q_0l$  belastet wird. Die Auflagerreaktionen (bezogen auf das globale  $x$ - $y$ -Koordinatensystem) wurden bereits wie folgt bestimmt:



$$A_y = 3q_0l$$

$$M_A = \frac{16}{3}q_0l^2$$

$$C_x = 0$$

$$M_C = 2q_0l^2$$

Berechnen Sie die Momentenverläufe  $M_1(x_1)$  für  $0 \leq x_1 \leq 2l$  sowie  $M_3(x_3)$  für  $l \leq x_3 \leq 2l$ .  
(1,5 Punkte)

$$0 \leq x_1 \leq 2l :$$

$$M_1(x_1) =$$

$$l \leq x_3 \leq 2l :$$

$$M_3(x_3) =$$

Berechnen Sie die Funktionen der Biegelinien  $w_1(x_1)$  für  $0 \leq x_1 \leq 2l$  sowie  $w_3(x_3)$  für  $l \leq x_3 \leq 2l$  für das gegebene System. Auftretende Integrationskonstanten sollen hier *nicht* bestimmt werden.  
(1,5 Punkte)

$$0 \leq x_1 \leq 2l :$$

$$w_1(x_1) =$$

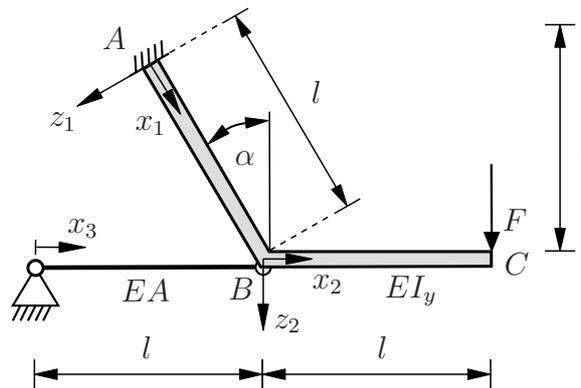
$$l \leq x_3 \leq 2l :$$

$$w_3(x_3) =$$

**Aufgabe 1** (Seite 3 von 4)

c)

Das dargestellte System besteht aus einem Balken (Biegesteifigkeit  $EI_y$ , Dehnsteifigkeit  $EA \rightarrow \infty$ ), welcher durch eine Pendelstütze mit der Dehnsteifigkeit  $EA$  gestützt wird. Die genauen Abmessungen sowie die lokalen Koordinatensysteme sind der Abbildung zu entnehmen.



Geben Sie die kinematischen Randbedingungen für die Biegelinie im Punkt  $A$  an. **(1,0 Punkte)**

Geben sie die kinematischen Rand- und Übergangsbedingungen im Punkt  $B$  an, die zur vollständigen Bestimmung der Biegelinien  $w_1(x_1)$  für  $0 \leq x_1 \leq l$  sowie  $w_2(x_2)$  für  $0 \leq x_2 \leq l$  des Balkens erforderlich sind. Die Verschiebung  $u(x_3)$  der Pendelstütze sei bekannt. **(1,5 Punkte)**

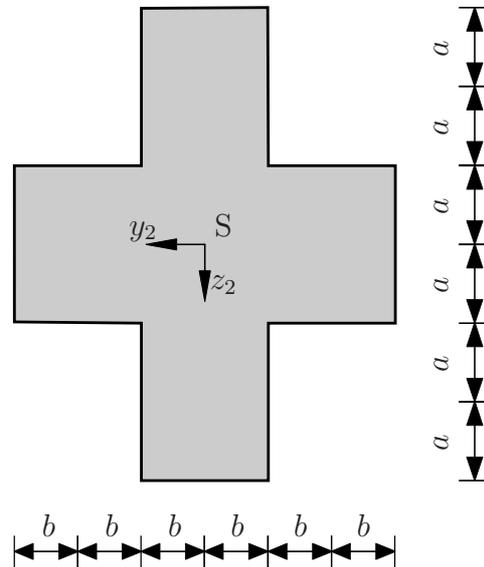
**Aufgabe 1** (Seite 4 von 4)

d)

In der rechten Skizze ist das Profil des Balkens aus Aufgabenteil 1c) zu sehen. Das Flächenträgheitsmoment  $I_y$  bezüglich des Schwerpunkts S ist gegeben. Weiterhin ist die Biegelinie für die Durchbiegung in  $z_2$ -Richtung im Bereich  $0 \leq x_2 \leq l$  mit

$$w_2(x_2) = \frac{F}{6EI_y}(x_2 - l)^3 + c_1x_2 + c_2$$

gegeben.



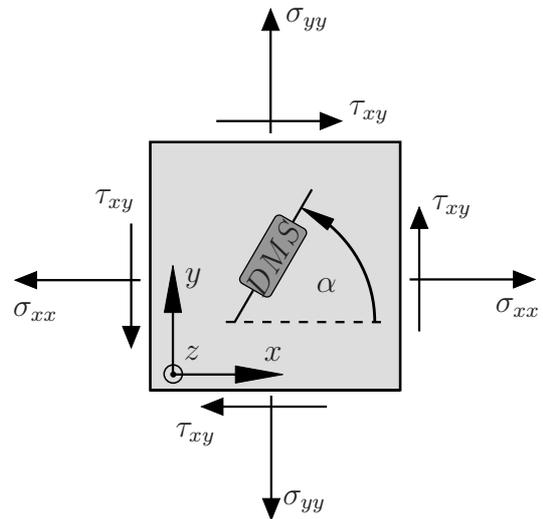
Bestimmen Sie die Normalspannung  $\sigma_{xx}$  in Abhängigkeit von  $(x_2, z_2)$  im Bereich  $0 \leq x_2 \leq l$ . Geben Sie dabei relevante Zwischenergebnisse an. **(1,0 Punkte)**

Bestimmen Sie den Betrag und die Koordinaten  $x_2, z_2$  der maximalen Normalspannung  $\sigma_{xx}$  in diesem Abschnitt des Balkens. Geben Sie dabei die relevanten Zwischenschritte an. **(1,5 Punkte)**

**Aufgabe 2** (Seite 1 von 4)

a)

Die nebenstehende Skizze zeigt eine dünne Scheibe, welche durch die Normalspannungen  $\sigma_{xx} = 60 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 120 \text{ MPa}$  und eine unbekannte Schubspannung  $\tau_{xy}$  belastet wird. Auf der Scheibe ist ein Dehnungsmessstreifen im Winkel von  $\alpha = 60^\circ$  angebracht, welcher die Dehnung  $\varepsilon_{DMS} = (1 + \sqrt{3})/125$  misst. Das Material der Scheibe weist einen Elastizitätsmodul  $E = 10.000 \text{ MPa}$  und eine Querkontraktionszahl  $\nu = 1/3$  auf. Das Materialverhalten kann mit einem isotropen, linearen Materialmodell beschrieben werden. Der Spannungs- und Verzerrungszustand in der Scheibe ist homogen, und es kann von einem ebenen Spannungszustand ausgegangen werden.



Berechnen Sie die resultierenden Verzerrungen  $\varepsilon_{xx}$  und  $\varepsilon_{yy}$  im  $x$ - $y$ - $z$ -Koordinatensystem.  
(1,0 Punkte)

$$\varepsilon_{xx} =$$

$$\varepsilon_{yy} =$$

Bestimmen Sie die Verzerrungen  $\varepsilon_{xy}$  im  $x$ - $y$ - $z$ -Koordinatensystem sowie die unbekannte Schubspannung  $\tau$ .  
(2,0 Punkte)

$$\varepsilon_{xy} =$$

$$\tau_{xy} =$$

**Aufgabe 2** (Seite 2 von 4)

b)

Zu einem System sei das Verschiebungsfeld im  $x$ - $y$ - $z$ -Koordinatensystem mit

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \frac{u_0}{l^2} \left[ (4xy + z^2)\mathbf{e}_x + (6x^2 - 2yz)\mathbf{e}_y + \frac{z^3}{l}\mathbf{e}_z \right]$$

gegeben.

Geben Sie den resultierenden Verzerrungstensor an.

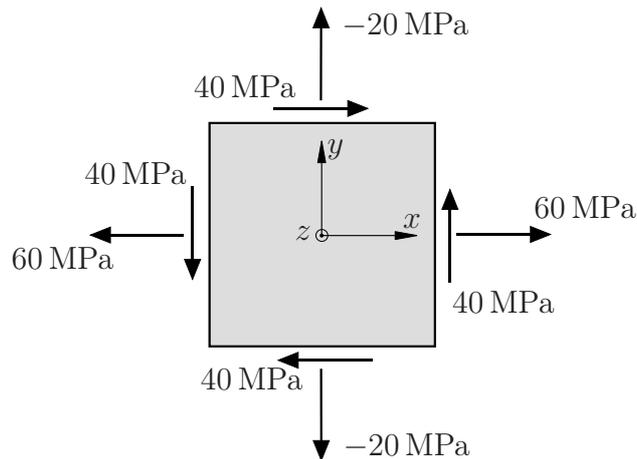
**(2,0 Punkte)**

$$[\boldsymbol{\varepsilon}]_{x,y,z} =$$

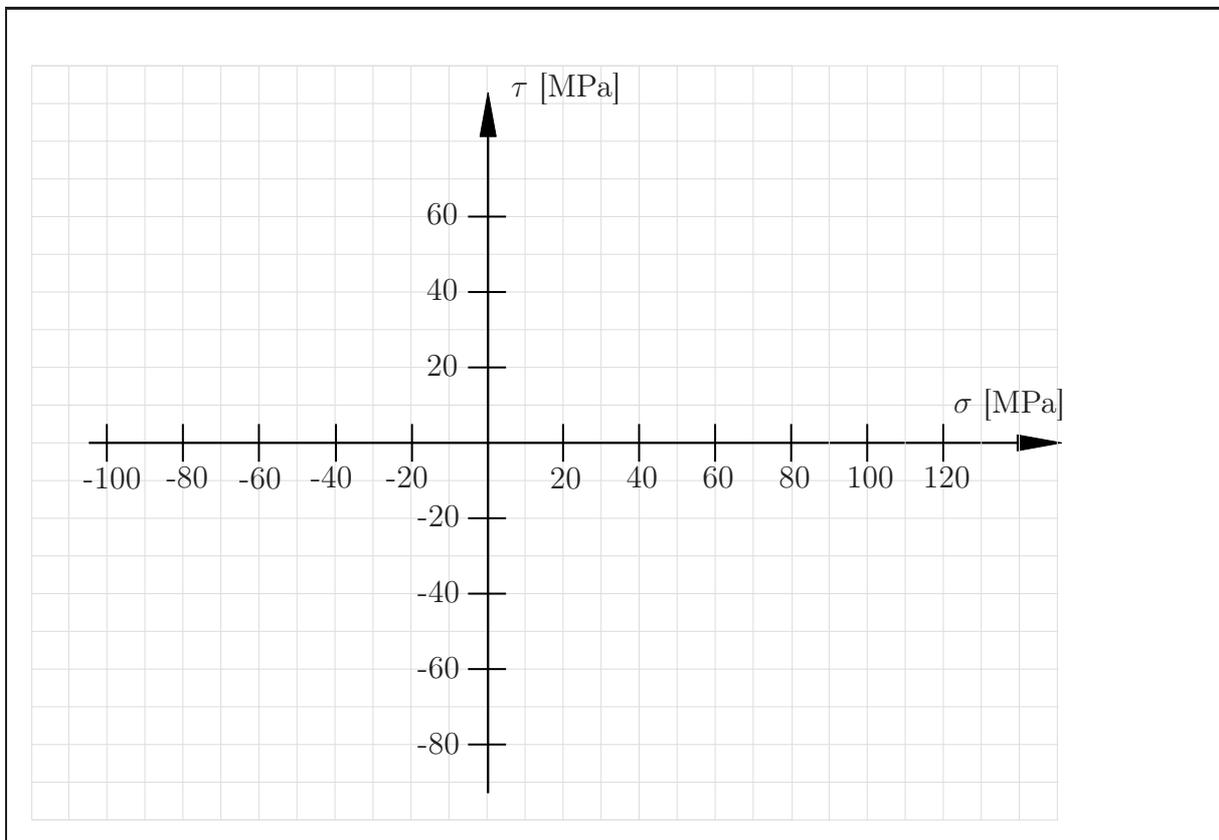
**Aufgabe 2** (Seite 3 von 4)

c)

Ein dünnes Blech wird, wie in der nachfolgenden Skizze dargestellt, durch die Spannungen in der Ebene belastet.



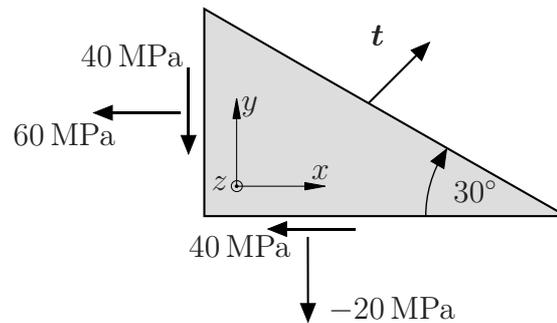
Skizzieren Sie für die gegebene Belastung den Mohr'schen Spannungskreis. Zeichnen Sie die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  sowie die maximale Schubspannung  $\tau_{max}$  ein. **(2,0 Punkte)**



**Aufgabe 2** (Seite 4 von 4)

d)

Für das dünne Blech aus c) wird im Folgenden ein Schnittbild unter einem Winkel von  $30^\circ$  gezeigt.



Berechnen Sie den resultierenden Spannungsvektor  $\mathbf{t}$  im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem.  
(1,0 Punkte)

$\mathbf{t} =$

e)

Für ein anderes System wurde der Spannungstensor bezogen auf ein kartesisches  $x$ - $y$ - $z$ -Koordinatensystem zu

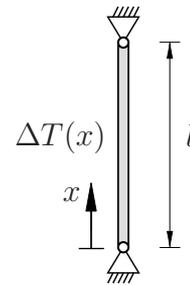
$$[\boldsymbol{\sigma}]_{x,y,z} = \frac{\sigma_0}{l^2} \begin{bmatrix} -6a^2 + 2x^2 + 7az & -8yz & -4xz + 4z^2 \\ -8yz & 6yz & -3z^2 \\ -4xz + 4z^2 & -3z^2 & 3z^2 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

bestimmt. Befindet sich das System im statischen Gleichgewicht, wenn keine Volumenkräfte wirken? Begründen Sie Ihre Antwort.  
(2,0 Punkte)

**Aufgabe 3** (Seite 1 von 4)

a)

Der nebenstehende, statisch unbestimmt gelagerte Stab (Elastizitätsmodul  $E$ , Flächenträgheitsmoment  $I$ , Querschnittsfläche  $A$  und Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha_T$ ) erfährt eine Temperaturänderung  $\Delta T(x) = \Delta T_0 x/l$ . Der Stab ist für  $\Delta T_0 = 0$  spannungs- und verzerrungsfrei.



Zeichnen Sie ein geeignetes, statisch bestimmtes Ersatzsystem und geben Sie die Kompatibilitätsbedingung an. **(1,0 Punkte)**

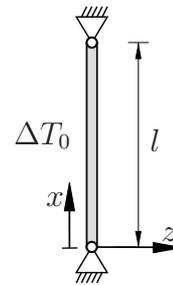
Berechnen Sie die Normalspannung  $\sigma_{xx}$  im Stab, welche sich aufgrund der Temperaturänderung  $\Delta T(x)$  ergibt. **(1,0 Punkte)**

$\sigma_{xx} =$

**Aufgabe 3** (Seite 2 von 4)

b)

Das System aus a) erfährt nun eine konstante Temperaturänderung  $\Delta T(x) = \Delta T_0$ .



Berechnen Sie die kritische Temperatur  $\Delta T_0 > 0$  bei welcher der Stab ausknickt. Geben Sie dabei die relevanten Gleichungen und Zwischenergebnisse an. **(2,0 Punkte)**

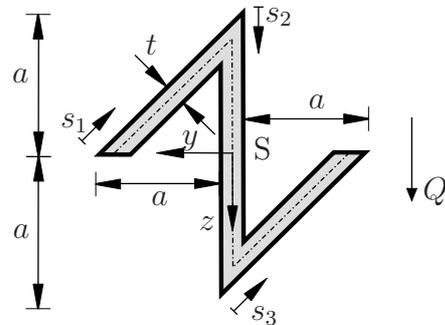
c)

Beschreiben Sie zwei Möglichkeiten wie das System aus b) modifiziert werden kann, um die kritische Temperatur zu vergrößern. Die Länge  $l$  und die Querschnittsgeometrie des Stabes sollen dabei nicht verändert werden. **(1,0 Punkte)**

**Aufgabe 3** (Seite 3 von 4)

d)

In dem rechts dargestellten dünnwandigen Profil ( $t \ll a$ ) ist das Koordinatensystem im Schwerpunkt S gegeben. Die Querkraft  $Q$  wirkt in  $z$ -Richtung.



Berechnen Sie die statischen Momente  $S_y(s_1)$  bezüglich der Koordinate  $s_1$  für den Teilbereich  $0 \leq s_1 \leq \sqrt{2}a$  und  $S_y(s_2)$  bezüglich der Koordinate  $s_2$  für den Teilbereich  $0 \leq s_2 \leq 2a$  des Profils. **(1,5 Punkte)**

$S_y(s_1) =$

$S_y(s_2) =$

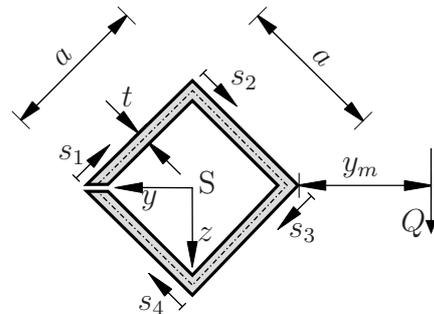
Berechnen Sie die Schubspannung  $\tau(s_2)$  im Bereich  $0 \leq s_2 \leq 2a$  im Profil. Zeichnen Sie zusätzlich die positive **Richtung** der Schubspannung, für das gesamte Profil, in die nebenstehende Skizze ein. Nehmen Sie dazu an, dass das Flächenträgheitsmoment  $I_y$  bekannt ist. **(1,0 Punkte)**

$\tau(s_2) =$

**Aufgabe 3** (Seite 4 von 4)

e)

Für das rechts dargestellte, dünnwandige Profil ( $t \ll a$ ) ist das Koordinatensystem im Schwerpunkt  $S$  gegeben. Die Querkraft  $Q$  wirkt im Schubmittelpunkt in  $z$ -Richtung.



Die positiven Schubspannungen sind in  $s_1, s_2$  Richtung gegeben mit:

$$\tau(s_1) = \frac{Q}{a^3 t} \frac{\sqrt{2}}{8} 3s_1^2$$

$$\tau(s_2) = \frac{Q}{a^3 t} \frac{\sqrt{2}}{8} 3(a^2 + 2as_2 - s_2^2)$$

Berechnen Sie den Abstand  $y_m$  des Schubmittelpunktes, gemessen von der rechten Profi-  
 lecke. Geben Sie dabei relevante Ansätze und Zwischenergebnisse an. **(2,5 Punkte)**