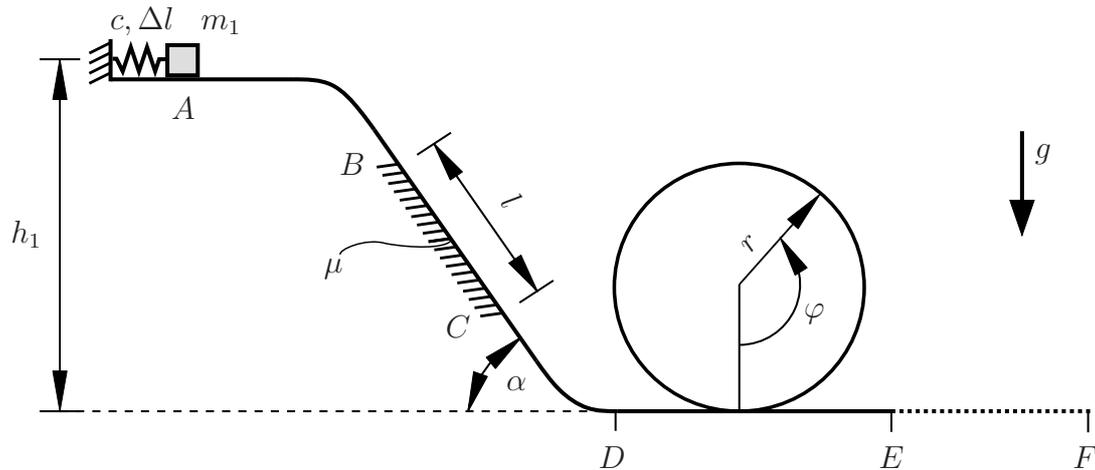


Aufgabe 1 (Seite 1 von 3)

Eine Punktmasse m_1 wird aus der Ruhelage in Punkt A durch eine vorgespannte Feder (Federkonstante c , Vorspannung Δl) in Bewegung versetzt. Die Masse gleitet zunächst reibungsfrei bis zum Punkt B ohne den Kontakt zur Bahn zu verlieren. Zwischen den Punkten B und C ist die Bahn reibungsbehaftet (Gleitreibungskoeffizient μ) und um den Winkel α geneigt. Anschließend durchläuft die Masse zwischen D und E einen Looping mit dem Radius r .



a)

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_D der Punktmasse im Punkt D . **(2,0 Punkte)**

$$v_D =$$

b)

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $v(\varphi)$ der Masse innerhalb des Loopings. Nehmen Sie an, dass die Geschwindigkeit v_D bekannt sei. **(1,5 Punkte)**

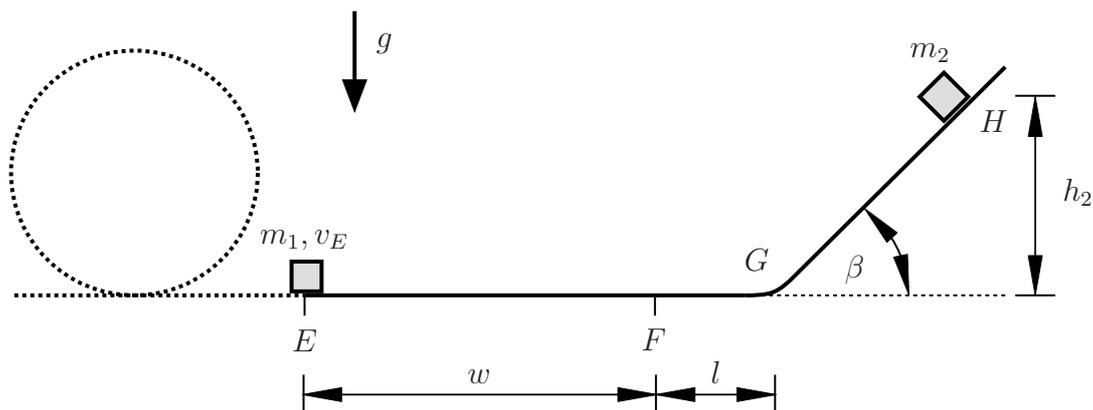
$$v(\varphi) =$$

Aufgabe 1 (Seite 2 von 3)

Wie groß muss v_D sein, damit die Punktmasse innerhalb des Loopings zu keinem Zeitpunkt den Kontakt zur Bahn verliert? **(1,5 Punkte)**

$$v_D =$$

Nun verlässt die Masse m_1 den Looping und hat im Punkt E die Geschwindigkeit v_E . Genau in dem Moment, wenn die Masse m_1 in Punkt E ist, wird in Punkt H die Masse m_2 aus der Höhe h_2 auf einer um den Winkel β geneigten Bahn losgelassen. Die Masse m_2 bewegt sich reibungsfrei auf der schiefen Bahn bis zum Punkt G und von dort gleichförmig bis zum Punkt F . Der Radius im Punkt G sei vernachlässigbar und als Knick zu behandeln.



c)

Wie lange benötigt die Masse m_2 vom Zeitpunkt des Loslassens in H bis zum Erreichen des Punktes G ? **(1,5 Punkte)**

$$t_{HG} =$$

Wie groß muss der Abstand w zwischen E und F gewählt werden, damit die beiden Massen m_1 und m_2 in Punkt F kollidieren? **(1,5 Punkte)**

$$w(v_E, g, \beta, h_2, l) =$$

Aufgabe 1 (Seite 3 von 3)

d)

Nehmen Sie nun an, dass die beiden Massen in Punkt F mit der betragsmäßig gleichen Geschwindigkeit ($|v_1| = |v_2|$) aufeinander stoßen. Damit Masse m_1 nach dem Stoß wieder oben in Punkt A ankommt, soll ihre absolute Geschwindigkeit nach dem Stoß um den Faktor f größer sein als vor dem Stoß (also $|\bar{v}_1| = f |v_1|$). Wie groß muss dazu m_2 (in Abhängigkeit von f , m_1 und der Stoßzahl e) sein? **(1,5 Punkte)**

$$m_2 =$$

Für welche Stoßzahl e darf die Masse m_2 am kleinsten sein, sodass m_1 trotzdem wieder oben ankommt? **(0,5 Punkte)**

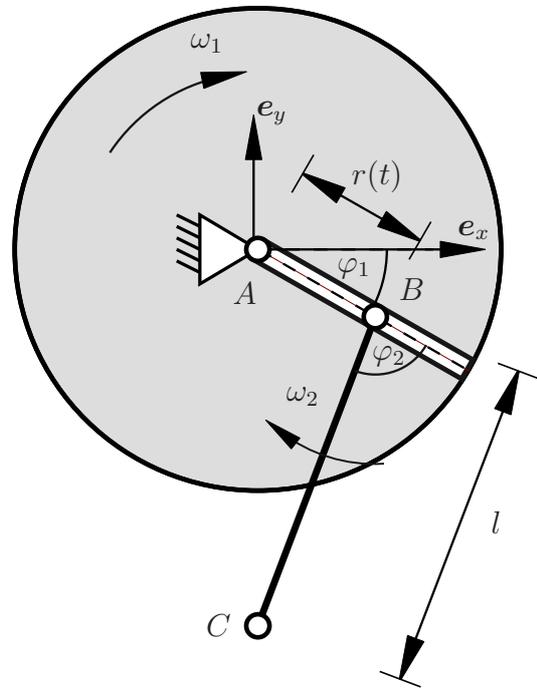
$$e =$$

Aufgabe 2 (Seite 1 von 3)

a)

Das gegebene System besteht aus einer Kreisscheibe, welche mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\omega_1 = \dot{\varphi}_1(t)$ um das Festlager in Punkt A rotiert. Auf dieser Kreisscheibe wird in Punkt B ein Stab der Länge l gelenkig in einer Nut geführt, wobei für den Abstand $\overline{AB} = r(t) = \sin(4\omega_1 t)$ gilt. Dieser Stab rotiert mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit $\omega_2 = \dot{\varphi}_2(t)$ um Punkt B .

Beschrieben wird das System über das gegebene, globale e_x, e_y -Koordinatensystem, dessen Ursprung genau im Festlager im Punkt A liegt. Die konstanten Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 sind als bekannt anzunehmen und die Winkel $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ und $\varphi_2 = \varphi_2(t)$ sollen nicht weiter spezifiziert werden.



Bestimmen Sie die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors $\mathbf{v}_C = v_{C_x} \mathbf{e}_x + v_{C_y} \mathbf{e}_y$ des Punktes C im gegebenen, globalen e_x, e_y -Koordinatensystem. **(5,0 Punkte)**

$$v_{C_x} =$$

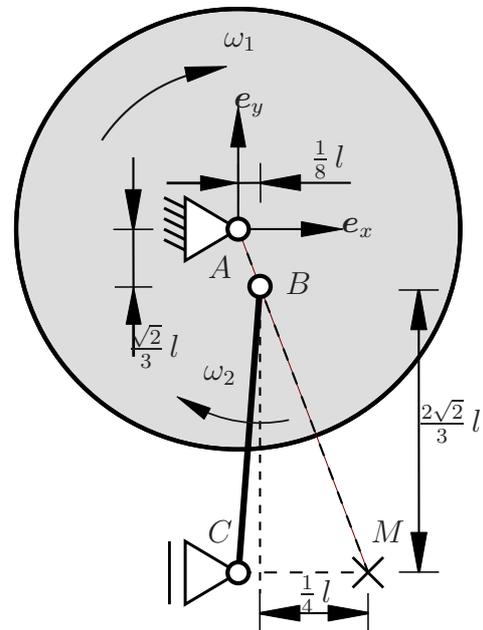
$$v_{C_y} =$$

Aufgabe 2 (Seite 2 von 3)

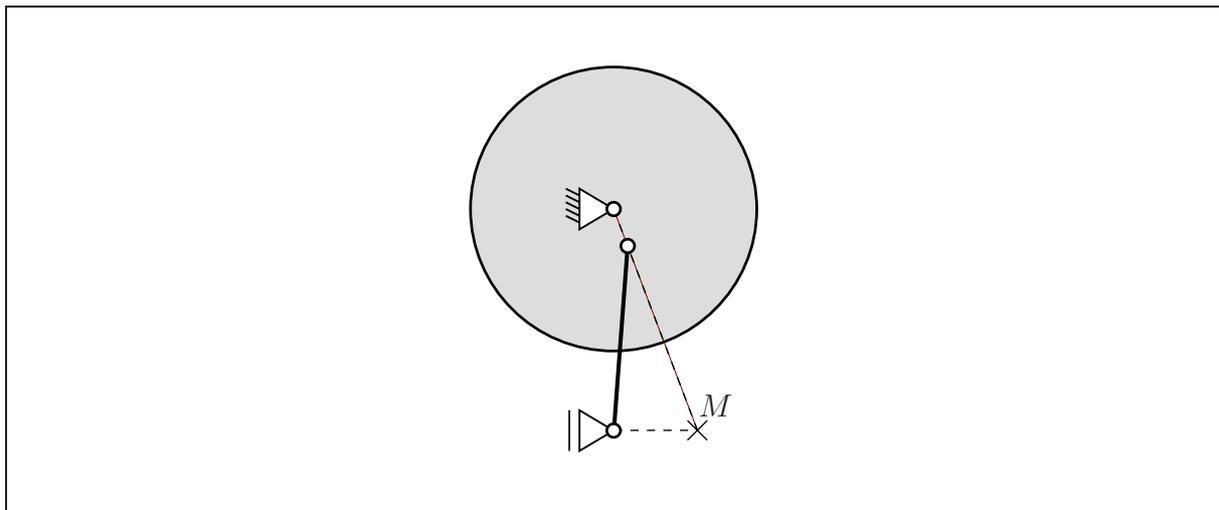
b)

Für einen anderen System wurde der Momentanpol M des Stabes wie dargestellt bestimmt. Bei der angegebenen Länge $\frac{1}{4}l$ handelt es sich um den horizontalen Abstand des Momentanpoles zum Punkt B . Die weiteren Abmessungen sind der Zeichnung zu entnehmen.

Hinweis: Es handelt sich um ein neues System, sodass die Funktion $r(t)$ aus Teilaufgabe a) hier **nicht** gilt.



Zeichnen Sie **in das nachfolgende Kästchen** die Richtung des Geschwindigkeitsvektors des Punktes B ein. Kennzeichnen Sie dabei auftretende rechte Winkel eindeutig und nehmen Sie an, dass sich die Kreisscheibe in Richtung des Uhrzeigersinnes dreht. **(1,0 Punkte)**



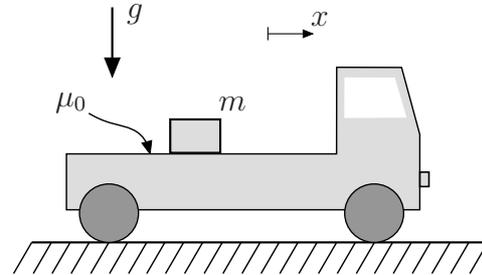
Bestimmen Sie nun die Winkelgeschwindigkeit ω_1 der Kreisscheibe in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit ω_2 des Stabes für die dargestellte Lage. **(2,0 Punkte)**

$\omega_1 =$

Aufgabe 2 (Seite 3 von 3)

c)

Die dargestellte Abbildung zeigt einen Lastwagen, auf dessen Ladefläche die Masse m liegt. Zum Zeitpunkt $t = t_0$ beschleunigt der Lastwagen aus der Ruhelage mit der konstanten Beschleunigung $a_F = a_0$. Die Interaktion der Oberflächen von Masse und Ladefläche kann durch den Haftreibungskoeffizienten μ_0 beschrieben werden.



Bestimmen Sie die maximale Beschleunigung a_0^{\max} , mit welcher der Lastwagen zum Zeitpunkt $t = t_0$ beschleunigen darf, sodass die Masse m nicht von der Ladefläche rutscht.

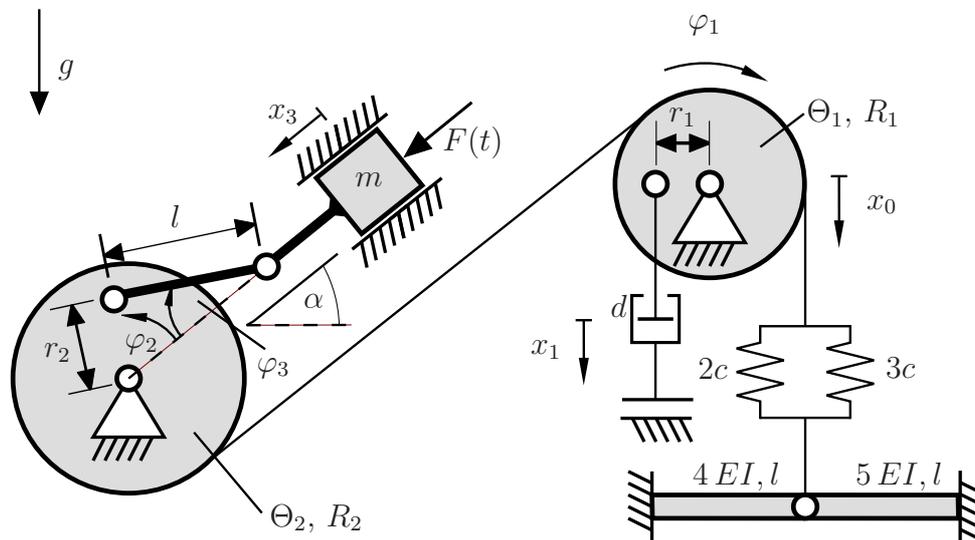
(2,0 Punkte)

$$a_0^{\max} =$$

Aufgabe 3 (Seite 1 von 4)

a)

Das unten dargestellte System besteht aus einem Dämpfer, zwei Rollen (Radien R_1, R_2 ; Massenträgheitsmoment bezogen auf den jeweiligen Mittelpunkt der Rollen Θ_1, Θ_2) und einer Masse, die durch Stäbe mit der linken Rolle verbunden ist. Die Masse m wird reibungsfrei auf der schiefen Ebene geführt und durch die zeitabhängigen Kraft $F(t)$ angetrieben. Die Seile seien dehnstarr und stets gespannt. Alle Biegebalken und Stäbe sind als masselos zu betrachten.



Bestimmen Sie die kinematischen Bindungen $\dot{\varphi}_1(\dot{\varphi}_2)$ und $\dot{x}_1(\dot{\varphi}_2)$. (1,0 Punkte)

$\dot{\varphi}_1(\dot{\varphi}_2) =$

$\dot{x}_1(\dot{\varphi}_2) =$

Aufgabe 3 (Seite 2 von 4)

Geben Sie die Geschwindigkeit der Masse m bzgl. der angegebenen Koordinaten an.
(1,0 Punkte)

$$\dot{x}_3(\varphi_2, \dot{\varphi}_2, \varphi_3, \dot{\varphi}_3) =$$

An der rechten Seite des Systems befindet sich ein aus Biegebalken und Federn bestehender Federmechanismus. Bestimmen Sie die Ersatzfedersteifigkeit \bar{c} für diesen Mechanismus.
(1,5 Punkte)

$$\bar{c} =$$

Geben Sie die kinetische Energie E_{kin} , die potentielle Energie E_{pot} sowie die virtuelle Arbeit δW der nichtkonservativen Lasten des Systems bzgl. der Koordinaten $x_0, x_1, x_3, \varphi_1, \varphi_2$ und ihrer Geschwindigkeiten an.
(3,0 Punkte)

Hinweis: Rechnen Sie mit \bar{c} als Ersatzfedersteifigkeit für den Federmechanismus weiter und setzen Sie das Ergebnis aus dem vorherigen Aufgabenteil nicht ein.

$$E_{\text{kin}} =$$

$$E_{\text{pot}} =$$

$$\delta W =$$

Aufgabe 3 (Seite 3 von 4)

b)

Für ein anderes System sei die Bewegungsgleichung

$$\frac{3}{2} \Theta \ddot{\varphi} + 6 [3 d_1 + d_2] l \dot{\varphi} + \frac{6}{4} c l^2 \varphi = 0$$

bereits ermittelt worden und zum Zeitpunkt $t = 0$ seien des Weiteren die Anfangsbedingungen

$$\varphi_0 = \varphi(t = 0) = 0, \quad \dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}(t = 0) = 2 \omega_0$$

bekannt. Die Federkonstante c und die Dämpferkonstanten d_1, d_2 wurden so gewählt, dass schwache Dämpfung vorliegt.Bestimmen Sie die Eigenfrequenz ω und den Abklingkoeffizient δ . **(1,0 Punkte)** $\omega =$ $\delta =$

Vorname: _____

Nachname: _____

Matr.-Nr.: _____

Aufgabe 3 (Seite 4 von 4)

Lösen Sie die Differentialgleichung. Notieren Sie wichtige Zwischenschritte im Kästchen.
(1,5 Punkte)

Hinweis: Stellen Sie sicher, dass alle im Ergebnis verwendeten Größen spezifiziert sind!

$\varphi(t) =$

Welche Bedingung muss die Dämpferkonstante d_1 erfüllen, damit das System schwacher Dämpfung unterliegt? Achten Sie darauf, dass Ihr Ergebniss physikalisch sinnvoll ist.
(1,0 Punkte)