TU Dortmund

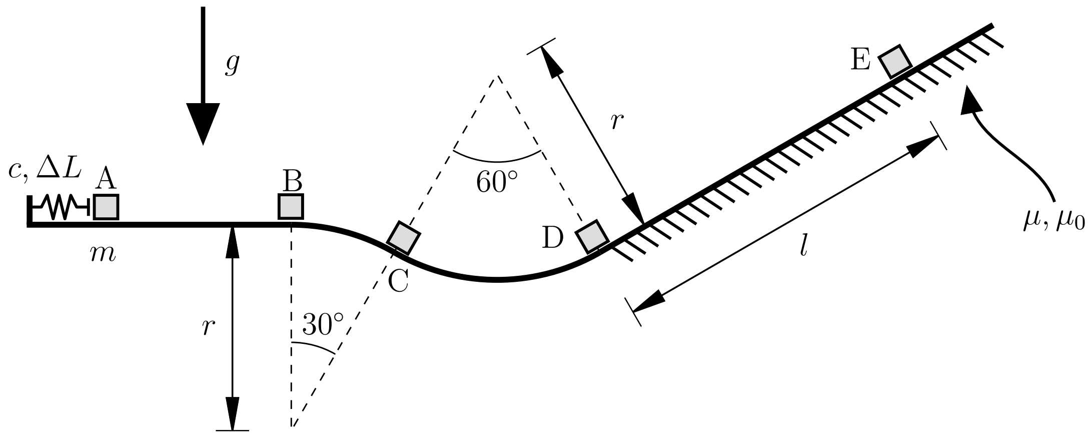
Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 1 von 2)



a)
Wie groß ist die Geschwindigkeit v_B der Punktmasse in Punkt B, wenn die Feder in Punkt A um ΔL vorgestaucht war? **(1,0 Punkte)**

$$v_\mathrm{B} = \sqrt{\frac{c}{m}}\,\Delta L$$

b)
Wie groß darf die Federstauchung ΔL höchstens sein, damit die Punktmasse die Bahn zwischen den Punkten B und C nicht verlässt? **(3,0 Punkte)**

$$\Delta L \leq \sqrt{\frac{m\,g\,r}{c}\left[3\frac{\sqrt{2}}{2} - 2\right]}$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 2 von 2)

c)
Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit v_{max}, welche auf der gesamten Bahn erreicht wird? **(1,5 Punkte)**

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{c}{m}\,\Delta L^2 + 2\,g\,r\,\left[2 - \sqrt{3}\right]}$$

Im Folgenden sei die Geschwindigkeit v_{D} bekannt.

d)
Wie groß muss die Länge l gewählt werden, so dass die Punktmasse in Punkt E zum Stehen kommt? **(2,0 Punkte)**

$$l = \frac{v_{\text{D}}^2}{g\,\left[1 + \sqrt{3}\,\mu\right]}$$

Welche Zeit t_{DE} benötigt die Punktmasse dann zwischen Punkt D und Punkt E? **(2,0 Punkte)**

$$t_{\text{DE}} = \frac{2\,v_{\text{D}}}{m\,g\,\left[1 + \sqrt{3}\,\mu\right]}$$

e)
Welchen Wert muss der Haftreibungskoeffizient μ_0 mindestens haben, damit die Masse in Punkt E nach Stillstand nicht wieder nach unten rutscht? **(0,5 Punkte)**

$$\mu_0 \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$$

TU Dortmund

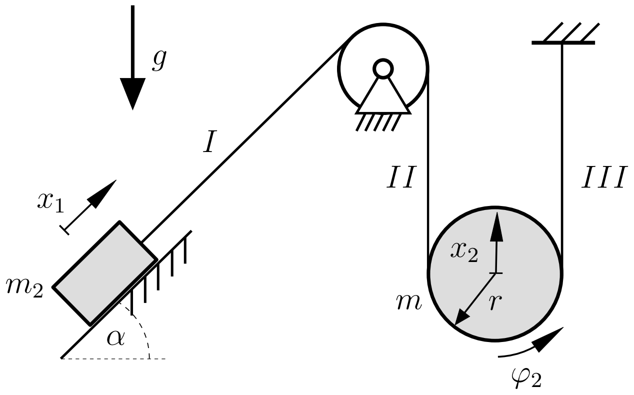
Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 1 von 4)



a)
Berechnen Sie die Seilkraft S_{II} in Abhängigkeit der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}_2$. **(1,5 Punkte)**

$$S_{II}(\ddot{\varphi}_2) = \frac{1}{2}\, m\, g - \frac{3}{4}\, m\, r\, \ddot{\varphi}_2$$

Berechnen Sie die Seilkraft S_{III} in Abhängigkeit der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}_2$. **(1,5 Punkte)**

$$S_{III}(\ddot{\varphi}_2) = \frac{1}{2}\, m\, g - \frac{1}{4}\, m\, r\, \ddot{\varphi}_2$$

b)
Geben Sie die kinematische Bindung zwischen $\dot{x}_1$ und $\dot{x}_2$ an. **(1,0 Punkte)**

$$\dot{x}_1(\dot{x}_2) = -2\, \dot{x}_2$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

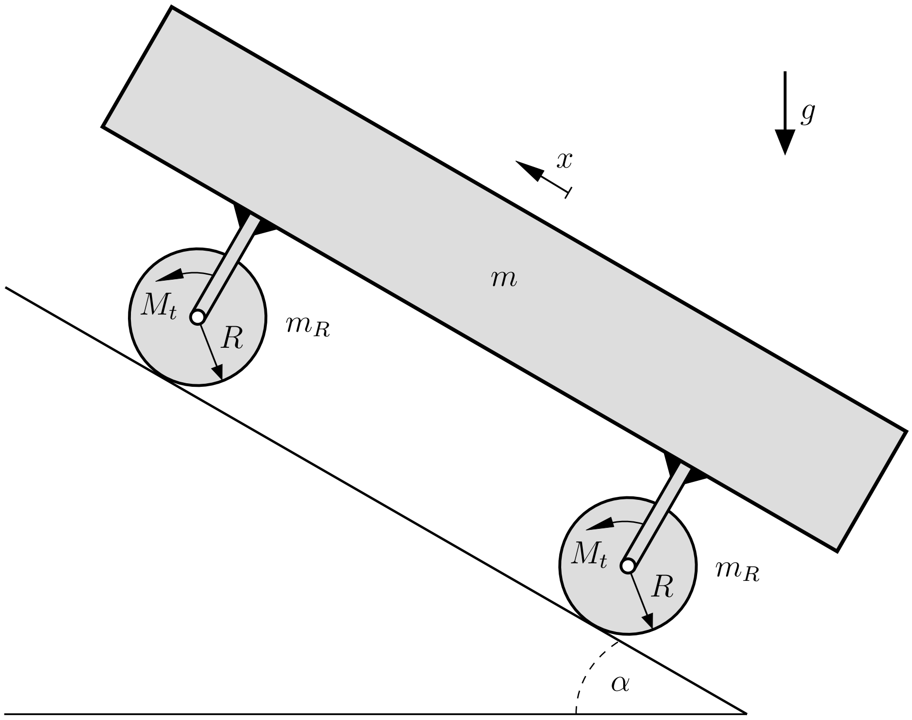
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 4)

c)
Im Folgenden soll die Beschleunigung eines Lastenwagens über ein vereinfachtes Modell (s. Abbildung) untersucht werden. Das Gesamtgewicht des Wagens **ohne** die Räder beträgt m und die Räder weisen jeweils eine Masse von m_R bei einem Radius von R auf. Ein Motor treibt beide Räder **jeweils** mit dem Drehmoment M_t an und die Räder rollen stets schlupffrei auf dem Untergrund ab.



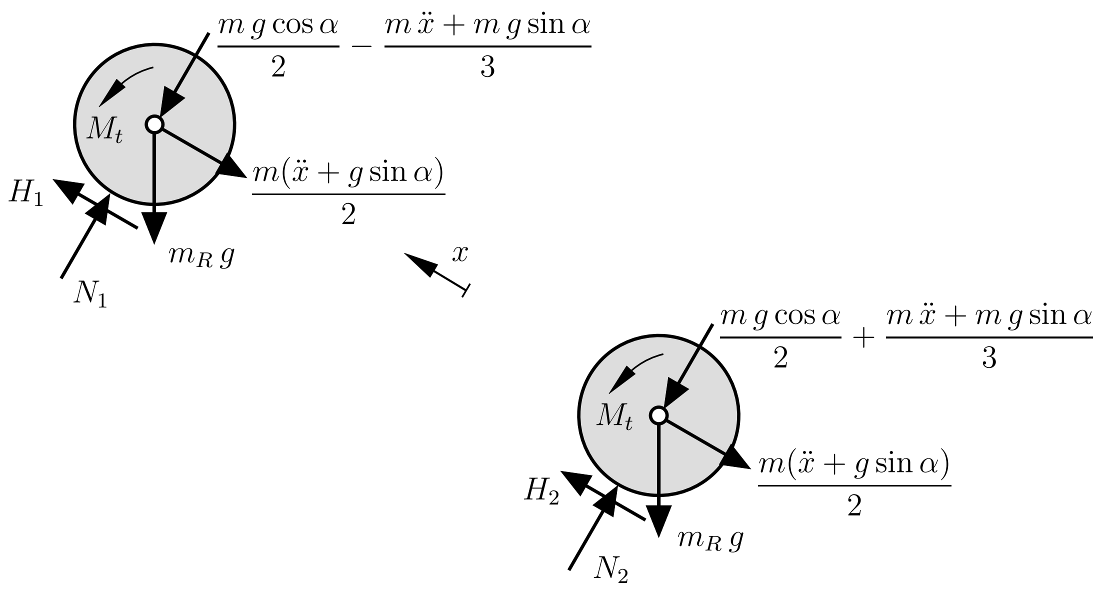
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 3 von 4)

Die auf die Räder übertragenen Kräfte wurden bereits bestimmt. Vervollständigen Sie das Freikörperbild der beiden Räder für eine beliebige Steigung $0 \leq \alpha < \pi/2$. Auftretende Trägheitskräfte und -momente brauchen Sie **nicht** anzutragen. **(1,5 Punkte)**



Zeigen Sie rechnerisch, an welchem der Räder für $\ddot{x} > 0$ und $0 \leq \alpha < \pi/2$ die Haftbedingung zuerst versagen würde. Notieren Sie dabei wichtige Zwischenschritte im nachfolgenden Kästchen (mehr Platz auf der nachfolgenden Seite). **(2,5 Punkte)**

$$N_1 = \frac{m\,g\cos\alpha}{2} - \frac{m\,\ddot{x} + m\,g\sin\alpha}{3} + m_R\,g\cos\alpha$$

$$N_2 = \frac{m\,g\cos\alpha}{2} + \frac{m\,\ddot{x} + m\,g\sin\alpha}{3} + m_R\,g\cos\alpha$$

$$H_1 = H_2$$

$N_1 < N2$ und $H_1 = H_2 \Rightarrow$ Haftbedingung versagt zuerst am Vorderrad

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 4 von 4)

d)
Berechnen Sie die Beschleunigung des Wagens in Abhängigkeit des Winkels α und des Drehmoments M_t (schlupffreies Abrollen). Notieren Sie dabei wichtige Zwischenschritte im nachfolgenden Kästchen. **(2,0 Punkte)**

$$\ddot{x} = \frac{2\,M_t - 2\sin\alpha\, g\, r\left[\dfrac{1}{2}\,m + m_R\right]}{3\,m_R\, r + m\, r}$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

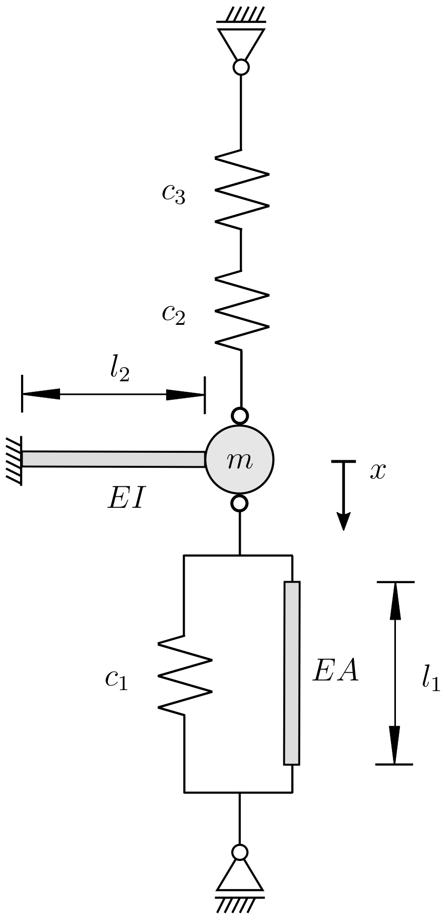
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 1 von 3)

Es gilt das dargestellte Ersatzsystem.



a)
Berechnen Sie die Ersatzfedersteifigkeit c_{ers} bezüglich der vertikalen Verschiebung der Punktmasse m. Fassen Sie die Terme **nicht** zusammen. **(1,5 Punkte)**

$$c_{\text{ers}} = c_1 + \frac{EA}{l_1} + \left[\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3}\right]^{-1} + \frac{3EI}{l_2^3}$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

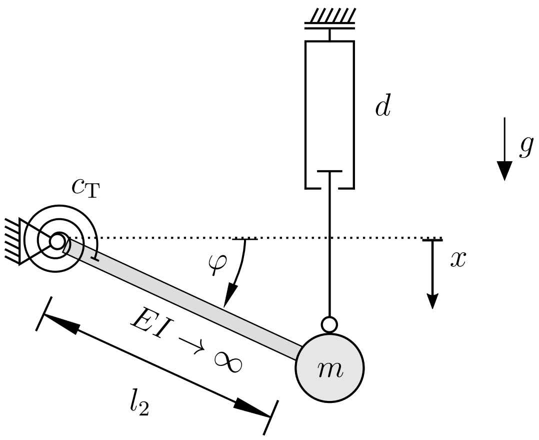
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 2 von 3)

Gehen Sie im folgenden von dem dargestellten System aus. Die Feder ist für $\varphi = 0$ unbelastet.



b)
Bestimmen Sie die potentielle Energie E_p, die kinetische Energie E_k und die nicht konservativen Kräfte Q für das oben dargestellte System bezüglich des Freiheitsgrades φ.
Hinweis: Für die virtuelle Arbeit gilt $\delta W_d = F_d\,\delta x = F_d\,\frac{\partial x}{\partial \varphi}\,\delta\varphi = Q\,\delta\varphi\,.$ (**2,0 Punkte**)

$$E_\mathrm{p} = \frac{1}{2}c_\mathrm{T}\varphi^2 - mg\sin(\varphi)\,l_2$$

$$E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}m\big(\dot\varphi\,l_2\big)^2$$

$$Q = -d\,\dot\varphi\,\cos(\varphi)^2\,l_2^2$$

Geben Sie die Bewegungs-Differentialgleichung für das dargestellte System bezüglich des Freiheitsgrades φ an. (**2,0 Punkte**)

$$m\ddot\varphi\,l_2^2 + \dot\varphi\,\cos(\varphi)\,l_2^2\,d + c_\mathrm{T}\varphi = mg\cos(\varphi)\,l_2$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: __________________

Nachname: __________________

Matr.-Nr.: __________________

Aufgabe 3 (Seite 3 von 3)

c)
Gehen Sie von der folgenden Bewegungs-Differentialgleichung aus

$$4\,m\,l^2\ddot{\varphi} + d\,l^2\,\dot{\varphi} + c_\mathrm{T}\,\varphi = 4\,m\,l\,g\,.$$

Bestimmen Sie die Auslenkung φ_0, die das System in der statischen Ruhelage erfährt. **(1,0 Punkte)**

$$\varphi_0 = \frac{4mlg}{c_\mathrm{T}}$$

Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz ω_0 und den Abklingkoeffizienten δ. **(1,0 Punkte)**

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_\mathrm{T}}{4ml^2}}$$

$$\delta = \frac{d}{8m}$$

d)
Geben ist die folgende homogene Differentialfleichung

$$4\,m\,l^2\ddot{\bar{\varphi}}(t) + d\,l^2\,\dot{\bar{\varphi}}(t) + c_\mathrm{T}\,\bar{\varphi}(t) = 0\,.$$

Bestimmen Sie für den Fall einer schwachen Dämpfung ($0 < D < 1$), einer Auslenkung $\bar{\varphi}(t_1) = \bar{\varphi}_1$ und einer Geschwindigkeit $\dot{\bar{\varphi}}(t_1) = 0$ zum Zeitpunkt $t_1 = \pi/(\,2\,\sqrt{\omega_0^{*\,2} - \delta^{*\,2}}\,)$, die Bewegungsfunktion $\bar{\varphi}(t)$. Nutzen Sie dafür die Eigenkreisfrequenz ω_0^* und den Abklingkoeffizienten δ^*. **(2,5 Punkte)**

$$\omega_d = \omega_0^*\sqrt{1 - \left(\frac{\delta^*}{\omega_0^*}\right)^2}, \qquad t_1 = \frac{\pi}{2\,\omega_d}$$

$$\bar{\varphi}(t) = e^{-\delta^* t}\left[-\frac{\delta^*}{\omega_d}\,\bar{\varphi}_1\,e^{\delta^* t_1}\cos(\omega_d t) + \bar{\varphi}_1\,e^{\delta^* t_1}\sin(\omega_d t)\right]$$