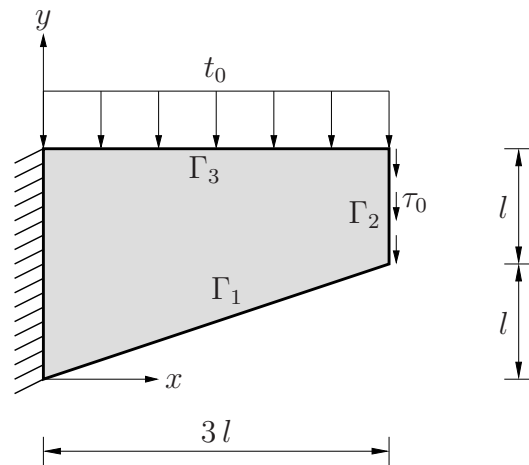


Aufgabe 1 (Seite 1 von 3)

a)

Die nebenstehend skizzierte, links eingespannte Konsole wird wie dargestellt durch Traktionen (eingeprägte Flächenlasten) t_0 (Einheit N/m^2) am Rand Γ_3 sowie τ_0 (Einheit ebenfalls N/m^2) am Rand Γ_2 belastet.

Geben Sie sämtliche Spannungs-Randbedingungen des Trägers an. Nennen Sie dazu auch wesentliche und notwendige Zwischenschritte im nachfolgenden Kästchen. **(3,0 Punkte)**

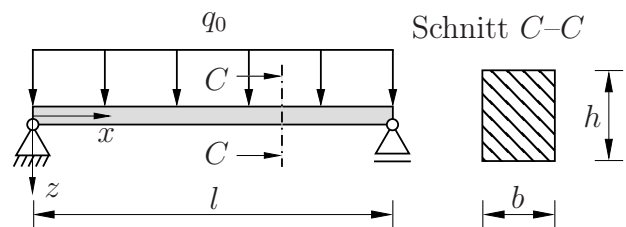


Aufgabe 1 (Seite 2 von 3)

b)

Die Funktion der Schubspannung für das rechts dargestellte und durch eine Streckenlast q_0 (Einheit N/m) belastete System wurde zu

$$\tau_{zx} = \mathcal{A} \left[\frac{2x}{l} - 1 \right] [4z^2 - h^2]$$



bestimmt, wobei \mathcal{A} einen allgemeinen Koeffizienten darstellt.

Geben Sie die Funktion der Normalspannung $\sigma_{xx}(x, z)$ an, sodass sich das System im statischen Gleichgewicht befindet. **(2,0 Punkte)**

$$\sigma_{xx}(x, z) =$$

Vergleichen Sie dieses Ergebnis mit dem aus der Balkentheorie nach Bernoulli zu berechnenden, nämlich

$$\sigma_{xx} = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z,$$

und bestimmen Sie daraus den Wert für den Koeffizienten \mathcal{A} . Das Flächenträgheitsmoment ist durch $I_y = [bh^3]/12$ vorgegeben. **(2,0 Punkte)**

$$\mathcal{A} =$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: _____

Nachname: _____

Matr.-Nr.: _____

Aufgabe 1 (Seite 3 von 3)

Berechnen Sie die Funktion der Spannung σ_{zz} unter Berücksichtigung des oben bestimmten Wertes für \mathcal{A} . Etwaig auftretende Konstanten sollen hier zunächst **nicht** berechnet werden. **(1,5 Punkte)**

$$\sigma_{zz}(x, z) =$$

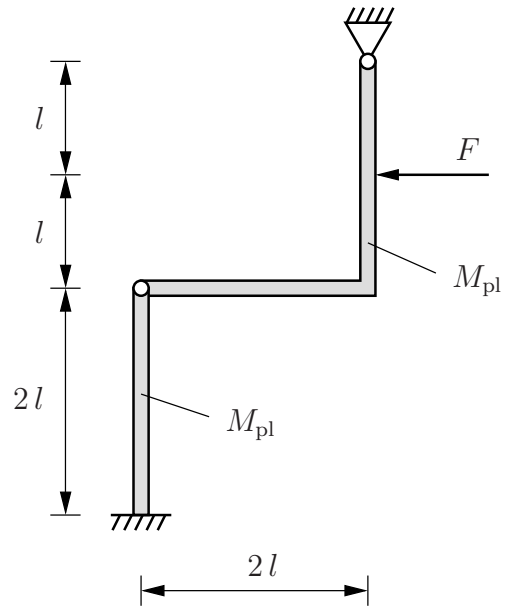
Geben Sie im nachfolgenden Kästchen die Randbedingung für σ_{zz} an der Stelle $z = -h/2$ an und berechnen Sie die oben noch unbestimmte(n) Konstante(n). **(1,5 Punkte)**

Hinweis: Der Betrag der Traktion/Flächenlast am oberen Rand des Trägers ergibt sich aus $t_0 = q_0/b$.

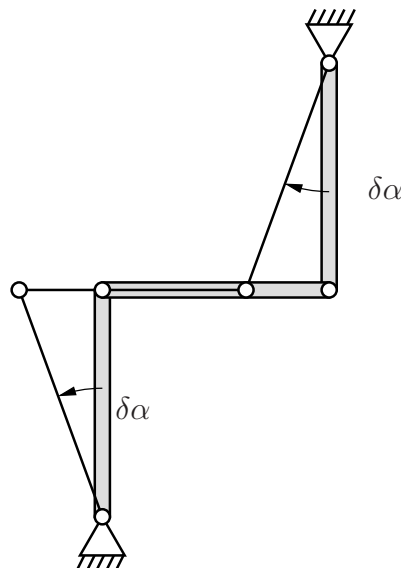
Aufgabe 2 (Seite 1 von 3)

a)

Das nebenstehende System soll mittels der Fließgelenktheorie bemessen werden. Spannungen infolge von Quer- und Normalkräften können dabei vernachlässigt werden. Abmessungen, Belastungen und die jeweiligen plastischen Grenzmomente M_{pl} sind der nebenstehenden Skizze zu entnehmen.



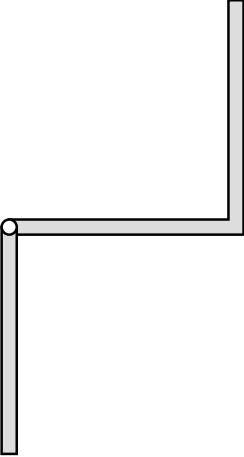
In der nachfolgenden Skizze ist bereits eine Fließgelenk-Konfiguration für kleine Auslenkungen und deren Winkeln eingezeichnet. Tragen Sie die plastischen Momente ein und berechnen Sie die Tragkraft F_T für kleine Auslenkungen. **(1,0 Punkte)**



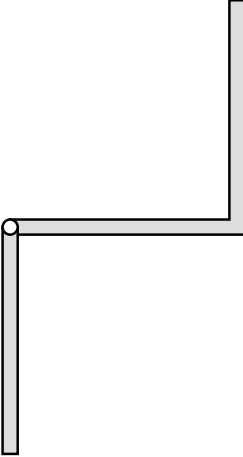
$F_T =$

Aufgabe 2 (Seite 2 von 3)

Fügen Sie im nachfolgenden Kästchen die fehlenden Fließgelenk-Konfigurationen inklusive des jeweiligen Freiheitsgrades (unabhängigen Winkels), der plastischen Momente und der Lager ein. Des Weiteren sind die entsprechenden Tragkräfte F_T für kleine Auslenkungen anzugeben. **(6,0 Punkte)**



$F_T =$



$F_T =$

Geben Sie die kritische Traglast F_T^{krit} des Systems an.

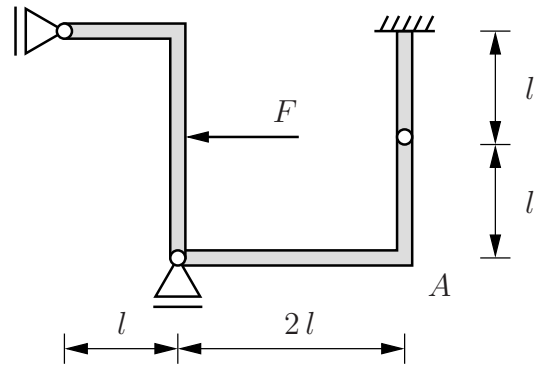
(0,5 Punkte)

$F_T^{\text{krit}} =$

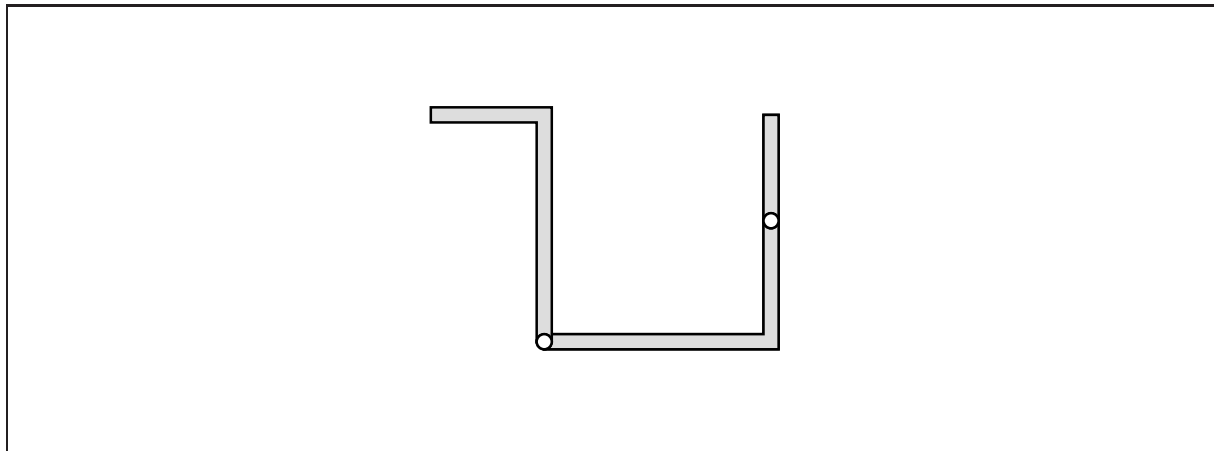
Aufgabe 2 (Seite 3 von 3)

b)

Das nebenstehende starre Balkensystem mit den eingezeichneten Abmessungen und der Kraft F ist gegeben. Mittels des Prinzips der virtuellen Verrückungen soll das Schnittmoment M_A im Punkt A bestimmt werden. Nehmen Sie kleine Auslenkungen an.



Zeichnen Sie eine ausgelenkte Lage inklusive des Moments M_A und des dazu korrespondierenden Freiheitsgrads ein. Geben Sie sämtliche Winkel in Abhängigkeit dieses Freiheitsgrades an. **(1,0 Punkte)**



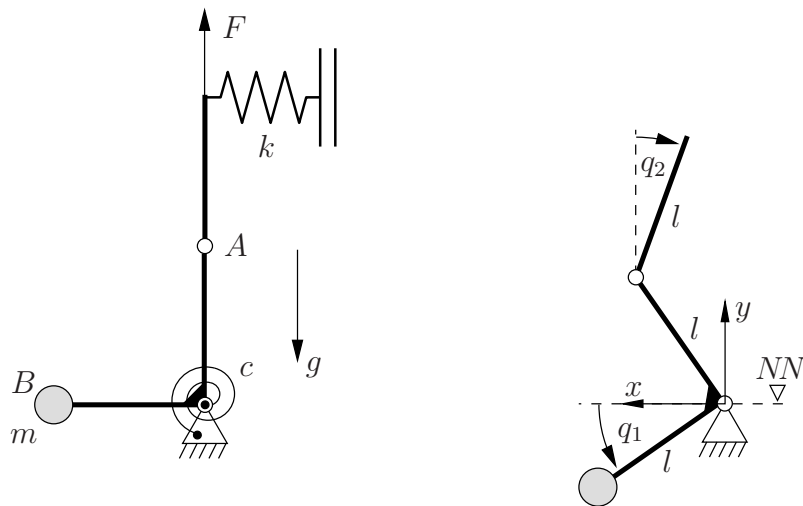
Bestimmen Sie das Moment M_A als Funktion von F im Eckpunkt A . **(1,5 Punkte)**

$M_A(F) =$

Aufgabe 3 (Seite 1 von 3)

a)

Das dargestellte System besteht aus einem starren Winkel mit der Kantenlänge l , der im Punkt A gelenkig mit einem starren Stab, ebenfalls der Länge l , verbunden ist. Die Masse der Stäbe ist gegenüber der Punktmasse (Masse m) im Punkt B zu vernachlässigen. Das System befindet sich im Schwerfeld der Erde (Erdbeschleunigung g) und ist weiter durch eine Kraft F belastet. Der Stab wird mittels einer Feder (Federsteifigkeit k), der Winkel mittels einer Drehfeder (Drehsteifigkeit c) abgestützt, welche für den abgebildeten Zustand $q_1 = q_2 = 0$ ungespannt sind.

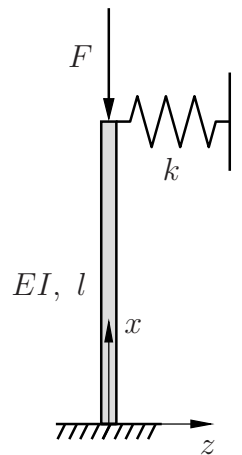


Stellen Sie für beliebig große Auslenkungen das Gesamtpotential Π des Systems in Abhängigkeit der Freiheitsgrade q_1 und q_2 auf. Beachten Sie das vorgegebene Nullniveau NN und fassen Sie die einzelnen Terme **nicht** zusammen. **(3,0 Punkte)**

$\Pi =$

Aufgabe 3 (Seite 2 von 3)

Im folgenden wird Bezug auf ein anderes System genommen, welches in der unterstehenden Abbildung gegeben ist. Es handelt sich um einen einseitig fest eingespannten Balken (Länge l , Biegesteifigkeit EI), welcher am freien Ende durch eine Kraft F belastet und durch eine Feder (Federsteifigkeit k) abgestützt wird. Verformungsanteile aus Normal- und Schubbelastung sind zu vernachlässigen.



b)

Geben Sie die kinematischen und dynamischen Randbedingungen der Biegelinie $w(x)$ für das dargestellte System an, die zur eindeutigen Lösung der Differentialgleichung vierter Ordnung notwendig sind. **(2,0 Punkte)**

Aufgabe 3 (Seite 3 von 3)

Beschreiben Sie kurz in Worten, wie Sie sicherstellen können, dass der Ansatz $w(x) \approx w_h(x) = a x^4 + b x^3 + c x^2$ sowohl kinematisch, als auch dynamisch verträglich ist.

(1,0 Punkte)

c)

Für das gleiche System ergibt sich mit einem alternativen Ansatz ein kinematisch verträgliches Polynom für die Biegelinie zu $w_h(x) = a x^2$. Bestimmen Sie das Potential des Systems in Abhängigkeit des Freiwertes a . Werten Sie dazu alle auftretenden Integrale aus.

(2,0 Punkte)

$$\Pi =$$

Geben Sie für den zuvor erwähnten Ansatz $w_h(x) = a x^2$ an, ab welcher Kraft das stabile Gleichgewicht verlassen wird und ein Ausknicken des Balkens zu erwarten ist.

(2,0 Punkte)

$$F_{\text{Krit}} =$$