

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

# Übungsaufgaben zur Klausurvorbereitung SS25 - Fragebogen

Die Aufgaben sind an eine Altklausur angelehnt, können aber stellenweise in Inhalt und Form abweichen.

## **Hinweis zur Bearbeitung:**

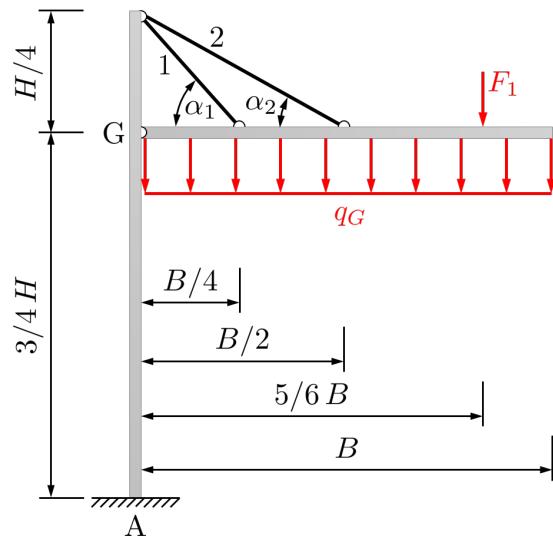
Bei der Beantwortung der Fragen ist zu beachten, dass **ausschließlich** das Ankreuzen der dafür vorgesehenen Kästchen auf dem **Antwortbogen** als Antwort gewertet wird. Es ist immer nur **eine** Antwortmöglichkeit richtig. Markierungen von Formeln, Wörtern, Bildern, usw. auf dem Fragebogen werden nicht berücksichtigt, sondern nur die zugehörigen Kästchen auf dem Antwortbogen. Beachten Sie auch das gezeigte Beispiel zur Markierung und zur Korrektur auf dem Antwortbogen.

**Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!**

Bei einer Signalanlage für den Schienenverkehr wurden im Rahmen von Routineuntersuchungen Probleme festgestellt. Ein Expert\*innen-Team, dem auch Sie angehören, soll das System wie nachfolgend beschrieben analysieren. Folgende Lösungen sind von der früheren Auslegung des Systems für die Stabkräfte noch verfügbar:

$$S_1 = -\frac{32 F_1 + 7 q_G B}{16 \sin(\alpha_1)}$$

$$S_2 = \frac{256 F_1 + 117 q_G B}{96 \sin(\alpha_2)}$$



### Aufgabe 1

In der ersten Diskussion zu der Problemstellung werden die nachfolgend aufgeführten Aussagen getätig

1. Die vorgegebenen Lösungen für die Stabkräfte können ohne Weiteres nur mit den Gleichgewichtsbedingungen berechnet und eindeutig geprüft werden.
2. Die Auflagerreaktionen lassen sich auch ohne die Notwendigkeit, das System in Punkt G trennen und Teilsysteme definieren zu müssen, eindeutig berechnen.
3. Die vorgegebenen Lösungen für die Stabkräfte können unabhängig vom Grad der statischen Bestimmtheit des Systems zumindest auf Plausibilität geprüft werden.
4. Der Entwurf ergibt so keinen Sinn und kann eigentlich nicht zur Bemessung des Systems verwendet worden sein, da es kinematisch ist.
5. Die Anzahl aller Auflagerreaktionen, Gelenkkräfte und Seilkräfte stimmt mit der Anzahl der zur Verfügung stehenden und linear unabhängigen Gleichgewichtsbedingungen überein.
6. Die Anzahl aller Auflagerreaktionen, Gelenkkräfte und Seilkräfte ist größer als die Anzahl der zur Verfügung stehenden und linear unabhängigen Gleichgewichtsbedingungen.
7. Die Anzahl aller Auflagerreaktionen, Gelenkkräfte und Seilkräfte ist kleiner als die Anzahl der zur Verfügung stehenden und linear unabhängigen Gleichgewichtsbedingungen.

Welche Auswahl beinhaltet sämtliche und ausschließlich korrekte Aussagen? **(2,0 Punkte)**

- |                  |                     |                  |
|------------------|---------------------|------------------|
| a) $\{3\}$       | b) $\{2, 3, 6\}$    | c) $\{1, 4, 6\}$ |
| d) $\{1, 3, 5\}$ | e) $\{2, 5\}$       | f) $\{2, 4\}$    |
| g) $\{1, 3\}$    | h) $\{1, 2, 3, 7\}$ | i) $\{4, 7\}$    |

## Aufgabe 2

Mit welchen mathematischen Beziehungen können die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  in Abhängigkeit der Größen  $H$  und  $B$  korrekt berechnet werden? **(1,0 Punkte)**

- |                                                                                                         |                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{B}{H}\right), \alpha_2 = \arcsin\left(\frac{2B}{H}\right)$            | b) $\alpha_1 = \arccos\left(\frac{H}{B}\right), \alpha_2 = \arccos\left(\frac{H}{2B}\right)$            |
| c) $\alpha_1 = \arctan\left(\frac{H}{B}\right), \alpha_2 = \arctan\left(\frac{2H}{B}\right)$            | d) $\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{H}{B}\right), \alpha_2 = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{H}{B}\right)$ |
| e) $\alpha_1 = \arccos\left(\frac{H}{B}\right), \alpha_2 = \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{H}{B}\right)$ | f) $\alpha_1 = \arctan\left(\frac{B}{H}\right), \alpha_2 = \arctan\left(\frac{2B}{H}\right)$            |
| g) $\alpha_1 = \arccos\left(\frac{B}{H}\right), \alpha_2 = \arccos\left(\frac{2B}{H}\right)$            | h) $\alpha_1 = \arctan\left(\frac{H}{B}\right), \alpha_2 = \arctan\left(\frac{H}{2B}\right)$            |

Es soll nun zunächst untersucht werden, ob bei der ursprünglichen Auslegung gegebenenfalls Fehler gemacht wurden. Für die Abmessungen des Systems gelten die Vorgaben

$$H = 7.000 \text{ mm} , \quad B = 6.000 \text{ mm} ,$$

$$\alpha_1 = 49,3987^\circ \hat{=} 0,86217 \text{ rad} , \quad \alpha_2 = 30,2564^\circ \hat{=} 0,52807 \text{ rad} ,$$

sowie

$$F_1 = 2.500 \text{ N} , \quad q_G = 0,25 \text{ N/mm} ,$$

für die einwirkenden Kräfte. Für die Stabkräfte gelten weiterhin die Vorgaben auf Seite 2. Sowohl der Ausleger (horizontaler Träger) als auch die Stäbe 1 und 2 bestehen aus dem Material S235 mit dem Elastizitätsmodul  $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$ , einer zulässigen Spannung  $\sigma_{zul} = 235 \text{ N/mm}^2$  sowie einer Bruchdehnung von 15%. Für Stab 1 wurde ein Kreisquerschnitt mit dem Flächeninhalt  $A = \pi r^2$  sowie  $r = 4 \text{ mm}$  verwendet.

**Aufgabe 3.1**

Wie lautet der korrekte Wert für die Spannung in Stab 1?

**(2,0 Punkte)**

a)  $199,66 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b)  $-37,05 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c)  $389,39 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d)  $-434,22 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

e)  $252,07 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

f)  $-592,83 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

g)  $-148,21 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

h)  $-276,27 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

i)  $65,80 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

**Aufgabe 3.2**

Welche Dehnung  $\varepsilon_1$  und Längenänderung  $\Delta l_1$  ergibt sich daraus für Stab 1?

**(3,0 Punkte)**

a)  $\varepsilon_1 = 7,12 \cdot 10^{-3}$ ,  $\Delta l_1 = 16,41 \text{ mm}$

b)  $\varepsilon_1 = -8,25 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Delta l_1 = -1,96 \text{ mm}$

c)  $\varepsilon_1 = 4,62 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Delta l_1 = 1,06 \text{ mm}$

d)  $\varepsilon_1 = -7,06 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Delta l_1 = -1,63 \text{ mm}$

e)  $\varepsilon_1 = -16,8 \cdot 10^{-2}$ ,  $\Delta l_1 = -387,2 \text{ mm}$

f)  $\varepsilon_1 = 2,81 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Delta l_1 = 0,65 \text{ mm}$

g)  $\varepsilon_1 = -2,63 \cdot 10^{-3}$ ,  $\Delta l_1 = -6,06 \text{ mm}$

h)  $\varepsilon_1 = 36,2 \cdot 10^{-2}$ ,  $\Delta l_1 = 834,4 \text{ mm}$

### Aufgabe 3.3

Zusätzlich zur Betrachtung der Auslegung des Systems wurden für einen bestimmten, aber hier nicht genannten Wert für die Kraft  $F_1$  sowohl die Kraft  $S_1^{\text{exp}}$  als auch die Längenänderung  $\Delta l_1^{\text{exp}}$  von Stab 1 experimentell bestimmt, wobei sich folgende Zahlenwerte ergaben:

$$S_1^{\text{exp}} = -5.134 \text{ N} \quad , \quad \Delta l_1^{\text{exp}} = -2,35 \text{ mm}$$

Welcher Wert ergibt sich aus diesen Messdaten für den tatsächlich vorhandenen Elastizitätsmodul des Materials von Stab 1? **(3,0 Punkte)**

a)  $116.932 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b)  $87.654 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c)  $134.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d)  $208.515 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

e)  $179.577 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

f)  $212.074 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

g)  $100.177 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

h)  $45.841 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

i)  $245.093 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

### Aufgabe 4

Welche der folgenden Schlussfolgerungen trifft im vorliegenden Fall zu?

(4,0 Punkte)

**Hinweis:** Die nachfolgenden Aussagen beziehen sich ausschließlich auf die Analysen von Stab 1.

**Hinweis:** Die korrekte Antwort muss ausschließlich korrekte Aussagen beinhalten.

**Hinweis:** Als Grundlage dienen hier ausschließlich die in der Veranstaltung behandelten Nachweise.

- a) Die damalige Auslegung von Stab 1 ist fehlerhaft, da der Tragfähigkeitsnachweis für Stab 1 nicht erfüllt ist. Alle weiteren Nachweise sind erfüllt und auch die experimentellen Untersuchungen ergeben keine weiteren Probleme.
- b) Die damalige Auslegung von Stab 1 weist keine groben Fehler auf und die Bedenken bzgl. Stab 1 sind unbegründet. Die Nachweise sind allesamt erfüllt und zusätzlich ergeben sich keine Probleme aus den experimentellen Untersuchungen.
- c) Die damalige Auslegung von Stab 1 ist fehlerhaft, denn der Betrag der in Aufgabe 3.2 berechneten Dehnung liegt oberhalb der Bruchdehnung. Außer diesem Kriterium sind alle weiteren Nachweise erfüllt und auch die experimentellen Untersuchungen ergeben keine weiteren Probleme.
- d) Die damalige Auslegung von Stab 1 ist fehlerhaft, da der Tragfähigkeitsnachweis für Stab 1 nicht erfüllt ist. Zusätzlich ergibt sich aus den experimentellen Untersuchungen das Problem, dass die tatsächlich vorhandene Dehnung betragsmäßig die Bruchdehnung überschreitet. Der Gebrauchstauglichkeitsnachweis war gemäß der damaligen Auslegung allerdings erfüllt.
- e) Die damalige Auslegung von Stab 1 weist keine groben Fehler auf, da die Nachweise allesamt erfüllt sind. Allerdings scheint das Material des Stabs mittlerweile deutliche Schäden aufzuweisen. Die tatsächlich vorhandene Dehnung liegt allerdings betragsmäßig noch unterhalb der Bruchdehnung.
- f) Die damalige Auslegung von Stab 1 ist fehlerhaft, denn sowohl die Tragfähigkeits- als auch Gebrauchstauglichkeitsnachweise sind allesamt nicht erfüllt. Des Weiteren lassen die experimentellen Daten darauf schließen, dass sich nicht zu vernachlässigende Schädigungen im Material eingestellt haben.

Unabhängig von den vorherigen Analysen und Beurteilungen soll nun untersucht werden, welchen Effekt die Entnahme von Stab 1 auf ausgewählte Reaktionskräfte des Systems haben würde. Das entsprechend angepasste System ist rechts dargestellt. Es soll weiterhin von folgenden Werten ausgegangen werden:

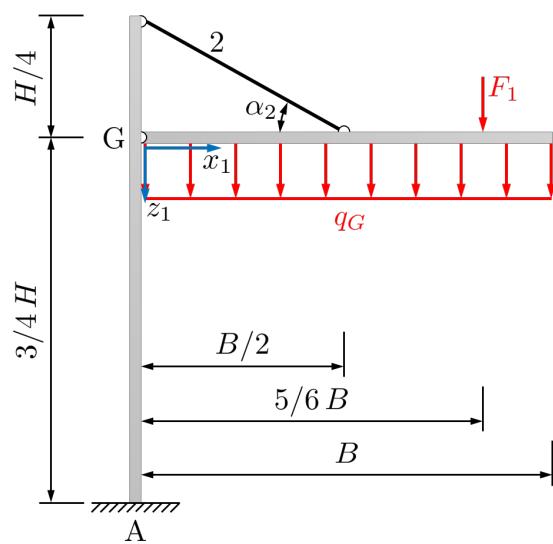
$$H = 7.000 \text{ mm}$$

$$B = 6.000 \text{ mm}$$

$$\alpha_2 = 30,2564^\circ \hat{=} 0,52807 \text{ rad}$$

$$F_1 = 2.500 \text{ N}$$

$$q_G = 0,25 \text{ N/mm}$$



### Aufgabe 5.1

Wie lautet die symbolische Lösung für die Stabkraft  $\tilde{S}_2$  in Stab 2 in diesem System? (3,0 Punkte)

- a)  $\frac{1}{\sin(\alpha_2)} \left[ \frac{5}{6} F_1 + \frac{1}{2} q_G B \right]$    b)  $\frac{1}{\cos(\alpha_2)} \left[ \frac{3}{5} F_1 + q_G B \right]$    c)  $\left[ \frac{5}{12} F_1 + q_G B \right] \cos(\alpha_2)$
- d)  $\frac{1}{\cos(\alpha_2)} \left[ \frac{5}{12} F_1 + 2 q_G B \right]$    e)  $\frac{5}{12 \sin(\alpha_2)} F_1$    f)  $\frac{5}{6} q_G B \sin(\alpha_2)$
- g)  $q_G B \sin(\alpha_2)$    h)  $\frac{1}{\sin(\alpha_2)} \left[ \frac{6}{5} F_1 + 2 q_G B \right]$    i)  $\frac{1}{\sin(\alpha_2)} \left[ \frac{5}{3} F_1 + q_G B \right]$

### Aufgabe 5.2

Berechnen Sie den Zahlenwert für diese Stabkraft  $\tilde{S}_2$  sowie den Referenzwert  $S_2$  — siehe Angaben über Aufgabe 3.1 — für das ursprüngliche System (mit beiden Stäben). Welche der folgenden Aussagen ist hinsichtlich der Auswirkung der Entnahme von Stab 1 auf Stab 2 korrekt? **(3,0 Punkte)**

**Hinweis:** Die nachfolgenden Aussagen beziehen sich ausschließlich auf die Analysen von Stab 2.

**Hinweis:** Die korrekte Antwort muss ausschließlich korrekte Aussagen beinhalten.

- a) Die relative Abweichung der Stabkraft  $\tilde{S}_2$  im Vergleich zur Referenz  $S_2$  aus dem System mit beiden Stäben beträgt  $[\tilde{S}_2 - S_2]/S_2 \approx -78\%$ . Daher besteht durch die Entnahme von Stab 1 die Gefahr, dass die Tragfähigkeit von Stab 2 gefährdet wird.
- b) Die relative Abweichung der Stabkraft  $\tilde{S}_2$  im Vergleich zur Referenz  $S_2$  aus dem System mit beiden Stäben beträgt  $[\tilde{S}_2 - S_2]/S_2 \approx 12\%$ . Daher besteht durch die Entnahme von Stab 1 keine Gefahr, dass die Tragfähigkeit von Stab 2 gefährdet wird.
- c) Die relative Abweichung der Stabkraft  $\tilde{S}_2$  im Vergleich zur Referenz  $S_2$  aus dem System mit beiden Stäben beträgt  $[\tilde{S}_2 - S_2]/S_2 \approx -5\%$ . Daher besteht durch die Entnahme von Stab 1 keine Gefahr, dass die Tragfähigkeit von Stab 2 gefährdet wird.
- d) Die relative Abweichung der Stabkraft  $\tilde{S}_2$  im Vergleich zur Referenz  $S_2$  aus dem System mit beiden Stäben beträgt  $[\tilde{S}_2 - S_2]/S_2 \approx 27\%$ . Daher besteht durch die Entnahme von Stab 1 die Gefahr, dass die Tragfähigkeit von Stab 2 gefährdet wird.
- e) Die relative Abweichung der Stabkraft  $\tilde{S}_2$  im Vergleich zur Referenz  $S_2$  aus dem System mit beiden Stäben beträgt  $[\tilde{S}_2 - S_2]/S_2 \approx -213\%$ . Daher besteht durch die Entnahme von Stab 1 die Gefahr, dass die Tragfähigkeit von Stab 2 gefährdet wird.
- f) Die relative Abweichung der Stabkraft  $\tilde{S}_2$  im Vergleich zur Referenz  $S_2$  aus dem System mit beiden Stäben beträgt  $[\tilde{S}_2 - S_2]/S_2 \approx -33\%$ . Daher besteht durch die Entnahme von Stab 1 keine Gefahr, dass die Tragfähigkeit von Stab 2 gefährdet wird.

## Aufgabe 6

Wie lautet die korrekte Funktion des Biegemoments  $M^{\text{II}}(x_1)$  für den Ausleger (horizontaler Balken) im Bereich  $B/2 \leq x_1 \leq 5/6 B$ ? **(3,0 Punkte)**

**Hinweis:** Das Ergebnis ist allgemein in Abhängigkeit der Größen  $G_x$ ,  $G_y$ ,  $S_2$ ,  $\alpha_2$ ,  $F_1$ ,  $q_G$  und/oder  $B$  anzugeben.

**Hinweis:** Die Kräfte  $G_x$ ,  $G_y$  sind im Teilsystem des Auslegers gemäß des globalen  $x, y$ -Koordinatensystems positiv anzutragen.

**Hinweis:** Die Ergebnisse können unabhängig davon, ob Sie ein positives oder negatives Schnittufer verwenden, ausgewählt werden.

a)  $M^{\text{II}}(x_1) = -G_y x_1 - \frac{1}{2} q_G x_1^2$  bzw.

$$M^{\text{II}}(x_1) = \frac{1}{2} q_G \left[ \frac{5}{6} B - x_1 \right]^2$$

b)  $M^{\text{II}}(x_1) = -S_2 \cos(\alpha_2) \left[ x_1 - \frac{B}{2} \right] - G_y x_1 - \frac{1}{2} q_G x_1^2$  bzw.

$$M^{\text{II}}(x_1) = -F_1 \left[ \frac{5}{6} B - x_1 \right] + \frac{1}{2} q_G [B - x_1]^2$$

c)  $M^{\text{II}}(x_1) = S_2 \sin(\alpha_2) x_1 + G_y x_1 - \frac{1}{2} q_G x_1^2$  bzw.

$$M^{\text{II}}(x_1) = -F_1 \frac{5}{6} B - \frac{1}{2} q_G [B - x_1]^2$$

d)  $M^{\text{II}}(x_1) = S_2 \sin(\alpha_2) \left[ x_1 - \frac{B}{2} \right] + G_y x_1 - \frac{1}{2} q_G \frac{B}{2} x_1$  bzw.

$$M^{\text{II}}(x_1) = -F_1 \left[ \frac{B}{6} - x_1 \right] - q_G B [B - x_1]$$

e)  $M^{\text{II}}(x_1) = S_2 \sin(\alpha_2) \left[ x_1 - \frac{B}{2} \right] + G_y x_1 - \frac{1}{2} q_G x_1^2$  bzw.

$$M^{\text{II}}(x_1) = -F_1 \left[ \frac{5}{6} B - x_1 \right] - \frac{1}{2} q_G [B - x_1]^2$$

f)  $M^{\text{II}}(x_1) = S_2 \cos(\alpha_2) \frac{B}{2} - G_y x_1$  bzw.

$$M^{\text{II}}(x_1) = F_1 \frac{5}{6} B$$

Von nun an wird/werden zur Vermeidung von Folgefehlern folgende Größe/n vorgegeben:

$$M^{\text{II}}(x_1) = -1,7 \cdot 10^7 \text{ N mm} + 4.000 \text{ N } x_1 - 0,125 \frac{\text{N}}{\text{mm}} x_1^2 \quad (x_1 \text{ in mm einzusetzen})$$

$$= -17.000 \text{ N m} + 4.000 \text{ N } x_1 - 125 \frac{\text{N}}{\text{m}} x_1^2 \quad (x_1 \text{ in m einzusetzen})$$

Das betrachtete System bleibt ansonsten unverändert.

### Aufgabe 7.1

An welcher Stelle  $x_1^{\max, M}$  tritt für dieses System im Bereich  $B/2 \leq x_1 \leq 5/6 B$  das betragsmäßig größte Biegemoment  $|M^{\text{II}}|_{\max}$  auf und welchen Wert hat dieses? **(3,0 Punkte)**

a)  $x_1^{\max, M} = 3 \text{ m}$  ,  $|M^{\text{II}}|_{\max} = 6,125 \cdot 10^6 \text{ N mm} \hat{=} 6.125 \text{ N m}$

b)  $x_1^{\max, M} = 1,5 \text{ m}$  ,  $|M^{\text{II}}|_{\max} \approx 11,218 \cdot 10^6 \text{ N mm} \hat{=} 11.218 \text{ N m}$

c)  $x_1^{\max, M} = 2,67 \text{ m}$  ,  $|M^{\text{II}}|_{\max} \approx 7,211 \cdot 10^6 \text{ N mm} \hat{=} 7.211 \text{ N m}$

d)  $x_1^{\max, M} = 3,75 \text{ m}$  ,  $|M^{\text{II}}|_{\max} \approx 3,758 \cdot 10^6 \text{ N mm} \hat{=} 3.758 \text{ N m}$

e)  $x_1^{\max, M} = 5 \text{ m}$  ,  $|M^{\text{II}}|_{\max} = 0,125 \cdot 10^6 \text{ N mm} \hat{=} 125 \text{ N m}$

f)  $x_1^{\max, M} = 4,25 \text{ m}$  ,  $|M^{\text{II}}|_{\max} \approx 2,258 \cdot 10^6 \text{ N mm} \hat{=} 2.258 \text{ N m}$

g)  $x_1^{\max, M} = 3,87 \text{ m}$  ,  $|M^{\text{II}}|_{\max} \approx 3,392 \cdot 10^6 \text{ N mm} \hat{=} 3.392 \text{ N m}$

h)  $x_1^{\max, M} = 4 \text{ m}$  ,  $|M^{\text{II}}|_{\max} = 3 \cdot 10^6 \text{ N mm} \hat{=} 3.000 \text{ N m}$

i)  $x_1^{\max, M} = 3,67 \text{ m}$  ,  $|M^{\text{II}}|_{\max} \approx 4,004 \cdot 10^6 \text{ N mm} \hat{=} 4.004 \text{ N m}$

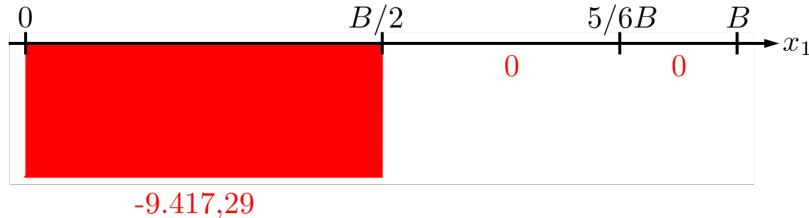
**Aufgabe 7.2**

Die Verteilung der Normalkraft  $N(x_1)$  ist unten als Diagramm vorgegeben. An welcher Stelle  $x_1^{\max,\sigma}$  entlang der Trägerachse des vorgegebenen Systems tritt die betragsmäßig größte Normalsspannung  $|\sigma|_{\max}$  auf und welchen Wert hat diese? **(4,0 Punkte)**

**Hinweis:** Die folgenden Zahlenwerte seien hier direkt vorgegeben:

$$h = 200 \text{ mm} \quad , \quad A = 2.336 \text{ mm}^2 \quad , \quad I_y = 12.402.900 \text{ mm}^4$$

$N(x_1)$  in N



- a)  $x_1^{\max,\sigma} = 3 \text{ m}$  ,  $|\sigma|_{\max} = 53,415 \text{ N/mm}^2$
- b)  $x_1^{\max,\sigma} = 3 \text{ m}$  ,  $|\sigma|_{\max} = 44,939 \text{ N/mm}^2$
- c)  $x_1^{\max,\sigma} = 3,75 \text{ m}$  ,  $|\sigma|_{\max} = 34,457 \text{ N/mm}^2$
- d)  $x_1^{\max,\sigma} = 3,75 \text{ m}$  ,  $|\sigma|_{\max} = 235,803 \text{ N/mm}^2$
- e)  $x_1^{\max,\sigma} = 4 \text{ m}$  ,  $|\sigma|_{\max} = 130,798 \text{ N/mm}^2$
- f)  $x_1^{\max,\sigma} = 4 \text{ m}$  ,  $|\sigma|_{\max} = 120,020 \text{ N/mm}^2$
- g)  $x_1^{\max,\sigma} = 4,25 \text{ m}$  ,  $|\sigma|_{\max} = 217,205 \text{ N/mm}^2$
- h)  $x_1^{\max,\sigma} = 4,25 \text{ m}$  ,  $|\sigma|_{\max} = 76,880 \text{ N/mm}^2$
- i)  $x_1^{\max,\sigma} = 5 \text{ m}$  ,  $|\sigma|_{\max} = 236,836 \text{ N/mm}^2$

Von nun an wird/werden zur Vermeidung von Folgefehlern folgende Größe/n vorgegeben:

Betragsmäßig größte Normalkraft:  $|N|_{\max} = 10.500 \text{ N}$

Betragsmäßig größtes Biegemoment:  $|M|_{\max} = 6.650.000 \text{ N mm}$

### Aufgabe 8

Wählen Sie auf Grundlage der Vorgaben eine optimale Wandstärke  $t$  für das Rechteck-Hohlprofil aus den möglichen Werten aus, die unten in der Tabelle angegeben sind. **Das maßgebende Kriterium soll hier ausschließlich eine möglichst optimale Ausnutzung der Tragreserven sein.** Als Material soll weiterhin ein S235 mit  $\sigma_{\text{zul}} = 235 \text{ N/mm}^2$  verwendet werden. In dieser Tabelle sind ebenfalls die konkreten Zahlenwerte für die vorgegebene Profilhöhe  $h$ , den Flächeninhalt der Querschnittsfläche  $A$ , das Flächenträgheitsmoment  $I_y$  sowie die Kosten pro Meter des Profils angegeben. **(5,0 Punkte)**

**Hinweis:** Die vorgegebene Beanspruchung des Systems soll hier der Einfachheit halber als unabhängig von der Profilwahl angesehen werden. Es gelten stets die oben in der Box angegebenen Werte.

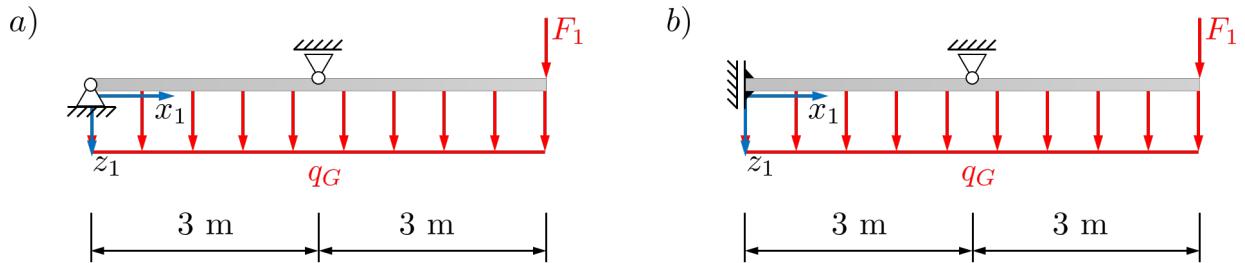
Lösung	$h$	$t$	$A$	$I_y$	Kosten pro Meter
a)	150 mm	1,0 mm	486 mm <sup>2</sup>	1.594.860 mm <sup>4</sup>	45 EUR
b)	150 mm	1,5 mm	726 mm <sup>2</sup>	2.365.410 mm <sup>4</sup>	35 EUR
c)	150 mm	2,0 mm	964 mm <sup>2</sup>	3.118.390 mm <sup>4</sup>	25 EUR
d)	150 mm	2,5 mm	1.200 mm <sup>2</sup>	3.854.060 mm <sup>4</sup>	25 EUR
e)	150 mm	3,0 mm	1.434 mm <sup>2</sup>	4.572.700 mm <sup>4</sup>	25 EUR
f)	150 mm	3,5 mm	1.666 mm <sup>2</sup>	5.274.570 mm <sup>4</sup>	25 EUR
g)	150 mm	4,0 mm	1.896 mm <sup>2</sup>	5.959.910 mm <sup>4</sup>	35 EUR
h)	150 mm	4,5 mm	2.124 mm <sup>2</sup>	6.629.000 mm <sup>4</sup>	35 EUR
i)	150 mm	5,0 mm	2.350 mm <sup>2</sup>	7.282.080 mm <sup>4</sup>	35 EUR

### Aufgabe 9

Wählen Sie nun aus obenstehender Tabelle eine optimale Wandstärke für das Rechteck-Hohlprofil für den Fall aus, dass **Wirtschaftlichkeit** das Kriterium mit erster Priorität und danach **Ressourcenschonung** berücksichtigt werden soll. **(2,0 Punkte)**

## Aufgabe 10

Nachfolgend sollen Aspekte der Gebrauchstauglichkeit des Systems analysiert werden. Dafür wird zum einen ein vereinfachtes System *a*) benutzt sowie ein Alternativ-Vorschlag *b*), bei welchem der Ausleger durch eine Schiebehülse mit dem Mast verbunden ist.



Für System *a*) ist die Funktion der Durchbiegung bereits zu

$$w_a(x_1) = \begin{cases} -0,00054 x_1 + \frac{0,000048}{m^2} x_1^3 + \frac{0,000004}{m^3} x_1^4 & , \text{ falls } 0 \leq x_1 \leq 3 \text{ m} \\ -0,00518 \text{ m} - 0,00572 x_1 + \frac{0,00173}{m} x_1^2 - \frac{0,000144}{m^2} x_1^3 \\ + \frac{0,000004}{m^3} x_1^4 & , \text{ falls } 3 \text{ m} \leq x_1 \leq 6 \text{ m} \end{cases}$$

berechnet worden. Dabei ist hier  $x_1$  in der Einheit m einzusetzen. Für System *b*) liegen die Lösungen für den Verlauf der Biegemomente im Bereich I ( $0 \leq x_1 \leq 3$  m) durch

$$M_b^I(x_1) = -2.250 \text{ N m} - \frac{125 \text{ N}}{m} x_1^2$$

sowie die bereits berechnete Lösung für die Biegelinie im Bereich II ( $3 \leq x_1 \leq 6$  m) durch

$$w_b^{II}(x_1) = -0,000324 \text{ m} - 0,00389 x_1 + \frac{0,00173}{m} x_1^2 - \frac{0,000144}{m^2} x_1^3 + \frac{0,000004}{m^3} x_1^4$$

vor, wobei auch hier  $x_1$  in der Einheit m einzusetzen ist. Es sollen hier unabhängig von der Lösung der vorangehenden Aufgabe folgende Kennwerte für das verwendete Profil gelten:

$$A = 2.336 \text{ mm}^2 \hat{=} 0,002336 \text{ m}^2 \quad , \quad I_y = 12.402.900 \text{ mm}^4 \hat{=} 0,0000124029 \text{ m}^4$$

### Aufgabe 10.1

Berechnen Sie die Verschiebung des Auslegers an der Stelle  $x_1 = 0$  für das alternativ vorgeschlagene System *b*). **(3,0 Punkte)**

- |               |                |               |
|---------------|----------------|---------------|
| a) -0,00736 m | b) 0,0119 m    | c) -0,00230 m |
| d) -0,00421 m | e) 0,000879 m  | f) -0,153 m   |
| g) 0,00383 m  | h) -0,000127 m | i) -0,00762 m |

### Aufgabe 10.2

System *b*) wurde als Alternative mit dem Ziel vorgeschlagen, die betragsmäßige Durchbiegung des Auslegers am freien Ende ( $x_1 = B$ ) zu vermindern. Welche Schlussfolgerung lässt sich auf Grundlage der vorgegebenen und berechneten Lösungen ziehen? **(3,0 Punkte)**

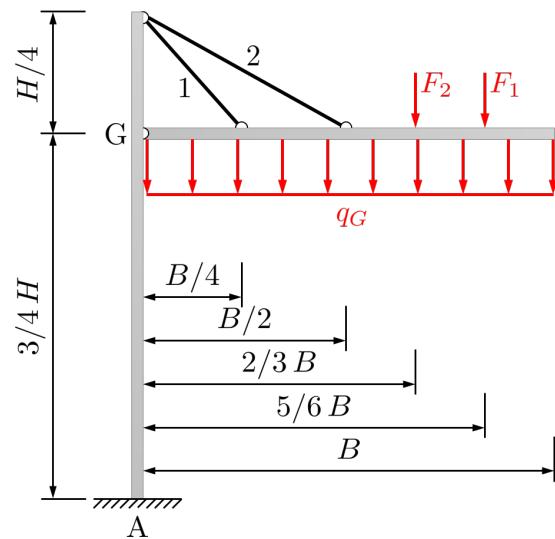
**Hinweis:** Alle Aussagen der jeweiligen Lösungsoption müssen korrekt sein!

- a) Die Durchbiegung des freien Endes beträgt in System *b*) ca. 4,7 mm und die relative Abweichung  $[w_b(B) - w_a(B)]/w_a(B)$  liegt bei ca. -34,1 %. Damit ist System B im Sinne der betragsmäßigen Verminderung der Durchbiegung eine geeignete Alternative für System *a*).
- b) Die Durchbiegung des freien Endes beträgt in System *b*) ca. -2,8 mm und die relative Abweichung  $[w_b(B) - w_a(B)]/w_a(B)$  liegt bei ca. -139,3 %. Damit ist System B im Sinne der betragsmäßigen Verminderung der Durchbiegung keine geeignete Alternative für System *a*).
- c) Die Durchbiegung des freien Endes beträgt in System *b*) ca. 19,5 mm und die relative Abweichung  $[w_b(B) - w_a(B)]/w_a(B)$  liegt bei ca. 173,6 %. Damit ist System B im Sinne der betragsmäßigen Verminderung der Durchbiegung keine geeignete Alternative für System *a*).
- d) Die Durchbiegung des freien Endes beträgt in System *b*) ca. 7,9 mm und die relative Abweichung  $[w_b(B) - w_a(B)]/w_a(B)$  liegt bei ca. 10,8 %. Damit ist System B im Sinne der betragsmäßigen Verminderung der Durchbiegung eine geeignete Alternative für System *a*).
- e) Die Durchbiegung des freien Endes beträgt in System *b*) ca. 12,6 mm und die relative Abweichung  $[w_b(B) - w_a(B)]/w_a(B)$  liegt bei ca. 77,3 %. Damit ist System B im Sinne der betragsmäßigen Verminderung der Durchbiegung keine geeignete Alternative für System *a*).
- f) Die Durchbiegung des freien Endes beträgt in System *b*) ca. -5,4 mm und die relative Abweichung  $[w_b(B) - w_a(B)]/w_a(B)$  liegt bei ca. -175,8 %. Damit ist System B im Sinne der betragsmäßigen Verminderung der Durchbiegung eine geeignete Alternative für System *a*).

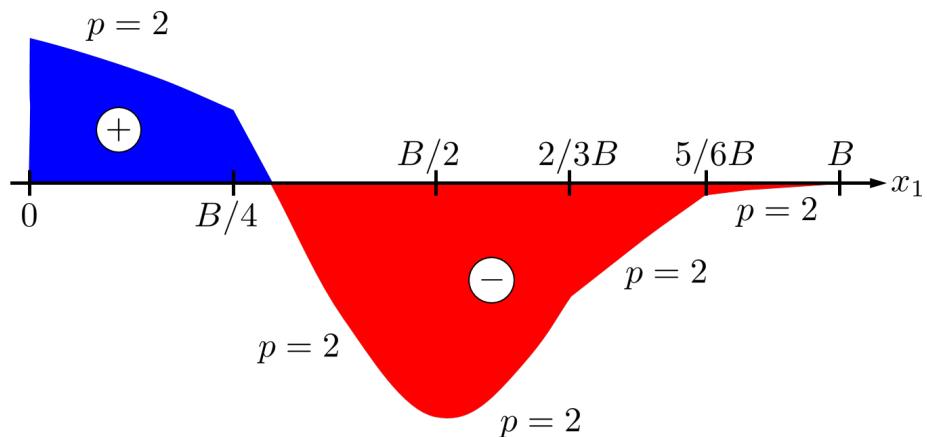
### Aufgabe 11

Es soll nun erneut der erste Entwurf des Systems betrachtet werden, welches allerdings um die Kraft  $F_2$  ergänzt wurde (siehe rechts). Welches der auf den nächsten Seiten dargestellten Diagramme repräsentiert den korrekten Biegemomentenverlauf für den Ausleger (horizontaler Balken) dieses Systems? **(3,0 Punkte)**

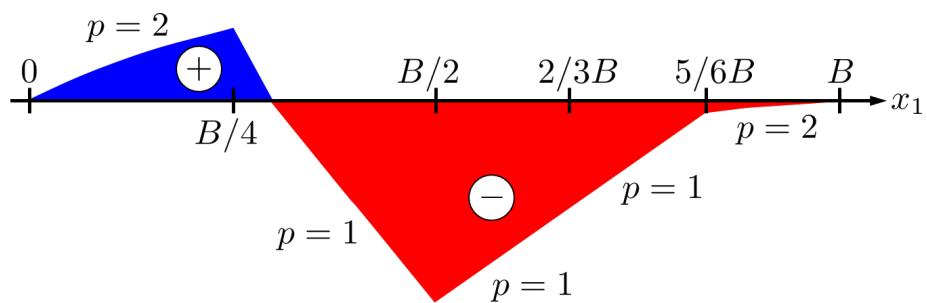
**Hinweis:** Der Polynomgrad ist jeweils durch die Größe  $p$  angegeben, aus der dargestellten Funktion ist dieser nicht unbedingt eindeutig zu erkennen.



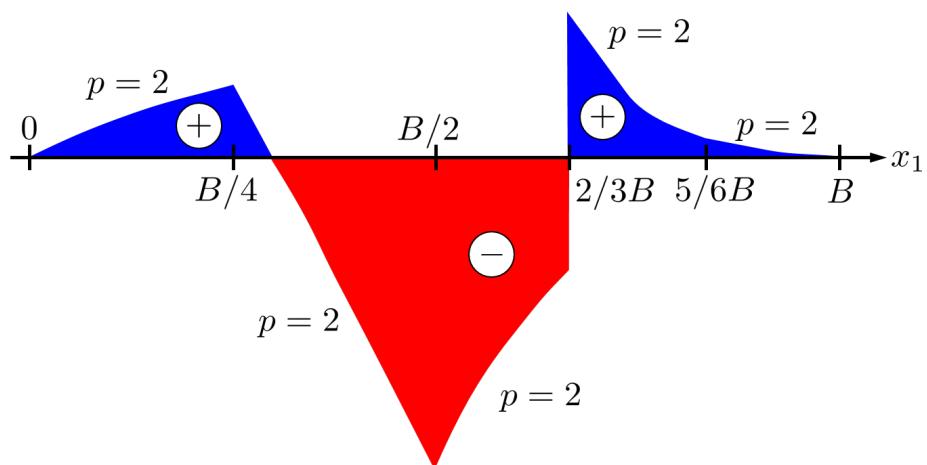
a)



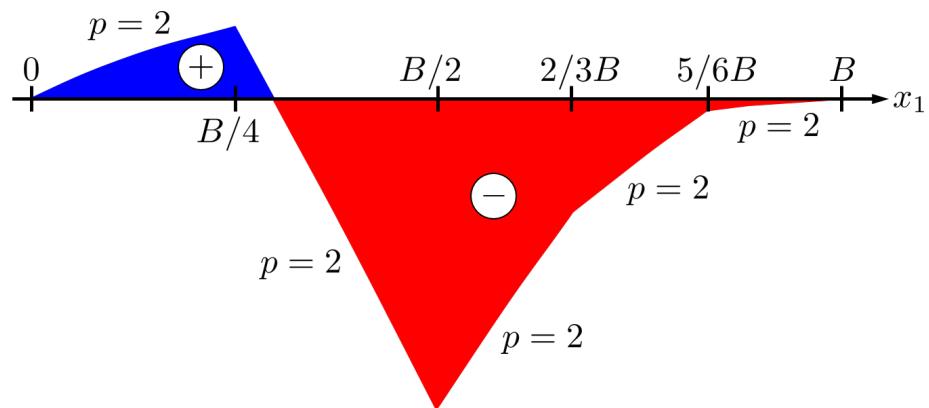
b)



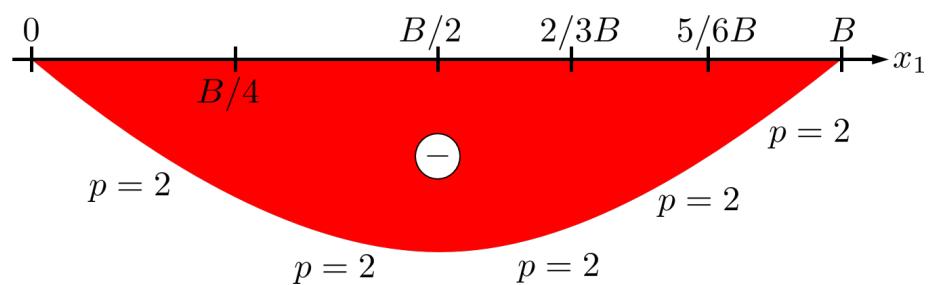
c)



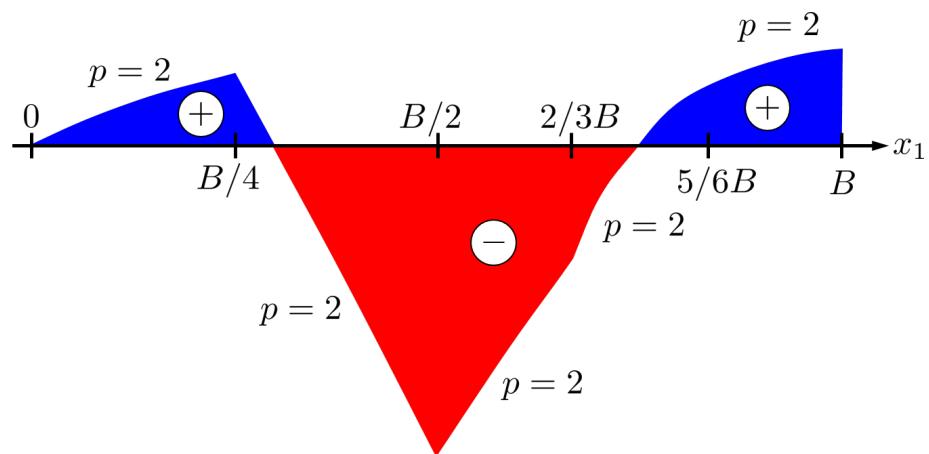
d)



e)

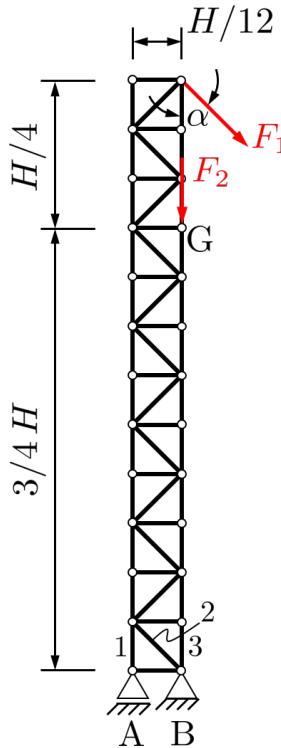


f)



## Aufgabe 12

Ein alternativer Design-Vorschlag sieht vor, den Mast der Signalanlage als Fachwerk zu gestalten, siehe Skizze rechts. Die Wirkungen des Auslegers und der Stäbe auf den Mast sind dabei nun durch die Kräfte  $F_1$  (oben) und  $F_2$  (vertikal wirkend in Punkt G) vorgegeben, es gilt zudem  $\alpha = \pi/4 \hat{=} 45^\circ$ .



### Aufgabe 12.1

Wie lautet die korrekte Lösung für die Stabkraft  $S_1$  (Vertikalstab links)? **(2,0 Punkte)**

a)  $S_1 = 12 F_1$

b)  $S_1 = -\frac{11}{2} \sqrt{2} F_1 \approx -15,556 F_1$

c)  $S_1 = \frac{13}{2} \sqrt{2} F_1 \approx 9,192 F_1$

d)  $S_1 = \frac{9}{2} \sqrt{2} F_1 \approx 6,364 F_1$

e)  $S_1 = -\frac{5}{2} \sqrt{2} F_1 + F_2 \approx -3,536 F_1 + F_2$

f)  $S_1 = 6 \sqrt{2} F_1 \approx 8,485 F_1$

g)  $S_1 = 2 \sqrt{2} F_1 \approx 2,828 F_1$

h)  $S_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} F_1 - F_2 \approx -0,707 F_1 - F_2$

### Aufgabe 12.2

Wie lautet die korrekte Lösung für die Stabkraft  $S_2$  (Diagonalstab)?

**(2,0 Punkte)**

a)  $S_2 = -F_1$

b)  $S_2 = -\frac{5}{2} \sqrt{2} F_1 + F_2 \approx -3,536 F_1 + F_2$

c)  $S_2 = F_1$

d)  $S_2 = F_1 + \sqrt{2} F_2 \approx F_1 + 1,414 F_2$

e)  $S_2 = \frac{9}{2} \sqrt{2} F_1 \approx 6,364 F_1$

f)  $S_2 = \sqrt{2} F_1 \approx 1,414 F_1$

g)  $S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} F_1 \approx 0,707 F_1$

h)  $S_2 = 6 \sqrt{2} F_1 \approx 8,485 F_1$

**Aufgabe 12.3**

Wie lautet die korrekte Lösung für die Stabkraft  $S_3$  (Vertikalstab rechts)?

**(2,0 Punkte)**

a)  $S_3 = \frac{5}{2} F_1 = 2,5 F_1$

b)  $S_3 = -3 F_2$

c)  $S_3 = \frac{1}{2} F_1 - F_2$

d)  $S_3 = -6 \sqrt{2} F_1 + F_2 \approx -8,485 F_1 + F_2$

e)  $S_3 = -\frac{15}{2} \sqrt{2} F_1 \approx -10,607 F_1$

f)  $S_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2} F_1 - F_2 \approx -0,707 F_1 - F_2$

g)  $S_3 = \frac{7}{2} \sqrt{2} F_2 \approx 4,950 F_2$

h)  $S_3 = -\frac{13}{2} \sqrt{2} F_1 - F_2 \approx -9,192 F_1 - F_2$

**Aufgabe 13**

Im Auflager B müssen die dort vorhandenen Schrauben gelöst und ausgetauscht werden. Welche Bedingung muss für den Haftreibungskoeffizienten  $\mu_0$  im Auflagerpunkt B gelten, damit das System nicht kinematisch wird und die Schrauben ohne weitere Maßnahmen ausgetauscht werden können?

**(4,0 Punkte)**

**Hinweis:** Die zur Lösung benötigten Kraftkomponenten hängen mit den Auflagerreaktionen in B zusammen.

a)  $\mu_0 \geq \frac{F_1}{11 F_1 + 2 \sqrt{2} F_2}$

b) Das System ist unabhängig von  $\mu_0$  in jedem Fall kinematisch

c)  $\mu_0 \geq 0,4$

d)  $\mu_0 \geq \frac{F_1}{\sqrt{2} F_2}$

e)  $\mu_0 \geq \frac{F_2}{11 \sqrt{2} F_1 + 2 F_2}$

f)  $\mu_0 \geq \frac{\sqrt{2} F_1}{13 \sqrt{2} F_1 + 2 F_2}$

g) Es gibt keine Einschränkungen für  $\mu_0$

h)  $\mu_0 \geq 0,684$

### Aufgabe 14

Es steht nun der Vorschlag zur Debatte, die Diagonalstäbe im Fachwerk genau anders herum (also jeweils um 90 Grad gedreht) zu gestalten, um den Kraftverlauf innerhalb des Fachwerks gegebenenfalls zu optimieren. Welche Folgen hätte die alternative Anordnung der Diagonalstäbe? **(3,0 Punkte)**

- a) Die Zugkräfte in den Vertikalstäben links (wie z.B. Stab 1) werden größer, ebenso (betragsmäßig) die Druckkräfte in den Vertikalstäben rechts (wie z.B. Stab 3). Die Kräfte in den Diagonalstäben (wie z.B. Stab 2) vergrößern sich durch die Änderung um  $\sqrt{2}/2 F_1$ .
- b) Die Zugkräfte in den Vertikalstäben links (wie z.B. Stab 1) werden verringert. Die Druckkräfte in den Vertikalstäben rechts (wie z.B. Stab 3) werden betragsmäßig größer. Die Kräfte in den Diagonalstäben (wie z.B. Stab 2) bleiben betragsmäßig gleich, ändern aber jeweils das Vorzeichen.
- c) Die Änderung der Anordnung der Diagonalstäbe hat keine Auswirkungen auf die Kräfte in den Vertikalstäben (wie z.B. Stab 1 und 2), allerdings ändern sich jeweils die Vorzeichen der Diagonalstäbe.
- d) Die Zugkräfte in den Vertikalstäben links (wie z.B. Stab 1) werden größer. Die Druckkräfte in den Vertikalstäben rechts (wie z.B. Stab 3) werden betragsmäßig kleiner. Die Kräfte in den Diagonalstäben (wie z.B. Stab 2) bleiben betragsmäßig gleich, ändern aber jeweils das Vorzeichen.
- e) Die Zugkräfte in den Vertikalstäben links (wie z.B. Stab 1) werden größer. Die Druckkräfte in den Vertikalstäben rechts (wie z.B. Stab 3) werden durch die Änderung nicht beeinflusst. Allerdings hängen die Kräfte in den Diagonalstäben (wie z.B. Stab 2) durch diese Änderung nun von der Kraft  $F_2$  ab.
- f) Die Zugkräfte in den Vertikalstäben links (wie z.B. Stab 1) werden verringert. Die Druckkräfte in den Vertikalstäben rechts (wie z.B. Stab 3) werden betragsmäßig größer. Die Kräfte in den Diagonalstäben (wie z.B. Stab 2) bleiben unverändert sowohl vom Betrag als auch Vorzeichen.