

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: _____

Nachname: _____

Matr.-Nr.: _____

Klausur WS20/21 - Fragebogen

Hinweis zur Bearbeitung:

Bitte füllen Sie die Klausur durch das Auswählen der korrekten Lösung für jede Teilaufgabe direkt in der pdf-Datei aus. Beim *Anklicken* des Kästchens erscheint eine Markierung für die gewählte Antwort, die durch ein zweites Anklicken wieder entfernt werden kann. Beachten Sie, dass in jeder Teilaufgabe genau **eine** Antwortmöglichkeit korrekt ist. Sollten Sie für eine Teilaufgabe mehr als eine Antwortmöglichkeit als korrekt markieren, wird diese Teilaufgabe mit 0 Punkten bewertet.

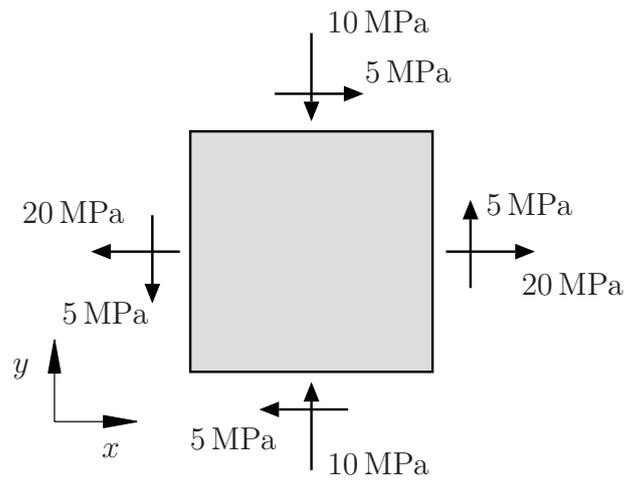
Bitte sehen Sie davon ab, weitere Eintragungen in der pdf-Datei zu machen (Kommentare, Markierungen etc.). Diese werden bei der Bewertung der Klausur *nicht* berücksichtigt.

Für die Einsendung der bearbeiteten Klausur müssen Sie die pdf-Datei mit den von Ihnen gemachten Änderungen (Auswahl der Antworten) abspeichern. Stellen Sie sicher dass Sie bei der Bearbeitung regelmäßig zwischenspeichern, und kontrollieren Sie vor Abgabe, dass Ihre Markierungen in der neu erzeugten Datei angezeigt werden.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe 1 - Verzerrungs- und Spannungszustände (Seite 1 von 5) (10,0 Punkte)

Ein Blech wird wie dargestellt in der Ebene belastet.



Aufgabe 1 - Verzerrungs- und Spannungszustände (Seite 2 von 5)1.1 Bestimmen Sie den Spannungstensor σ .

(1,0 Punkte)

$$\sigma = \begin{pmatrix} -10 & 5 & 0 \\ 5 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 0 \\ 5 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 20 & 5 & 0 \\ 5 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -5 \\ 0 & 10 & 0 \\ -5 & 0 & 10 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} -20 & 5 & 0 \\ 5 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 5 \\ 0 & 5 & -10 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} -20 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & 10 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} -20 & -5 & 0 \\ -5 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

1.2 Bestimmen Sie die maximal auftretende Schubspannung τ_{\max} .

(1,5 Punkte)

$$\tau_{\max} = 20 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = 5\sqrt{10} \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = 5 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = 2\sqrt{13}$$

$$\tau_{\max} = 4\sqrt{11} \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = -10 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = -4\sqrt{11} \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = 5\sqrt{10}$$

Aufgabe 1 - Verzerrungs- und Spannungszustände (Seite 3 von 5)

Für einen nicht näher spezifizierten Körper sei das Verschiebungsfeld

$$\mathbf{u}(x, y, z) = (0,5 \alpha x^2) \mathbf{e}_x + (\beta x + 0,5 \alpha y^2) \mathbf{e}_y - (0,5 \alpha z^2) \mathbf{e}_z$$

mit Konstanten α und β gegeben.

1.3 Bestimmen Sie den resultierenden Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$.

(1,5 Punkte)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \alpha x & 0 & 0 \\ 0 & \beta + \alpha y & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha z \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \alpha x & 0 & 0,5 \beta \\ 0 & \alpha y & 0 \\ 0,5 \beta & 0 & \alpha z \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \alpha x & 0,5 \beta & 0 \\ 0,5 \beta & \alpha y & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha z \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \alpha x & 0 & 0 \\ \beta & -\alpha y & 0 \\ 0 & 0 & \alpha z \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \alpha x & 0,5 \beta & 0 \\ 0,5 \beta & -\alpha y & 0 \\ 0 & 0 & \alpha z \end{pmatrix}$$

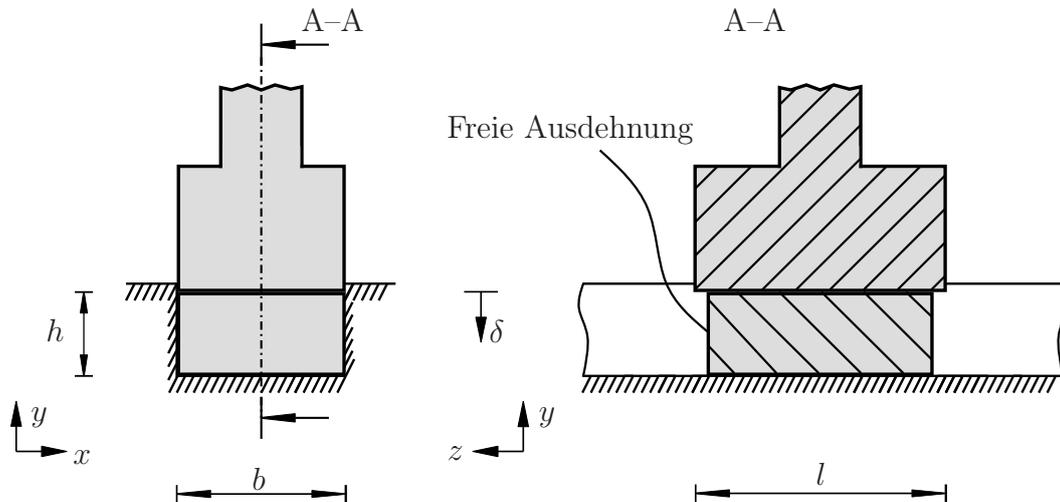
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} -\alpha x & 0 & 0 \\ \beta & \alpha y & 0 \\ 0 & 0 & \alpha z \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \alpha x & 0 & 0 \\ \beta & \alpha y & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha z \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} -\alpha x & 0,5 \beta & 0 \\ 0,5 \beta & \alpha y & 0 \\ 0 & 0 & \alpha z \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1 - Verzerrungs- und Spannungszustände (Seite 4 von 5)

Ein quaderförmiges Werkstück der Höhe h , Breite b und Länge l wird von einem starren Stempel um den vorgegebenen Weg δ gestaucht. Die Ausbreitung des Quaders in x -Richtung wird dabei durch die starre Wand verhindert, wohingegen er sich in z -Richtung frei ausdehnen kann. Das Werkstück verhält sich isotrop linear elastisch nach Hooke mit dem Elastizitätsmodul E und der Querkontraktionszahl ν . Alle Kontaktflächen können als reibungsfrei angenommen werden.



1.4 Welche Bedingungen an die Normaldehnungskomponenten des Verzerrungstensors sind korrekt? **(1,0 Punkte)**

$\epsilon_{xx} = 0, \quad \epsilon_{yy} = -\frac{\delta}{h}$	$\epsilon_{xx} = 0, \quad \epsilon_{yy} = -\frac{h}{\delta}$
$\epsilon_{xx} = 0, \quad \epsilon_{yy} = \frac{\delta}{h}$	$\epsilon_{xx} = 0, \quad \epsilon_{yy} = -\frac{h+\delta}{h}$
$\epsilon_{xx} = \frac{h}{\delta}, \quad \epsilon_{yy} = 0$	$\epsilon_{xx} = 0, \quad \epsilon_{yy} = \frac{h}{\delta}$
$\epsilon_{xx} = -\frac{\delta}{h}, \quad \epsilon_{yy} = 0$	$\epsilon_{xx} = 0, \quad \epsilon_{yy} = \frac{h+\delta}{h}$

Aufgabe 1 - Verzerrungs- und Spannungszustände (Seite 5 von 5)

1.5 Welche Kombination aus Spannungsbedingung und Begründung ist korrekt? **(1,0 Punkte)**

- Keine der genannten
- $\sigma_{zz} = 0$, da der Stempel starr ist
- $\sigma_{yy} = 0$, da der Stempel keine Kräfte überträgt
- $\sigma_{zz} = 0$, da sich der Quader in z-Richtung frei ausdehnen kann
- $\sigma_{xx} = 0$, da sich der Quader in x-Richtung nicht ausdehnen kann
- $\sigma_{yy} = 0$, da keine Reibkräfte auftreten
- $\sigma_{xx} = 0$, da sich die Kräfte an den gegenüberliegenden Wänden aufheben

1.6 Welche Bedingungen an die Schubkomponenten des Verzerrungstensors sind korrekt? **(0,5 Punkte)**

- | | |
|---|--|
| $\varepsilon_{xy} = \nu \frac{\delta}{h}, \quad \varepsilon_{yz} = \nu \frac{\delta}{h}, \quad \varepsilon_{xz} = \nu \frac{\delta}{h}$ | $\varepsilon_{xy} = -\frac{\delta}{h}, \quad \varepsilon_{yz} = -\frac{\delta}{h}, \quad \varepsilon_{xz} = -\frac{\delta}{h}$ |
| $\varepsilon_{xy} = \nu \frac{h}{\delta}, \quad \varepsilon_{yz} = \nu \frac{h}{\delta}, \quad \varepsilon_z = \nu \frac{h}{\delta}$ | $\varepsilon_{xy} = 0, \quad \varepsilon_{yz} = 0, \quad \varepsilon_{xz} = 0$ |
| $\varepsilon_{xy} = -\frac{h}{\delta}, \quad \varepsilon_{yz} = -\frac{h}{\delta}, \quad \varepsilon_z = -\frac{h}{\delta}$ | $\varepsilon_{xy} = \frac{\delta}{h}, \quad \varepsilon_{yz} = 0, \quad \varepsilon_{xz} = 0$ |

Nachfolgend gelte $h = 2000$ mm, $\delta = 14$ mm und $\nu = 0,3$.

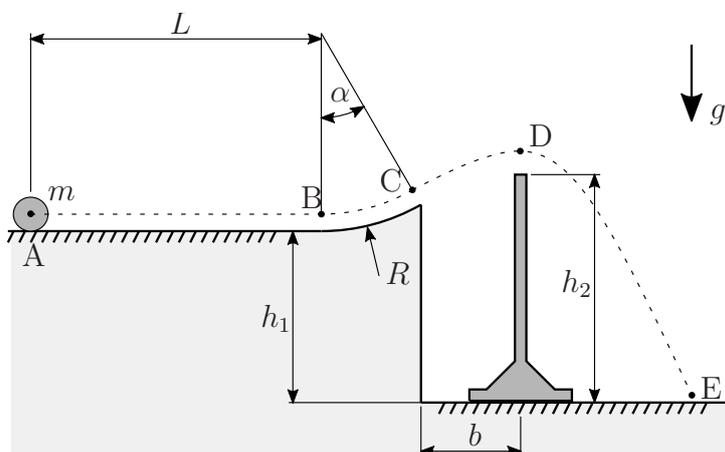
1.7 Bestimmen Sie die daraus resultierende Dehnungskomponente ε_{zz} . **(3,5 Punkte)**

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $\varepsilon_{zz} = \frac{1000}{3}$ | $\varepsilon_{zz} = \frac{3}{1000}$ |
| $\varepsilon_{zz} = \frac{7}{1000}$ | $\varepsilon_{zz} = \frac{7000}{3}$ |
| $\varepsilon_{zz} = \frac{7}{3000}$ | $\varepsilon_{zz} = \frac{3}{7000}$ |
| $\varepsilon_{zz} = \frac{3000}{7}$ | $\varepsilon_{zz} = \frac{1000}{7}$ |

Aufgabe 2 - Punktkinetik (Seite 1 von 2)

(10,0 Punkte)

Eine Extremsportlerin plant einen Skateboardsprung, welcher unten (nicht maßstäblich) skizziert ist. Sie möchte dabei am Punkt A aus der Ruhe starten. Es kann idealisiert angenommen werden, dass sie sich auf der Geraden bis zum Punkt B mit einer konstanten Beschleunigung a bewegt. Auf dem folgenden Kreisbahnabschnitt (Radius R , Winkel $\alpha = 30^\circ$) bis zum Punkt C lässt sie das Skateboard frei laufen. Der Betrag der Geschwindigkeit beim Absprung $v_C = \sqrt{2gR}$ sei bekannt. Die Sportlerin überspringt ein Hindernis der Höhe h_2 , bevor sie im Punkt E auf einer Bahn landet, die um $h_1 = \frac{6}{5}R$ tiefer liegt als der Ausgangspunkt A. Vereinfacht wird die Sportlerin mit ihrem Skateboard bei der Berechnung als eine Punktmasse m dargestellt. Reibungsverluste können für die gesamte Aufgabe vernachlässigt werden.



- 2.1 Bestimmen Sie die Länge L der Anlaufstrecke so, dass am Punkt B eine gegebene Geschwindigkeit v_B erreicht wird. Nehmen Sie für die Beschleunigung auf der Geraden den Wert $a = \frac{g}{2}$ an. (1,0 Punkte)

$L = \sqrt{2} \frac{v_B^2}{g}$	$L = \frac{1}{2} \frac{v_B^2}{g}$	$L = \sqrt{3} \frac{v_B^2}{g}$
$L = \sqrt{5} \frac{v_B^2}{g}$	$L = \frac{1}{\sqrt{5}} \frac{v_B^2}{g}$	$L = \frac{v_B^2}{g}$
$L = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{v_B^2}{g}$	$L = 2 \frac{v_B^2}{g}$	$L = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{v_B^2}{g}$

- 2.2 Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_B , mit der die Sportlerin am Punkt B ankommen muss, um die vorgegebene Absprunggeschwindigkeit $v_C = \sqrt{2gR}$ zu erreichen. (2,0 Punkte)

$v_B = \sqrt{[4 - \sqrt{2}] gR}$	$v_B = \sqrt{[4 - \sqrt{3}] gR}$	$v_B = \sqrt{3gR}$
$v_B = \sqrt{2gR}$	$v_B = \sqrt{[2 - \sqrt{2}] gR}$	$v_B = \sqrt{[3 - \sqrt{2}] gR}$
$v_B = \sqrt{[3 - \sqrt{3}] gR}$	$v_B = \sqrt{[2 - \sqrt{3}] gR}$	$v_B = \sqrt{4gR}$

Aufgabe 2 - Punktkinetik (Seite 2 von 2)**(10,0 Punkte)**

- 2.3** Welche Normalkraft wirkt direkt vor dem Absprung zwischen der Bahn und dem Skateboard der Sportlerin? **(2,0 Punkte)**

$N = 3mg$	$N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$	$N = 2mg$
$N = \frac{\sqrt{2}}{2}mg$	$N = \frac{2+\sqrt{3}}{2}mg$	$N = \frac{7}{2}mg$
$N = \frac{1}{2}mg$	$N = \frac{4+\sqrt{3}}{2}mg$	$N = mg$

- 2.4** Es stehen verschiedene Hindernisse mit unterschiedlichen Höhen h_2 zur Verfügung. Wählen Sie aus den folgenden Optionen das höchste Hindernis aus, welches die Sportlerin überspringen kann ohne dass das Hindernis berührt wird. Nehmen Sie dabei an, dass die Dicke der Hindernisse vernachlässigt werden kann.

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Zeit, die die Sportlerin zum Erreichen des Punktes D benötigt. **(2,5 Punkte)**

$h_2 = 1,4 R$	$h_2 = 2,0 R$	$h_2 = 1,6 R$
$h_2 = 1,3 R$	$h_2 = 1,7 R$	$h_2 = 2,1 R$
$h_2 = 1,5 R$	$h_2 = 1,8 R$	$h_2 = 1,9 R$

- 2.5** Wie muss der Abstand b gewählt werden, damit das Hindernis sich unter dem höchsten Punkt der Flugbahn befindet? **(1,5 Punkte)**

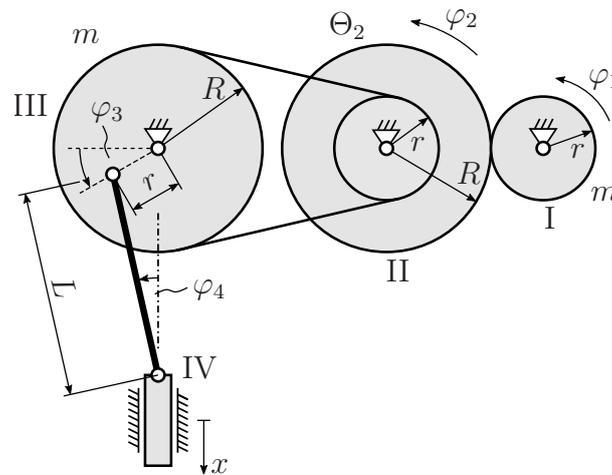
$b = \frac{\sqrt{3}}{3}R$	$b = \frac{\sqrt{5}}{2}R$	$b = \frac{2}{3}R$
$b = \frac{1}{2}R$	$b = \frac{\sqrt{3}}{2}R$	$b = \frac{\sqrt{5}}{3}R$
$b = \frac{\sqrt{5}}{4}R$	$b = \frac{\sqrt{3}}{4}R$	$b = R$

- 2.6** Bestimmen Sie die horizontale Komponente $v_{E,x}$ der Geschwindigkeit, mit der die Sportlerin im Punkt E auftrifft. **(1,0 Punkte)**

$v_{E,x} = \sqrt{\frac{3}{2}gR}$	$v_{E,x} = \sqrt{\frac{1}{2}gR}$	$v_{E,x} = 2\sqrt{gR}$
$v_{E,x} = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$	$v_{E,x} = \sqrt{3gR}$	$v_{E,x} = \sqrt{2gR}$
$v_{E,x} = \frac{1}{2}\sqrt{gR}$	$v_{E,x} = \sqrt{\frac{3}{4}gR}$	$v_{E,x} = \sqrt{gR}$

Aufgabe 3 - Kinematik und Kinetik von Starrkörpern (Seite 1 von 2) (10,0 Punkte)

Das **nicht maßstäblich** abgebildete System wird an der Rolle I mit einer gegebenen Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_1$ angetrieben. Die Stufenrolle II rollt ohne Schlupf auf der angetriebenen Rolle ab. Die Rolle III ist mit dieser über einen Zahnriemen verbunden und treibt über eine Stange der Länge $L = \sqrt{3}r$ den Kolben IV an. Für die Radien der Rollen gelte $R = 2r$. Die Rollen I und III können zur Bestimmung der Massenträgheitsmomente als Scheiben (jeweils Masse m) betrachtet werden, während das Massenträgheitsmoment der Rolle II als $\Theta_2 = \frac{5}{2}mr^2$ bestimmt wurde.



3.1 Bestimmen Sie die kinematische Bindung $\dot{\varphi}_2$ ($\dot{\varphi}_1$). (1,0 Punkte)

$\dot{\varphi}_2 = 2\dot{\varphi}_1$	$\dot{\varphi}_2 = \sqrt{2}\dot{\varphi}_1$	$\dot{\varphi}_2 = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_1$	$\dot{\varphi}_2 = 4\dot{\varphi}_1$
$\dot{\varphi}_2 = -4\dot{\varphi}_1$	$\dot{\varphi}_2 = -\frac{1}{2}\dot{\varphi}_1$	$\dot{\varphi}_2 = -\sqrt{2}\dot{\varphi}_1$	$\dot{\varphi}_2 = -2\dot{\varphi}_1$

3.2 Bestimmen Sie die kinematische Bindung $\dot{\varphi}_3$ ($\dot{\varphi}_2$). (1,0 Punkte)

$\dot{\varphi}_3 = -4\dot{\varphi}_2$	$\dot{\varphi}_3 = 2\dot{\varphi}_2$	$\dot{\varphi}_3 = -\frac{1}{2}\dot{\varphi}_2$	$\dot{\varphi}_3 = -2\dot{\varphi}_2$
$\dot{\varphi}_3 = 4\dot{\varphi}_2$	$\dot{\varphi}_3 = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_2$	$\dot{\varphi}_3 = -\sqrt{2}\dot{\varphi}_2$	$\dot{\varphi}_3 = \sqrt{2}\dot{\varphi}_2$

3.3 Welche Arbeit W_{ext} muss am System verrichtet werden, um aus der Ruhe eine Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_1 = \omega$ zu erreichen? Nehmen Sie bei der Berechnung an, dass alle Trägheiten außer denen der drei Rollen vernachlässigt werden können. (1,0 Punkte)

$W_{\text{ext}} = \frac{6}{16}mr^2\omega^2$	$W_{\text{ext}} = \frac{7}{16}mr^2\omega^2$	$W_{\text{ext}} = \frac{11}{16}mr^2\omega^2$
$W_{\text{ext}} = \frac{3}{16}mr^2\omega^2$	$W_{\text{ext}} = \frac{8}{16}mr^2\omega^2$	$W_{\text{ext}} = \frac{4}{16}mr^2\omega^2$
$W_{\text{ext}} = \frac{5}{16}mr^2\omega^2$	$W_{\text{ext}} = \frac{10}{16}mr^2\omega^2$	$W_{\text{ext}} = \frac{9}{16}mr^2\omega^2$

Aufgabe 3 - Kinematik und Kinetik von Starrkörpern (Seite 2 von 2) (10,0 Punkte)

Das System wird zunächst in der abgebildeten Position $\varphi_3 = 30^\circ$ betrachtet. Die Winkelgeschwindigkeit der Rolle III betrage $\dot{\varphi}_3 = \sqrt{3}\omega$.

3.4 Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_4$ der Stange in dieser Position. (3,0 Punkte)

$\dot{\varphi}_4 = \frac{1}{2}\omega$	$\dot{\varphi}_4 = -\frac{1}{\sqrt{2}}\omega$	$\dot{\varphi}_4 = -\frac{1}{2}\omega$
$\dot{\varphi}_4 = -\frac{1}{\sqrt{3}}\omega$	$\dot{\varphi}_4 = 0$	$\dot{\varphi}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}\omega$
$\dot{\varphi}_4 = \frac{1}{3}\omega$	$\dot{\varphi}_4 = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega$	$\dot{\varphi}_4 = -\frac{1}{3}\omega$

3.5 Bestimmen Sie die Geschwindigkeit \dot{x} des Kolbens in dieser Position. (1,0 Punkte)

$\dot{x} = 0$	$\dot{x} = \frac{1}{2}r\omega$	$\dot{x} = 2r\omega$
$\dot{x} = \frac{3}{\sqrt{2}}r\omega$	$\dot{x} = \frac{2}{3}r\omega$	$\dot{x} = \sqrt{3}r\omega$
$\dot{x} = \frac{1}{3}r\omega$	$\dot{x} = \frac{\sqrt{2}}{3}r\omega$	$\dot{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}r\omega$

Im Folgenden wird das System in der Position $\varphi_3 = 90^\circ$ betrachtet. Es seien die Winkelgeschwindigkeiten $\dot{\varphi}_3 = \sqrt{3}\omega$ und $\dot{\varphi}_4 = -\omega$ sowie die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}_3 = \frac{3\sqrt{3}}{4}\omega^2$ bekannt.

3.6 Bestimmen Sie die Geschwindigkeit \dot{x} des Kolbens in dieser Position. (1,0 Punkte)

$\dot{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}r\omega$	$\dot{x} = \frac{1}{2}r\omega$	$\dot{x} = \frac{\sqrt{2}}{3}r\omega$
$\dot{x} = \frac{3}{\sqrt{2}}r\omega$	$\dot{x} = \frac{2}{3}r\omega$	$\dot{x} = 0$
$\dot{x} = \frac{1}{3}r\omega$	$\dot{x} = r\omega$	$\dot{x} = \frac{2}{\sqrt{3}}r\omega$

3.7 Bestimmen Sie die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}_4$ der Stange in dieser Position. (2,0 Punkte)

$\ddot{\varphi}_4 = -\sqrt{3}\omega^2$	$\ddot{\varphi}_4 = 0$	$\ddot{\varphi}_4 = -\frac{9}{4}\omega^2$
$\ddot{\varphi}_4 = -\frac{9}{4}\omega^2$	$\ddot{\varphi}_4 = -\frac{3}{4}\omega^2$	$\ddot{\varphi}_4 = -3\omega^2$
$\ddot{\varphi}_4 = -\frac{\sqrt{3}}{4}\omega^2$	$\ddot{\varphi}_4 = -\frac{3}{16}\omega^2$	$\ddot{\varphi}_4 = -\frac{9}{16}\omega^2$