

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

# Übungsaufgaben zur Klausurvorbereitung WS21/22 - Fragebogen

Die Aufgaben sind an eine Altklausur angelehnt, können aber stellenweise in Inhalt und Form abweichen.

## **Hinweis zur Bearbeitung:**

Bitte füllen Sie die Klausur durch das Auswählen der korrekten Lösung für jede Teilaufgabe direkt in der pdf-Datei aus. Beim *Anklicken* des Kästchens erscheint eine Markierung für die gewählte Antwort, die durch ein zweites Anklicken wieder entfernt werden kann. Beachten Sie, dass in jeder Teilaufgabe genau **eine** Antwortmöglichkeit korrekt ist. Sollten Sie für eine Teilaufgabe mehr als eine Antwortmöglichkeit als korrekt markieren, wird diese Teilaufgabe mit 0 Punkten bewertet.

Bitte sehen Sie davon ab, weitere Eintragungen in der pdf-Datei zu machen (Kommentare, Markierungen etc.). Diese werden bei der Bewertung der Klausur *nicht* berücksichtigt.

Für die Einsendung der bearbeiteten Klausur müssen Sie die pdf-Datei mit den von Ihnen gemachten Änderungen (Auswahl der Antworten) abspeichern. Stellen Sie sicher dass Sie bei der Bearbeitung regelmäßig zwischenspeichern, und kontrollieren Sie vor Abgabe, dass Ihre Markierungen in der neu erzeugten Datei angezeigt werden.

**Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!**

**Aufgabe 1** - Verzerrungs- und Spannungszustände (Seite 1 von 4) (10,0 Punkte)

Für Aufgabenteile **1.1** bis **1.4** sei der folgende Spannungszustand gegeben.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

**1.1** Bestimmen Sie die maximal auftretende Schubspannung  $\tau_{\max}$ . (1,5 Punkte)

$\tau_{\max} = 4 \text{ MPa}$	$\tau_{\max} = 5\sqrt{2} \text{ MPa}$	$\tau_{\max} = 4\sqrt{10} \text{ MPa}$
$\tau_{\max} = 0 \text{ MPa}$	$\tau_{\max} = 6 \text{ MPa}$	$\tau_{\max} = 1 \text{ MPa}$
$\tau_{\max} = 6\sqrt{2} \text{ MPa}$	$\tau_{\max} = 5 \text{ MPa}$	$\tau_{\max} = 5/\sqrt{2} \text{ MPa}$

**1.2** Bestimmen Sie die Hauptspannungen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$ . (1,0 Punkte)

$\sigma_{1/2/3} = \{5 \quad 4 \quad 2\} \text{ MPa}$	$\sigma_{1/2/3} = \{9 \quad 5 \quad 0\} \text{ MPa}$
$\sigma_{1/2/3} = \{7 \quad 2 \quad 0\} \text{ MPa}$	$\sigma_{1/2/3} = \{5 \quad 5 \quad 0\} \text{ MPa}$
$\sigma_{1/2/3} = \{4 \quad 2 \quad 1\} \text{ MPa}$	$\sigma_{1/2/3} = \{7 \quad 7 \quad 1\} \text{ MPa}$
$\sigma_{1/2/3} = \{5 \quad -1 \quad 0\} \text{ MPa}$	$\sigma_{1/2/3} = \{9 \quad 7 \quad 4\} \text{ MPa}$
$\sigma_{1/2/3} = \{9 \quad 3 \quad -3\} \text{ MPa}$	$\sigma_{1/2/3} = \{7 \quad 0 \quad -3\} \text{ MPa}$

**1.3** Der betrachtete Spannungszustand gilt für einen Punkt auf der Oberfläche eines Körpers, dessen Normalenvektor  $\boldsymbol{n} = 1/\sqrt{5} [0 \quad 1 \quad 2]^T$  ist. Wie lautet der Traktionsvektor auf der Fläche? (1,5 Punkte)

$\boldsymbol{t} = 1/\sqrt{5} [5 \quad 0 \quad 4]^T \text{ MPa}$	$\boldsymbol{t} = \sqrt{5} [5 \quad 8 \quad 0]^T \text{ MPa}$
$\boldsymbol{t} = 1/\sqrt{5} [8 \quad 0 \quad -2]^T \text{ MPa}$	$\boldsymbol{t} = \sqrt{5} [-2 \quad 5 \quad 0]^T \text{ MPa}$
$\boldsymbol{t} = 1/\sqrt{5} [4 \quad 0 \quad 8]^T \text{ MPa}$	$\boldsymbol{t} = \sqrt{5} [5 \quad 20 \quad 0]^T \text{ MPa}$

**Aufgabe 1** - Verzerrungs- und Spannungszustände (Seite 2 von 4)

- 1.4 Gehen Sie nun von einem Hookeschen Werkstoffmodell mit Elastizitätsmodul  $E$  und Querkontraktionszahl  $\nu = 1/3$  aus. Bestimmen Sie die größte Hauptdehnung  $\varepsilon_{\max}$ .  
**(1,0 Punkte)**

$$\varepsilon_{\max} = \frac{8}{E} \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{5}{3E} \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{4}{E} \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{1}{E} \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{7}{E} \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{8}{3E} \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{3}{E} \text{ MPa}$$

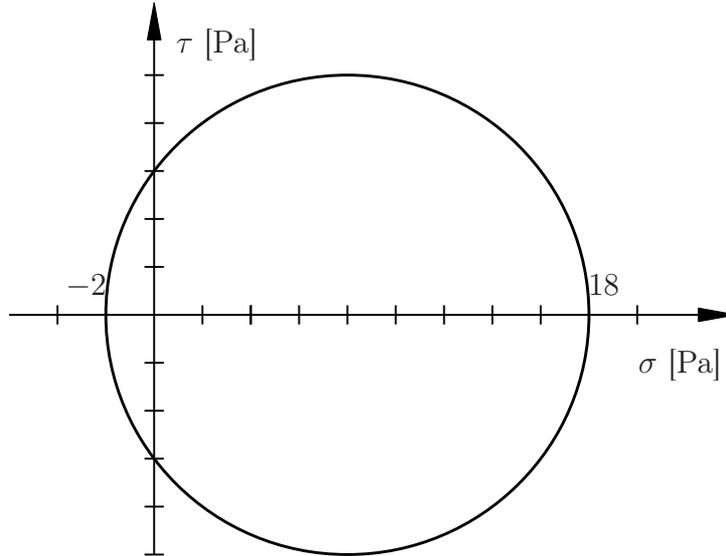
$$\varepsilon_{\max} = \frac{7}{3E} \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{5}{E} \text{ MPa}$$

---

**Aufgabe 1** - Verzerrungs- und Spannungszustände (Seite 3 von 4)

Im Weiteren sei ein anderer Spannungszustand einer unbelasteten Oberfläche betrachtet, für welchen sich der Mohrsche Spannungskreis wie nebenstehend abgebildet ergibt.



**1.5** Bestimmen Sie die maximale Scherspannung  $\tau_{\max}$ . **(1,0 Punkte)**

$\tau_{\max} = 16 \text{ Pa}$	$\tau_{\max} = 8 \text{ Pa}$
$\tau_{\max} = 8/\sqrt{2} \text{ Pa}$	$\tau_{\max} = 14 \text{ Pa}$
$\tau_{\max} = 18 \text{ Pa}$	$\tau_{\max} = 10/\sqrt{2} \text{ Pa}$
$\tau_{\max} = -2 \text{ Pa}$	$\tau_{\max} = 10 \text{ Pa}$

**1.6** Welche Aussage zum vorliegenden Spannungszustand können Sie mit den Ihnen vorliegenden Informationen eindeutig bejahen? **(1,0 Punkte)**

- |   |
|---|
| <p>Keine der genannten</p> <p>Es treten in keine Richtung Scherspannungen auf.</p> <p>Es handelt sich um einen ebenen Spannungszustand.</p> <p>Es ist ein hydrostatischer Zustand.</p> <p>Es treten nur Zugspannungen auf.</p> <p>Es handelt sich um einen ebenen Verzerrungszustand.</p> |
|---|

**Aufgabe 1** - Verzerrungs- und Spannungszustände (Seite 4 von 4)

**1.7** Der Spannungszustand wurde in einem nicht näher spezifizierten kartesischen Koordinatensystem bestimmt. Die größte Normalspannung hat dabei den Wert 14 Pa angenommen. Wählen Sie für dieses Koordinatensystem den Spannungstensor aus, der mit dem oberen Mohrschen Spannungskreis kompatibel ist. **(2,0 Punkte)**

$$\sigma = \begin{pmatrix} 14 & 8 & 0 \\ 8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 0 \\ 8 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ -8 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 14 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 14 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 18 & 10 & 0 \\ 10 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 14 & 0 \\ -14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 14 & 8 & 0 \\ 8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

**1.8** Bestimmen Sie den zugehörigen Drehwinkel des Koordinatensystems bezogen auf das Hauptachsensystem, in dem die größte Hauptspannung in die erste Achsenrichtung wirkt. **(1,0 Punkte)**

$$\pm 26.565^\circ$$

$$\pm 53.13^\circ$$

$$\pm 90^\circ$$

$$\pm 60^\circ$$

$$\pm 45^\circ$$

$$\pm 39.87^\circ$$

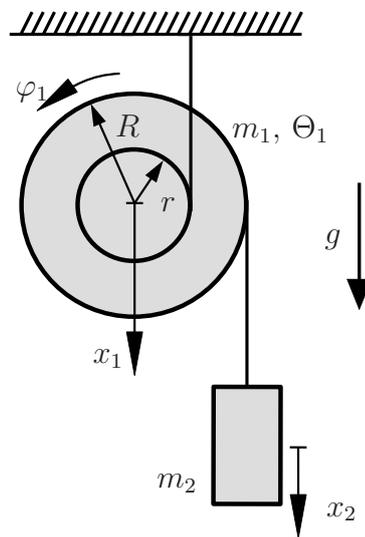
$$\pm 31.135^\circ$$

$$\pm 11.21^\circ$$

**Aufgabe 2** - Starrkörperkinematik und -kinetik (Seite 1 von 3)

(10,0 Punkte)

Eine abgesetzte Stufenrolle (Masse  $m_1$ , Massenträgheitsmoment bzgl. des Schwerpunkts  $\Theta_1 = 3 m_1 r^2/4$ ) rollt über den inneren Radius  $r$  an einem Seil ab, welches an der Decke befestigt ist. Eine seitliche Auslenkung der Stufenrolle wird vernachlässigt, sodass der Seilverlauf als perfekt vertikal angenommen wird. An dem äußeren Radius  $R = 3r/2$  ist ein zweites Seil angebracht, an dem eine Masse  $m_2$  befestigt ist. Das System befindet sich im Schwerfeld der Erde. Die Skizze ist **nicht** maßstabsgetreu.



**2.1** Bestimmen Sie das Massenverhältnis  $m_1/m_2$  so, dass sich das System im statischen Gleichgewicht befindet. (1,0 Punkte)

$m_1/m_2 = 1/2$	$m_1/m_2 = 3$	$m_1/m_2 = 1/4$
$m_1/m_2 = 2/3$	$m_1/m_2 = 4/3$	$m_1/m_2 = 3/2$
$m_1/m_2 = 2$	$m_1/m_2 = 3/4$	$m_1/m_2 = 1$

**2.2** Bestimmen Sie die kinematische Bindung  $\dot{x}_1(\dot{\varphi}_1)$ .

(1,0 Punkte)

$\dot{x}_1 = \dot{\varphi}_1 r/3$	$\dot{x}_1 = \dot{\varphi}_1 2r/3$	$\dot{x}_1 = -\dot{\varphi}_1 r/2$
$\dot{x}_1 = -\dot{\varphi}_1 3r/2$	$\dot{x}_1 = -\dot{\varphi}_1 2r/3$	$\dot{x}_1 = \dot{\varphi}_1 3r/2$
$\dot{x}_1 = \dot{\varphi}_1 r/2$	$\dot{x}_1 = \dot{\varphi}_1 r$	$\dot{x}_1 = -\dot{\varphi}_1 r$

**2.3** Bestimmen Sie die kinematische Bindung  $\dot{x}_2(\dot{\varphi}_1)$ .

(1,0 Punkte)

$\dot{x}_2 = -\dot{\varphi}_1 r/2$	$\dot{x}_2 = 3 \dot{\varphi}_1 r/2$	$\dot{x}_2 = \dot{\varphi}_1 r/2$
$\dot{x}_2 = -2 \dot{\varphi}_1 r/3$	$\dot{x}_2 = 2 \dot{\varphi}_1 r/3$	$\dot{x}_2 = -2 \dot{\varphi}_1 r$
$\dot{x}_2 = \dot{\varphi}_1 r$	$\dot{x}_2 = -3 \dot{\varphi}_1 r/2$	$\dot{x}_2 = 2 \dot{\varphi}_1 r$

**Aufgabe 2** - Starrkörperkinematik und -kinetik (Seite 2 von 3)

(10,0 Punkte)

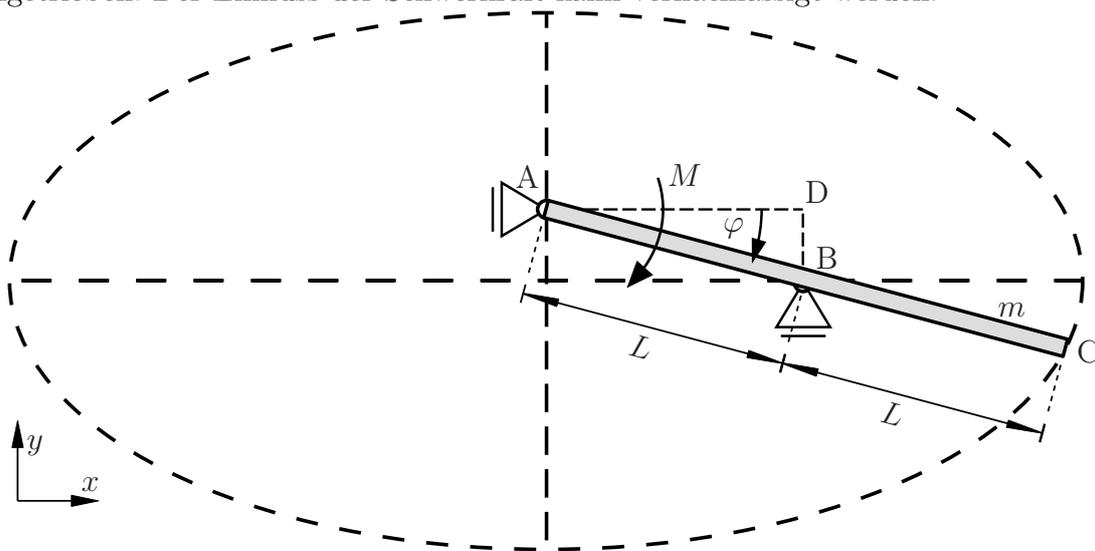
Es sei  $m_1/m_2 = 1/3$  so gewählt, dass sich das System bewegt.

**2.4** Berechnen Sie die Bewegungsgleichung für  $\ddot{\varphi}_1$ .

(3,0 Punkte)

$\ddot{\varphi}_1 = -g/(5r)$	$\ddot{\varphi}_1 = -g/(4r)$	$\ddot{\varphi}_1 = 2g/(3r)$
$\ddot{\varphi}_1 = g/(5r)$	$\ddot{\varphi}_1 = -2g/(3r)$	$\ddot{\varphi}_1 = 3g/(2r)$
$\ddot{\varphi}_1 = -2g/(5r)$	$\ddot{\varphi}_1 = -3g/(2r)$	$\ddot{\varphi}_1 = 2g/(5r)$

Ein starrer Stab der Länge  $2L$  und der Masse  $m$  ist wie dargestellt in den Punkten A und B gelagert. Der Winkel  $\varphi$  beschreibt die Rotation des Stabes, welcher in einer ausgelenkten Lage dargestellt ist. Der Stab wird von einem zeitlich konstanten Moment  $M$  um Punkt A angetrieben. Der Einfluss der Schwerkraft kann vernachlässigt werden.



**2.5** Bestimmen Sie die Geschwindigkeit  $v_{A,y}$  des Punktes A in  $y$ -Richtung und die Geschwindigkeit  $v_{B,x}$  des Punktes B in  $x$ -Richtung. (1,5 Punkte)

$v_{A,y} = -\dot{\varphi} L \cos(\varphi),$ $v_{B,x} = \dot{\varphi} L \sin(\varphi)$	$v_{A,y} = 2 \dot{\varphi} L \cos(\varphi),$ $v_{B,x} = -2 \dot{\varphi} L \sin(\varphi)$	$v_{A,y} = \dot{\varphi} L \sin(\varphi),$ $v_{B,x} = -\dot{\varphi} L \cos(\varphi)$
$v_{A,y} = 2 \dot{\varphi} L \sin(\varphi),$ $v_{B,x} = -2 \dot{\varphi} L \cos(\varphi)$	$v_{A,y} = \dot{\varphi} L \cos(\varphi),$ $v_{B,x} = -\dot{\varphi} L \sin(\varphi)$	$v_{A,y} = -\dot{\varphi} L \sin(\varphi),$ $v_{B,x} = \dot{\varphi} L \cos(\varphi)$

**Aufgabe 2** - Starrkörperkinematik und -kinetik (Seite 3 von 3)**(10,0 Punkte)**

**2.6** Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment  $\Theta_D$  des Stabes bezüglich des Punktes D. **(1,0 Punkte)**

$$\Theta_D = 4 m L^2/3 + m \cos^2(\varphi) L^2$$

$$\Theta_D = m L^2/3 + m \sin(\varphi) L$$

$$\Theta_D = m L^2/12$$

$$\Theta_D = m L^2/12 + m \cos^2(\varphi) L^2$$

$$\Theta_D = 4 m L^2/3$$

$$\Theta_D = m L^2/3 + m \sin^2(\varphi) L^2$$

$$\Theta_D = m L^2/3 + m \cos^2(\varphi) L^2$$

$$\Theta_D = m L^2/3$$

$$\Theta_D = m L^2/12 + m \sin^2(\varphi) L^2$$

$$\Theta_D = m L^2/12 + m \cos(\varphi) L$$

**2.7** Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit des Stabes  $\dot{\varphi}$  in Abhängigkeit des Winkels  $\varphi$ , wenn der Stab von  $\varphi = 0$  aus der Ruhe durch das Moment  $M$  beschleunigt wird. **(1,5 Punkte)**

$$\dot{\varphi} = \sqrt{\Theta_D/(M \varphi)}$$

$$\dot{\varphi} = 2 M \varphi/\Theta_D$$

$$\dot{\varphi} = \sqrt{(\Theta_D + m L^2)/(2 M \varphi)}$$

$$\dot{\varphi} = (\Theta_D + m L^2)/(M \varphi)$$

$$\dot{\varphi} = \sqrt{2 M \varphi/\Theta_D}$$

$$\dot{\varphi} = \sqrt{2 M \varphi/(\Theta_D + m L^2)}$$

$$\dot{\varphi} = \sqrt{\Theta_D/(2 M \varphi)}$$

$$\dot{\varphi} = \sqrt{M \varphi/\Theta_D}$$

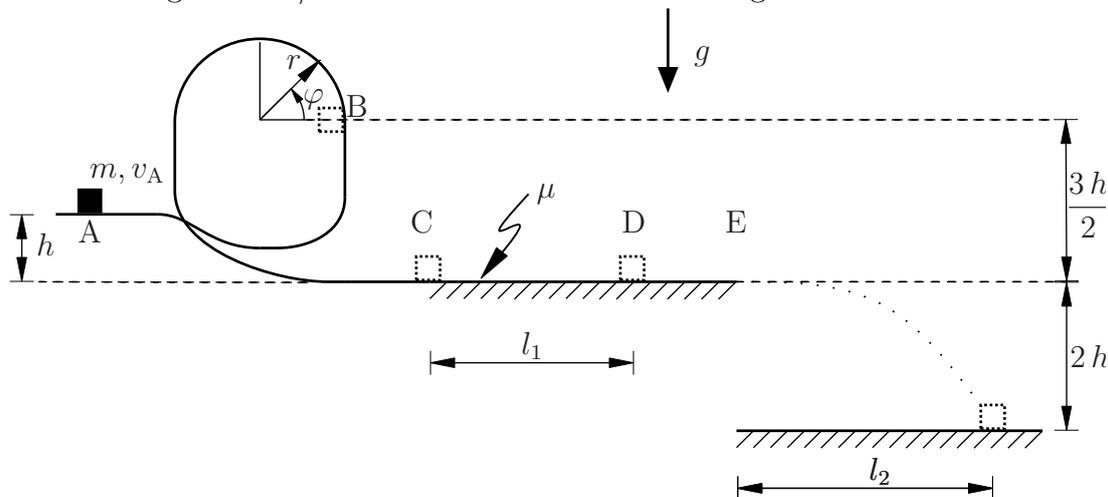
$$\dot{\varphi} = \sqrt{M \varphi/(\Theta_D + m L^2)}$$

$$\dot{\varphi} = \sqrt{(\Theta_D + m L^2)/(M \varphi)}$$

**Aufgabe 3** - Massenpunktkinematik und -kinetik (Seite 1 von 2) (10,0 Punkte)

Eine punktförmige Masse  $m$  weist im Punkt A die Geschwindigkeit  $v_A$  auf und bewegt sich auf einer Bahn durch eine Schleife zu Punkt E, ohne den Kontakt zur Bahn zu verlieren. Die Bahn ist zwischen den Punkten A und C reibungsfrei, der Bereich zwischen den Punkten C und E hingegen ist reibungsbehaftet (Gleitreibungskoeffizient  $\mu$ ). Die Masse befindet sich im Schwerfeld (Beschleunigung  $g$ ). Im Punkt E endet die Bahn, sodass der Massepunkt dort die Bahn verlassen kann.

Für den Radius gilt  $r = h/3$ . Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.



**3.1** Bestimmen Sie die Geschwindigkeit  $v_B$  der Masse im Punkt B. (1,0 Punkte)

$v_B = v_A + 2\sqrt{gh}$	$v_B = v_A - 2\sqrt{gh}$	$v_B = \sqrt{v_A^2 - gh}$
$v_B = \sqrt{v_A^2 + 3gh}$	$v_B = \sqrt{v_A^2 - 3gh}$	$v_B = \sqrt{v_A^2 + gh}$
$v_B = v_A + gh$	$v_B = v_A + \sqrt{gh}$	$v_B = v_A - \sqrt{gh}$

**3.2** Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}(v_B)$  der Masse im oberen Halbkreis der Schleife. (2,5 Punkte)

$\dot{\varphi}(v_B) = \sqrt{v_B^2 - 2g \sin(\varphi)}$	$\dot{\varphi}(v_B) = \sqrt{v_B^2 + 2g(\cos(\varphi) - 1)}$
$\dot{\varphi}(v_B) = \sqrt{\frac{9v_B^2}{h^2} - \frac{6g}{h}(\cos(\varphi) - 1)}$	$\dot{\varphi}(v_B) = \sqrt{v_B^2 + 2g \sin(\varphi)}$
$\dot{\varphi}(v_B) = \sqrt{v_B^2 - 2g(\cos(\varphi) - 1)}$	$\dot{\varphi}(v_B) = \sqrt{\frac{9v_B^2}{h^2} - \frac{6g}{h} \sin(\varphi)}$
$\dot{\varphi}(v_B) = \sqrt{\frac{9v_B^2}{h^2} + \frac{6g}{h}(\cos(\varphi) - 1)}$	$\dot{\varphi}(v_B) = \sqrt{\frac{9v_B^2}{h^2} + \frac{6g}{h} \sin(\varphi)}$

**Aufgabe 3** - Massenpunktkinematik und -kinetik (Seite 2 von 2) (10,0 Punkte)

- 3.3** Wie groß muss die Geschwindigkeit  $v_B$  der Masse im Punkt B **mindestens** sein, damit diese zwischen Punkt B und C den Kontakt zur Bahn nicht verliert? (2,0 Punkte)

$v_B = \sqrt{g h}$	$v_B = \sqrt{2 g h}$	$v_B = \sqrt{m g h}$
$v_B = \sqrt{3 m g h}$	$v_B = \sqrt{3 g h}$	$v_B = \sqrt{m g / h}$
$v_B = \sqrt{2 g / h}$	$v_B = \sqrt{3 m g / h}$	$v_B = \sqrt{g / h}$

Im Folgenden wird die Geschwindigkeit  $v_C$  als bekannt angenommen.

- 3.4** Bestimmen Sie die Strecke  $l_1$  welche die Masse nach Passieren des Punktes C zurücklegt, bevor sie zum Stillstand kommt. Nehmen Sie dabei an, dass die Masse zum Stillstand kommt, bevor sie das Bahnde in Punkt E erreicht. (2,0 Punkte)

$l_1 = v_C^2 / (\mu m g)$	$l_1 = v_C / (2 \mu g)$	$l_1 = v_C^2 / (2 \mu g)$
$l_1 = v_C / (\mu g)$	$l_1 = v_C^2 / (2 \mu m g)$	$l_1 = v_C^2 / (\mu g)$
$l_1 = v_C / (2 \mu m g)$	$l_1 = 2 \mu g / (v_C^2)$	$l_1 = v_C^2 \mu g / 2$

- 3.5** Nehmen Sie nun an, dass die Reibung vernachlässigbar klein ist. Bestimmen Sie die Strecke  $l_2$ , bei der die Punktmasse nach Verlassen der Bahn in Punkt E auf den Boden auftrifft. (2,5 Punkte)

$l_2 = v_C^2 \sqrt{2 h / g}$	$l_2 = v_C \sqrt{2 h / g}$	$l_2 = v_C^2 \sqrt{4 h / g}$
$l_2 = v_C \sqrt{4 h / g}$	$l_2 = v_C 4 h / g$	$l_2 = v_C^2 \sqrt{g / h}$
$l_2 = v_C \sqrt{g / (2 h)}$	$l_2 = v_C^2 \sqrt{g / (2 h)}$	$l_2 = v_C \sqrt{g / h}$