

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

# Übungsaufgaben zur Klausurvorbereitung SS24 - Fragebogen

Die Aufgaben sind an eine Altklausur angelehnt, können aber stellenweise in Inhalt und Form abweichen.

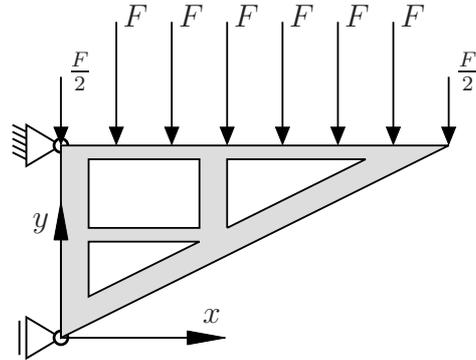
## **Hinweis zur Bearbeitung:**

Bei der Beantwortung der Fragen ist zu beachten, dass **ausschließlich** das Ankreuzen der dafür vorgesehenen Kästchen auf dem **Antwortbogen** als Antwort gewertet wird. Es ist immer nur **eine** Antwortmöglichkeit richtig. Markierungen von Formeln, Wörtern, Bildern, usw. auf dem Fragebogen werden nicht berücksichtigt, sondern nur die zugehörigen Kästchen auf dem Antwortbogen. Beachten Sie auch das gezeigte Beispiel zur Markierung und zur Korrektur auf dem Antwortbogen.

**Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!**

**Aufgabe 1** - Computer-Simulationen

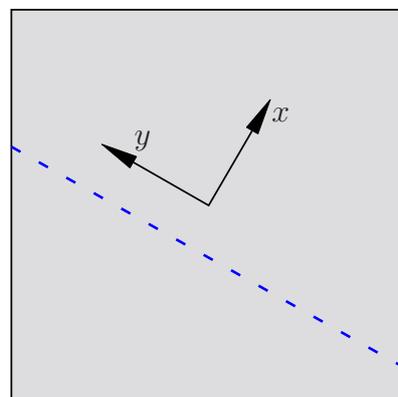
Mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) wurden die Reaktionskräfte des hier dargestellten Systems berechnet. Die Geometrie des Systems (z.B. Abmessungen, Position der Auflager und Kräfte) sei vollständig bekannt, ebenso der Wert für die äußere Last  $F$ . Welche Aussage ist in diesem Zusammenhang **nicht** korrekt? (1,0 Punkte)



- a) Die Gleichgewichtsbedingungen gelten unabhängig vom verwendeten Materialmodell.
- b) Das System ist **nicht** kinematisch.
- c) Die Auflagerreaktionen können **allein** mit den Gleichgewichtsbedingungen aus der Statik **eindeutig** berechnet werden.
- d) Die Spannungsverteilungen können im gesamten dargestellten Körper mit „Handrechnungen“, so wie es im Rahmen unserer Veranstaltung behandelt und durchgeführt wurde, eindeutig bestimmt werden.
- e) Die berechneten Auflagerkräfte können **allein** mit den Gleichgewichtsbedingungen aus der Statik auf Plausibilität geprüft werden.

**Aufgabe 2** - Schnittprinzip

Für ein Blech wurde der Spannungszustand gemäß dem vorgegebenen Koordinatensystem in einem Punkt ermittelt. Die gezeigte Fläche stellt einen infinitesimal kleinen Bereich um diesen Punkt dar. Welche der Spannungen a) - f) sind auf der angedeuteten gestrichelten Schnittkante definiert? (1,0 Punkte)



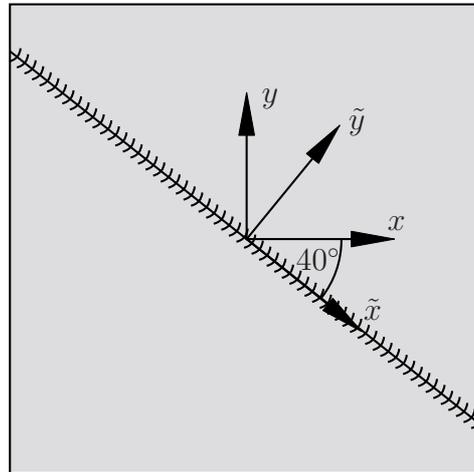
- a) nur  $\sigma_{xx}$
- b) nur  $\sigma_{yy}$
- c) nur  $\tau_{xy}$
- d)  $\sigma_{xx}$  und  $\sigma_{yy}$
- e)  $\sigma_{xx}$  und  $\tau_{yx}$
- f)  $\sigma_{yy}$  und  $\tau_{yx}$

### Aufgabe 3 - Klebeverbindung

Bei einer Neukonstruktion sollen zwei Bleche durch eine Klebeverbindung verbunden werden. Die Klebeverbindung verläuft entlang der um  $40^\circ$  im Uhrzeigersinn bezüglich der  $x$ -Achse gedrehten  $\tilde{x}$ -Achse. Als Versagenskriterium der Klebung soll dabei die Normalspannung **senkrecht** zur Orientierung der Klebung als relevant gelten. Für die Beanspruchung der Konstruktion an dieser Position wurde der ebene Spannungszustand

$$\sigma = \begin{bmatrix} 200 & -100 \\ -100 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

bzgl. des  $x,y$ -Koordinatensystems ermittelt.



#### 3.1

Welche der folgenden Spannungen ist hier relevant zur Einschätzung der Gefährdung eines Versagens der Klebeverbindung und welcher Zahlenwert ist für diese korrekt? **(2,0 Punkte)**

- |   |  |   |
|---|--|---|
| a) $\sigma_{\tilde{y}\tilde{x}} = -18,8456 \text{ MPa}$ | b) $\sigma_{\tilde{x}\tilde{y}} = 18,8840 \text{ MPa}$ | c) $\sigma_{\tilde{y}\tilde{y}} = -15,8456 \text{ MPa}$ |
| d) $\sigma_{\tilde{x}\tilde{y}} = -40,8832 \text{ MPa}$ | e) $\sigma_{\tilde{x}\tilde{y}} = 81,1160 \text{ MPa}$ | f) $\sigma_{\tilde{y}\tilde{y}} = 215,8456 \text{ MPa}$ |

#### 3.2

Welche Schlussfolgerung folgt aus den Vorgaben und der Lösung unter 3.1? Ich stupe die Gefährdung durch einen Aufreißen der Klebeverbindung als ... **(1,0 Punkte)**

- a) hoch ein, da die relevante Spannung eine Druckspannung ist.
- b) niedrig ein, da die relevante Spannung eine Druckspannung ist.
- c) hoch ein, da die relevante Spannung eine Zugspannung ist.
- d) niedrig ein, da die relevante Spannung eine Zugspannung ist.
- e) hoch ein, da die relevante Spannung eine Schubspannung ist.
- f) niedrig ein, da die relevante Spannung eine Schubspannung ist.

#### Aufgabe 4 - Spannungen

Welche der nachfolgenden allgemeinen Aussagen zu Spannungen ist nach den Vorlesungsinhalten **nicht** korrekt? **(1,0 Punkte)**

- a) Spannungen können direkt durch geeignete Methoden ohne die Notwendigkeit weiterer Umrechnungen oder Annahmen gemessen werden.
- b) Spannungen dienen zum Festigkeitsnachweis von Strukturen.
- c) Der Spannungstensor ist immer symmetrisch.
- d) Die Spannung eines Fachwerkstabs kann immer mit  $\sigma = N/A$  berechnet werden ( $N$ : Normalkraft;  $A$ : Querschnittsfläche).
- e) Der Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen wird über ein Materialmodell approximiert.

#### Aufgabe 5 - Mohrscher Spannungskreis

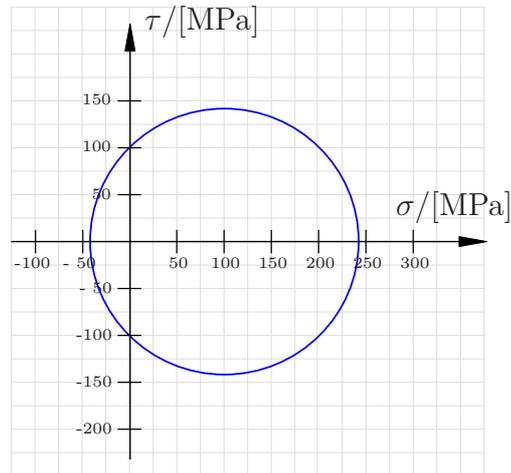
##### 5.1

Welche der folgenden allgemeinen Aussagen zum Mohrschen Spannungskreis ist korrekt?**(1,0 Punkte)**

- a) Um die extremalen Schubspannungen zu ermitteln reicht es immer aus, den Mohrschen Spannungskreis zu betrachten, welcher zu Rotationen in der x,y-Ebene korrespondiert.
- b) Anhand des Mohrschen Spannungskreises kann das Versagenskriterium nach von Mises direkt abgelesen werden.
- c) Mit Hilfe des Mohrschen Spannungskreises können die Spannungszustände in beliebigen Punkten einer beliebig belasteten und beliebig gelagerten Struktur berechnet werden.
- d) Um den Mohrschen Spannungskreis zu konstruieren sind Spannungstensoren zu zwei verschiedenen gedrehten Koordinatensystemen notwendig.
- e) Mithilfe des Mohrschen Spannungskreises können die Hauptspannungen (approximativ) ermittelt werden.

5.2

Welcher der nachfolgenden Spannungstensen repräsentiert einen Spannungszustand, der mit dem abgebildeten Mohrschen Spannungskreis kompatibel ist? Dabei gilt ein ebener Spannungszustand ( $\tau_{xz} = \tau_{yz} = \sigma_{zz} = 0$ ). (2,0 Punkte)



- a)  $\sigma = \begin{bmatrix} 200 & -100 \\ 100 & 0 \end{bmatrix}$  MPa      b)  $\sigma = \begin{bmatrix} 140 & 0 \\ 0 & -140 \end{bmatrix}$  MPa      c)  $\sigma = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & -100 \end{bmatrix}$  MPa
- d)  $\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 100 \\ 100 & 0 \end{bmatrix}$  MPa      e)  $\sigma = \begin{bmatrix} 240 & 140 \\ 140 & -40 \end{bmatrix}$  MPa      f)  $\sigma = \begin{bmatrix} 200 & -100 \\ -100 & 0 \end{bmatrix}$  MPa

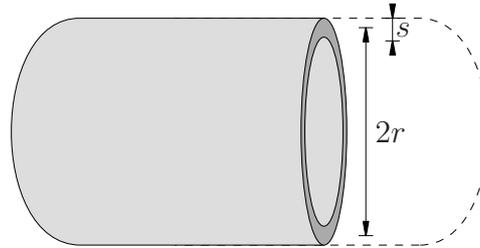
5.3

Welche der nachfolgenden Aussagen ist bezogen auf den unter 5.2 vorgegebenen Spannungszustand **nicht** korrekt? (2,0 Punkte)

- a) Die Hauptspannungen haben ungefähr die Werte  $\sigma_1 \approx 241$  MPa und  $\sigma_2 \approx -41$  MPa.
- b) Die maximale Schubspannung erhält man in diesem Fall ausgehend vom Hauptspannungszustand in der  $x,y$ -Ebene durch eine Rotation des Hauptachsensystems um die  $z$ -Achse.
- c) Der Mittelpunkt des Mohrschen Kreises liegt bei  $\sigma = 100$  MPa und  $\tau = 0$  MPa.
- d) Die maximale Schubspannung beträgt hier  $\tau_{\max} \approx 282$  MPa.
- e) Das  $x-y$ -Koordinatensystem ist ausgehend vom Spannungstensor aus 5.2 um  $\approx -22,5^\circ$  entgegen des Uhrzeigersinns zu drehen, um den Hauptspannungszustand zu erreichen.

**Aufgabe 6** - Druckbehälter

Die maximal zulässige Druckbelastung  $\Delta p$  des hier dargestellten dünnwandigen Druckbehälters ( $s \ll r$ ) mit mittlerem Radius  $r = 50$  mm soll ermittelt werden. Dabei können maximale Druckbelastungen aus den unten zur Verfügung stehenden Größen ( a) - l) ) gewählt werden. Das Rohr besteht aus Stahl mit  $\sigma_{zul} = 340$  MPa, für welche das Versagenskriterium nach von Mises ausschlaggebend ist. Die Wandstärke des Rohres beträgt  $s = 5$  mm. Mit welchem maximalen Druck  $\Delta p$  kann der Druckbehälter betrieben werden? **(3,0 Punkte)**



- |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $\Delta p = 5$ MPa  | b) $\Delta p = 10$ MPa | c) $\Delta p = 15$ MPa |
| d) $\Delta p = 20$ MPa | e) $\Delta p = 25$ MPa | f) $\Delta p = 30$ MPa |
| g) $\Delta p = 35$ MPa | h) $\Delta p = 40$ MPa | i) $\Delta p = 45$ MPa |
| j) $\Delta p = 50$ MPa | k) $\Delta p = 55$ MPa | l) $\Delta p = 60$ MPa |

**Aufgabe 7** - Ebener Spannungszustand

Bei wie vielen der folgenden Bauteile kann generell von einem Ebenen Spannungszustand (ESZ) ausgegangen werden? **(1,0 Punkte)**

- |                      |               |
|----------------------|---------------|
| • Maschinenfundament | • Glasscheibe |
| • Aluminiumblech     | • Hammerkopf  |
| • Motorblock         | • Amboss      |

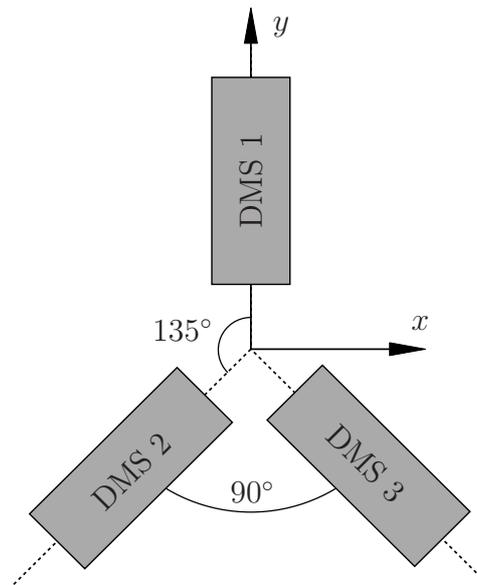
- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| a) 1 Bauteil  | b) 2 Bauteile | c) 3 Bauteile |
| d) 4 Bauteile | e) 5 Bauteile | f) 6 Bauteile |

**Aufgabe 8** - Dehnungsmessstreifen

Auf der Oberfläche eines dünnen Bauteils wurde bei vernachlässigbarer Belastung in  $z$ -Richtung mit Hilfe der hier dargestellten Anordnung von Dehnungsmessstreifen (DMS) der Dehnungszustand bestimmt. Aus den Analysen sind noch folgende Daten bekannt:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= 0,0010 \\ \Delta l_{\text{DMS1}} &= 0,0075 \text{ mm} \\ \Delta l_{\text{DMS2}} &= -0,0250 \text{ mm} \end{aligned}$$

Dabei betrug die Ausgangslänge der Dehnungsmessstreifen 20 mm. Die Daten sollten später für einen Spannungsnachweis verwendet werden, allerdings sind die Dehnungen  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{xy}$  und  $\varepsilon_{\text{DMS3}}$  nicht mehr auffindbar.



**8.1**

Berechnen Sie den Wert, der sich aus der Messung für  $\varepsilon_{yy}$  ergibt. **(1,0 Punkte)**

- |                                    |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\varepsilon_{yy} = -0,0010000$ | b) $\varepsilon_{yy} = -0,0007500$ | c) $\varepsilon_{yy} = -0,0003750$ |
| d) $\varepsilon_{yy} = -0,0001875$ | e) $\varepsilon_{yy} = 0,0000000$  | f) $\varepsilon_{yy} = 0,0001875$  |
| g) $\varepsilon_{yy} = 0,0003750$  | h) $\varepsilon_{yy} = 0,0007500$  | i) $\varepsilon_{yy} = 0,0010000$  |

**8.2**

Berechnen Sie den Wert, der sich aus der Messung für  $\varepsilon_{xy}$  ergibt. **(2,0 Punkte)**

- |                                    |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\varepsilon_{xy} = -0,0024275$ | b) $\varepsilon_{xy} = -0,0019375$ | c) $\varepsilon_{xy} = -0,0011080$ |
| d) $\varepsilon_{xy} = -0,0005625$ | e) $\varepsilon_{xy} = 0,0000000$  | f) $\varepsilon_{xy} = 0,0005625$  |
| g) $\varepsilon_{xy} = 0,0011080$  | h) $\varepsilon_{xy} = 0,0019375$  | i) $\varepsilon_{xy} = 0,0024275$  |

**8.3**

Welcher Wert müsste sich für  $\varepsilon_{\text{DMS3}}$  aus den Messungen von DMS 3 ergeben haben? **(2,0 Punkte)**

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $\varepsilon_{\text{DMS3}} = -0,0026250$ | b) $\varepsilon_{\text{DMS3}} = -0,0013062$ | c) $\varepsilon_{\text{DMS3}} = -0,0012500$ |
| d) $\varepsilon_{\text{DMS3}} = -0,0000688$ | e) $\varepsilon_{\text{DMS3}} = 0,0000000$  | f) $\varepsilon_{\text{DMS3}} = 0,0000688$  |
| g) $\varepsilon_{\text{DMS3}} = 0,0012500$  | h) $\varepsilon_{\text{DMS3}} = 0,0013062$  | i) $\varepsilon_{\text{DMS3}} = 0,0026250$  |

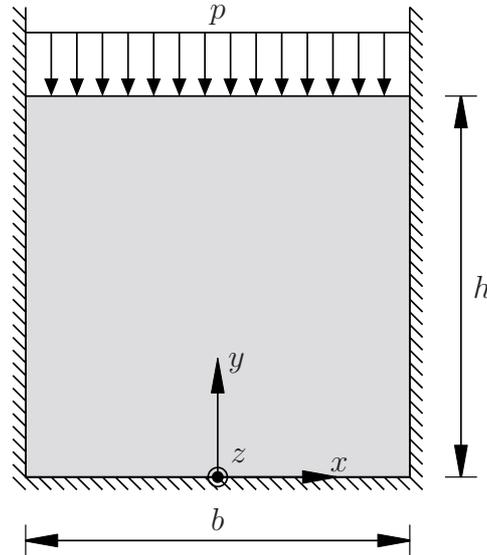
**Aufgabe 9** - Materialmodell

Der dargestellte Block mit quadratischem Querschnitt in der  $x$ - $z$ -Ebene besteht aus einem linear elastischen Material ( $0 < E, 0 \leq \nu \leq 0,5$ ). Der Block wird mit dem äußeren Druck

$$p = 350 \text{ MPa}$$

in ein Loch von gleichem Querschnitt gedrückt. Er hat eine Höhe von  $h$  und eine Breite von  $b$ . An den Kontaktflächen herrscht keine Reibung, sodass sich der Block homogen verformen kann.

**Hinweis:** Durch den quadratischen Querschnitt und die Symmetrie des Systems gilt  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz}$  und  $\sigma_{xx} = \sigma_{zz}$ .



**9.1**

Welche Bedingung ist für den Block korrekt?

(1,0 Punkte)

- |  |                           |                      |
|--|---------------------------|----------------------|
| a) $\varepsilon_{xx} = -\nu \frac{p}{E}$ | b) $\varepsilon_{xx} = 0$ | c) $\sigma_{xx} = 0$ |
| d) $\sigma_{zz} = \frac{p}{E}$           | e) $\varepsilon_{yy} = 0$ | f) $\sigma_{yy} = p$ |

**9.2**

Wie lautet die korrekte Lösung für die Spannung  $\sigma_{xx}$ ?

(2,0 Punkte)

- |                       |   |  |
|-----------------------|---|--|
| a) $\sigma_{xx} = 0$  | b) $\sigma_{xx} = \frac{\nu}{1-\nu} p$  | c) $\sigma_{xx} = \frac{1-\nu}{1-\nu} p$ |
| d) $\sigma_{xx} = -p$ | e) $\sigma_{xx} = -\frac{\nu}{1-\nu} p$ | f) $\sigma_{xx} = -\frac{1}{2} p$        |

**9.3**

Um welchen Wert  $u(y = h)$  verschiebt sich die obere belastete Kante ( $y = h$ ) des Blocks in  $y$ -Richtung?

(2,0 Punkte)

- |  |  |
|--|--|
| a) $u(y = h) = \frac{hp}{E} \left[ \frac{\nu^2}{1-\nu} - 1 \right]$  | b) $y(z = h) = \frac{hp}{E} \left[ \frac{2\nu^2}{1-\nu} - 1 \right]$ |
| c) $u(y = h) = 0$  | d) $u(y = h) = \frac{hp}{E} \left[ \frac{1-\nu}{2\nu^2} - 1 \right]$ |
| e) $u(y = h) = \frac{bp}{E} \left[ 1 - \frac{2\nu^2}{\nu-1} \right]$ | f) $y(z = h) = \frac{hp}{E}$   |

## 9.4

Welchen Wert muss die Querkontraktionszahl  $\nu$  annehmen, damit sich die obere Kante nicht bewegt?  
(1,0 Punkte)

a)  $\nu = \frac{1}{2}$

b)  $\nu = \frac{h}{b^2}$

c)  $\nu = \frac{1}{4}$

d)  $\nu = \frac{1}{3}$

e)  $\nu = \frac{b}{h}$

f)  $\nu$  beliebig

## Aufgabe 10 - Dynamik

Welche Aussage zum Themengebiet „Dynamik“ ist korrekt? (1,0 Punkte)

- a) Die Grundgleichung der Dynamik lassen sich als Sonderfall der Statik herleiten.
- b) Die Kinetik beschreibt Zusammenhänge zwischen Kräften und der Bewegung.
- c) Für ein System mit veränderlicher Masse (also  $\dot{m} \neq 0$ ), kann die Grundgleichung der Dynamik nicht angewendet werden.
- d) Die Kinematik wird lediglich für ebene Probleme benötigt.
- e) Die kinematischen Beziehungen für Kreisbewegungen müssen zwingend mit Polarkoordinaten beschrieben werden.

## Aufgabe 11 - Kinematik I

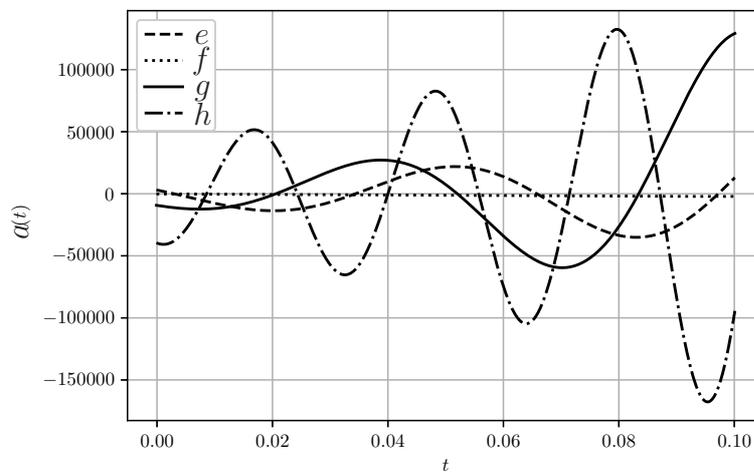
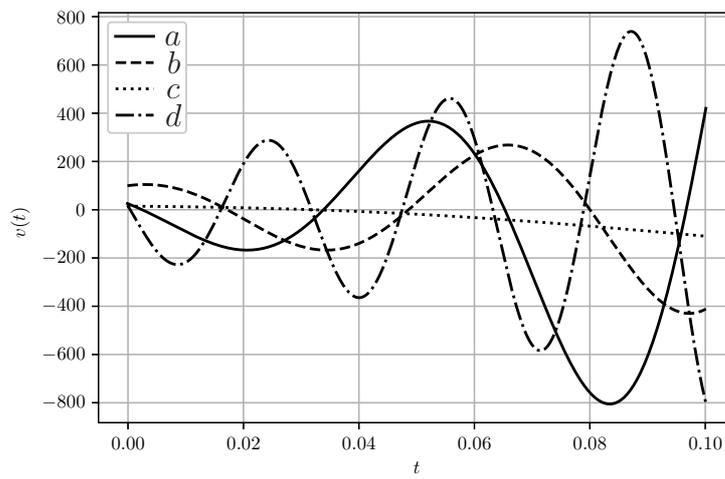
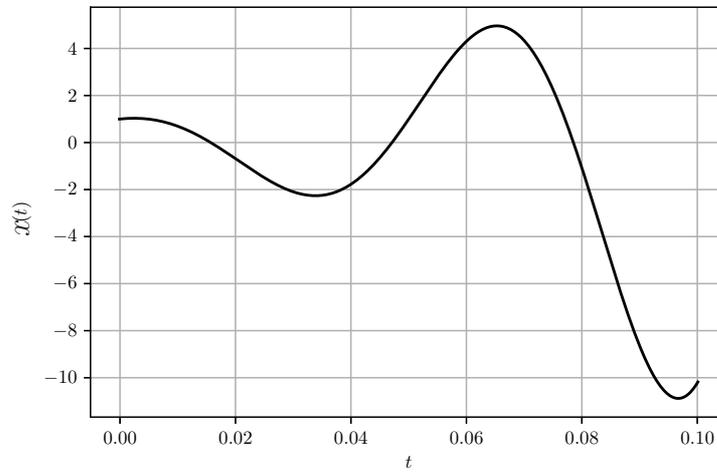
Auf der nächsten Seite sind drei Diagramme dargestellt: Oben ist die Weg-Zeit-Funktion  $x(t)$  einer Punktmasse dargestellt, die aus Messungen bekannt ist. Darunter befinden sich die grafischen Darstellungen von Geschwindigkeitsverläufen  $v(t)$  sowie Beschleunigungsverläufen  $a(t)$ .

### 11.1

Welche der im mittleren Diagramm dargestellten Kurven a) bis d) entspricht dem zu  $x(t)$  passenden Verlauf der Geschwindigkeit  $v(t)$  der Punktmasse? (2,0 Punkte)

### 11.2

Welche der im unteren Diagramm dargestellten Kurven e) bis h) entspricht dem zu  $x(t)$  passenden Verlauf der Beschleunigung  $a(t)$  der Punktmasse? (2,0 Punkte)



**Aufgabe 12** - Kinematik II

Bei einem Fahrradrennen fahren zwei Personen A und B kurz vor dem Ziel mit der gleichen Geschwindigkeit ( $v_{A0} = v_{B0} > 0$ ). Person A befindet sich um die Länge  $l_{AB}$  vor Person B. Um Person A einzuholen, beschleunigt Person B ab dem Zeitpunkt  $t_0 = 0$  mit der konstanten Beschleunigung  $a_B(t) = a_{B0}$ . Die Position von Person B zu Beginn des Beschleunigungsvorgangs sei mit  $x_{B0} = 0$  gegeben. Person A hält seine Geschwindigkeit konstant.

**12.1**

Welche Funktion  $x_B(t)$  ergibt sich daraus für Person B während des Beschleunigungsvorgangs? **(1,0 Punkte)**

a)  $x_B(t) = \left[ \frac{1}{2} a_{B0} + v_{B0} \right] t$

b)  $x_B(t) = \frac{1}{2} a_{B0} t^2 - v_{B0} t$

c)  $x_B(t) = \frac{1}{2} a_{B0} t^2$

d)  $x_B(t) = a_{B0} t + v_{B0}$

e)  $x_B(t) = \left[ \frac{1}{2} a_{B0} - v_{B0} \right] t$

f)  $x_B(t) = \frac{1}{2} a_{B0} t^2 + v_{B0} t$

**12.2**

Bestimmen Sie den Zeitpunkt  $t^*$  an dem es Person B gelungen ist Person A einzuholen. **(3,0 Punkte)**

a)  $t^* = \frac{l_{AB}}{v_{B0} - v_{A0}}$

b)  $t^* = \sqrt{\frac{a_{B0}}{2 l_{AB}}}$

c)  $t^* = \sqrt{\frac{l_{AB}}{2 a_{B0}}}$

d)  $t^* = \sqrt{\frac{2 l_{AB}}{a_{B0}}}$

e)  $t^* = \frac{l_{AB}}{a_{B0}}$

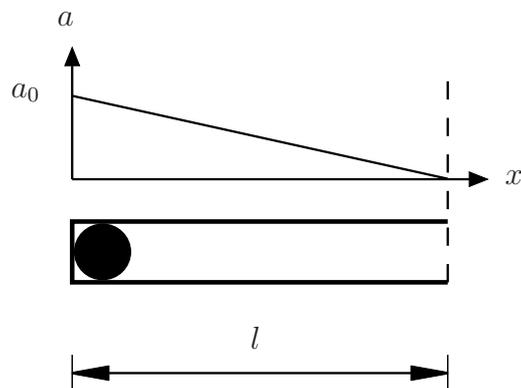
f)  $t^* = \frac{v_{B0} - v_{A0}}{l_{AB}}$

**Aufgabe 13** - Kinematik III

Bei der Konstruktion einer Wurfvorrichtung soll die Geschwindigkeit am Ende des Wurfrohres bestimmt werden. Das Beschleunigungsprofil kann über die Länge des Wurfrohres, wie nebenstehend dargestellt, mit der Funktion

$$a(x) = a_0 \left[ 1 - \frac{x}{l} \right]$$

approximiert werden. Dabei ist  $a_0$  die Anfangsbeschleunigung und  $l$  die Länge des Wurfrohres. Die Masse befindet sich zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  in Ruhe ( $v_0 = 0$ ).



**13.1**

Wie lautet die korrekte Funktion  $v(a)$  der Geschwindigkeit  $v$  in Abhängigkeit der Beschleunigung  $a$  während des Beschleunigungsvorgangs? **(2,0 Punkte)**

a)  $v(a) = \sqrt{a_0 l \left[ 1 + \frac{a_0^2}{a^2} \right]}$

b)  $v(a) = \sqrt{a_0 l \left[ 1 + \frac{a^2}{a_0^2} \right]}$

c)  $v(a) = \sqrt{a_0 \left[ 1 - \frac{a^2}{a_0^2} \right]}$

d)  $v(a) = \sqrt{a_0 \left[ 1 - \frac{a_0^2}{a^2} \right]}$

e)  $v(a) = \sqrt{a_0 l \left[ 1 - \frac{a^2}{a_0^2} \right]}$

f)  $v(a) = -\sqrt{a_0 l \left[ 1 - \frac{a^2}{a_0^2} \right]}$

**13.2**

Im vorliegenden Fall lässt sich die Weg-Zeit-Funktion

$$x(t) = 2l \sin \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a_0}{l}} t \right)^2$$

herleiten. Es soll nun von den Zahlenwerten  $a_0 = 100 \text{ m/s}^2$  und  $l = 0,5 \text{ m}$  ausgegangen werden. Nach welcher Zeit  $t^*$  verlässt die Masse das Wurfrohr? **(1,0 Punkte)**

a)  $t^* = 1,050 \text{ s}$

b)  $t^* = 0,111 \text{ s}$

c)  $t^* = 0,014 \text{ s}$

d)  $t^* = 1,470 \text{ s}$

e)  $t^* = 0,351 \text{ s}$

f)  $t^* = 0,051 \text{ s}$

**13.3**

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit  $v^*$  der Masse, wenn sie das Wurfrohr verlässt. **(1,0 Punkte)**

a)  $v^* = 1,100 \text{ m/s}$

b)  $v^* = 21,242 \text{ m/s}$

c)  $v^* = 12,051 \text{ m/s}$

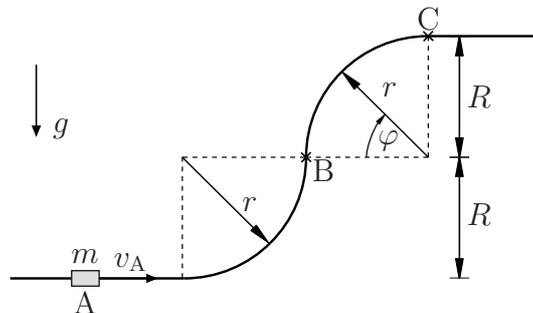
d)  $v^* = 9,017 \text{ m/s}$

e)  $v^* = 100,012 \text{ m/s}$

f)  $v^* = 7,071 \text{ m/s}$

**Aufgabe 14** - Kinetik des Massenpunktes

Bei der Gestaltung einer neuen „Achterbahn“, die sich im Schwerfeld der Erde befindet, sollen einzelne Wagen (Punktmass  $m$ ) mit einer Geschwindigkeit  $v_A$  in den nebenstehenden Streckenabschnitt geführt und zum Punkt C befördert werden. Die zunächst als reibungslos anzunehmende Schiene der Bahn ist durch die dicke schwarze Linie dargestellt. Der Streckenabschnitt besteht aus zwei aufeinanderfolgenden Kreisbahnen mit den Radien  $R$  und verläuft anschließend zunächst horizontal.



**14.1**

Wie lautet die Geschwindigkeit  $v_B$  des Wagens im Punkt B unter der Voraussetzung, dass der Wagen diesen Punkt erreicht? **(1,5 Punkte)**

- a)  $v_B = \sqrt{2 g R}$
- b)  $v_B = \sqrt{v_A^2 - 2 m g R}$
- c)  $v_B = \sqrt{v_A^2 - 2 g R}$
- d)  $v_B = \sqrt{2 m g R}$
- e)  $v_B = -\sqrt{v_A^2 - 2 g R}$
- f)  $v_B = \sqrt{v_A^2 + 2 g R}$

**14.2**

Welche Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}_B$  ergibt sich daraus für diesen Zeitpunkt? **(0,5 Punkte)**

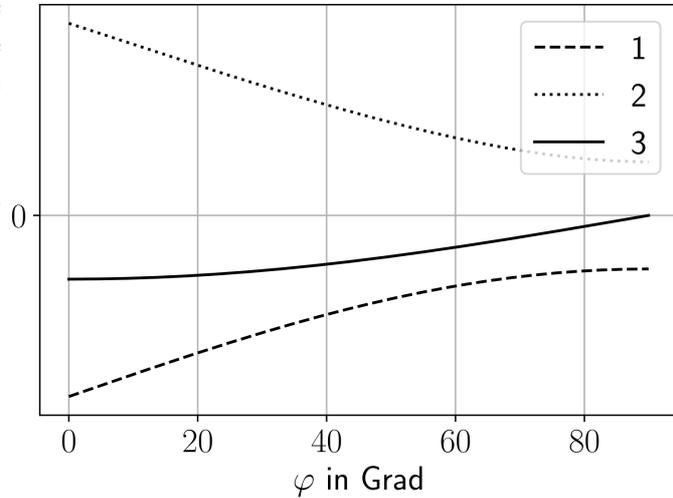
- a)  $\dot{\varphi}_B = R \sqrt{v_A^2 - 2 g R}$
- b)  $\dot{\varphi}_B = \frac{1}{R} \sqrt{v_A^2 - 2 m g R}$
- c)  $\dot{\varphi}_B = \sqrt{v_A^2 - 2 g}$
- d)  $\dot{\varphi}_B = \frac{1}{R} [v_A^2 + 2 g R]$
- e)  $\dot{\varphi}_B = \frac{1}{R} \sqrt{v_A^2 - 2 g R}$
- f)  $\dot{\varphi}_B = \sqrt{2 g}$

**14.3**

Wie lautet die Lösung für die radiale Beschleunigung  $a_r(\varphi)$  der Wagen auf dem oberen kreisförmigen Bahnabschnitt in Abhängigkeit der vorgegebenen Koordinate  $\varphi$  bezogen auf den zugehörigen Einheitsvektor  $e_r$  (nicht eingezeichnet)? **(3,0 Punkte)**

- a)  $a_r = 2 g [1 + \sin(\varphi)] - \frac{v_A^2}{R}$
- b)  $a_r = 2 g [1 + \cos(\varphi)] + \frac{v_A^2}{R}$
- c)  $a_r = 2 g R [1 + \sin(\varphi)] - v_A^2$
- d)  $a_r = \frac{v_A^2}{R} - 2 g [1 + \sin(\varphi)]$
- e)  $a_r = v_A^2 - 2 g R [1 + \sin(\varphi)]$
- f)  $a_r = 2 g [1 + \cos(\varphi)] - \frac{v_A^2}{R}$

Für bestimmte aber hier nicht genannte Zahlenwerte der Systemparameter wurde das rechts dargestellte Diagramm erstellt. Es enthält die zeitlichen Verläufe der absoluten, radialen und tangentialen Beschleunigung in Abhängigkeit des Winkels  $\varphi$ , allerdings nicht unbedingt in dieser Reihenfolge.



#### 14.4

Ordnen Sie zunächst die verschiedenen Beschleunigungsanteile  $|a_{\text{abs}}|$ ,  $a_r$  und  $a_\varphi$  den im Diagramm dargestellten Kurven 1, 2 und 3 zu. **(0,5 Punkte)**

- a) 1:  $a_r$ , 2:  $|a_{\text{abs}}|$ , 3:  $a_\varphi$       b) 1:  $|a_{\text{abs}}|$ , 2:  $a_\varphi$ , 3:  $a_r$       c) 1:  $a_\varphi$ , 2:  $|a_{\text{abs}}|$ , 3:  $a_r$   
 d) 1:  $a_r$ , 2:  $a_\varphi$ , 3:  $|a_{\text{abs}}|$       e) 1:  $a_\varphi$ , 2:  $a_r$ , 3:  $|a_{\text{abs}}|$       f) 1:  $|a_{\text{abs}}|$ , 2:  $a_r$ , 3:  $a_\varphi$

#### 14.5

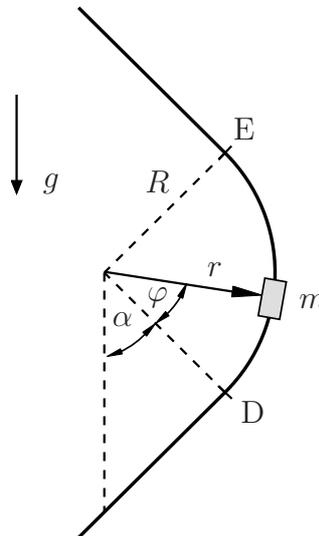
Bestimmen Sie die Bedingung für die Anfangsgeschwindigkeit  $v_A$  die erfüllt sein muss, damit die Masse den Punkt C erreicht. **(2,5 Punkte)**

- a)  $v_A$  beliebig, Bedingung wird stets erfüllt      b) keine Lösung, Bedingung wird stets verletzt      c)  $v_A > \sqrt{4gR}$   
 d)  $v_A > \sqrt{2gR}$       e)  $v_A > 4gR$       f)  $v_A > 2gR$

Im weiteren Streckenverlauf erreicht der Wagen nach Punkt C den Punkt D mit einer Geschwindigkeit  $v_D$  und geht erneut in eine kreisförmige Bahn über. Für die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$  des Wagens im Bereich zwischen den Punkten D und E wurde bereits der Zusammenhang

$$\dot{\varphi}^2 = \left[ \frac{v_D}{R} \right]^2 - \frac{2g}{R} [\cos(\alpha) - \sin(\varphi)]$$

bestimmt.



### 14.6

Wie lautet die Lösung für die Reaktionskraft  $N(\varphi)$ , die zwischen Wagen und Bahn wechselwirkt, falls diese im Teilsystem des Wagens entgegengesetzt zur Koordinate  $r$  angetragen wird? **(2,0 Punkte)**

- a)  $N(\varphi) = m \frac{v_D^2}{R} + m g \cos(\alpha + \varphi) - 2 m g [\cos(\alpha) - \sin(\varphi)]$
- b)  $N(\varphi) = m \frac{v_D^2}{R} - m g \cos(\alpha + \varphi) - 2 m g [\cos(\alpha) - \sin(\varphi)]$
- c)  $N(\varphi) = m \frac{v_D^2}{R^2} + m g R \cos(\alpha + \varphi) - 2 m g R [\cos(\alpha) - \sin(\varphi)]$
- d)  $N(\varphi) = m \frac{v_D^2}{R} + m g \cos(\alpha + \varphi) - 2 m g \sin(\varphi)$
- e)  $N(\varphi) = m \frac{v_D^2}{R} + m g \cos(\alpha + \varphi) - m g [\cos(\alpha) - \sin(\varphi)]$
- f)  $N(\varphi) = m \frac{v_D^2}{R} - m g \cos(\varphi) + 2 m g \sin(\varphi)$

### 14.7

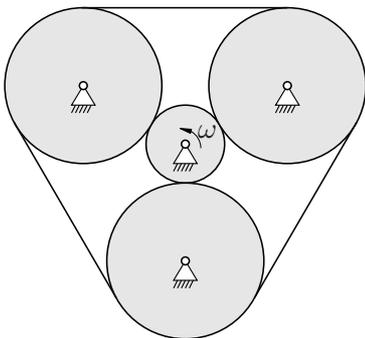
Im Betrieb der Achterbahn wird im Ziel, dessen Höhe 15 m oberhalb des Punktes A liegt, für einen Wagen mit  $m = 150$  kg eine reale Geschwindigkeit von  $v^* = 9$  m/s bestimmt. Für die Erdbeschleunigung soll der Wert  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup> verwendet werden. Die Anfangsgeschwindigkeit im Punkt A beträgt  $v_A = 20$  m/s. Wie lautet der Wert für die entlang der Strecke durch nicht-konservative Kräfte (z.B. Reibkräfte und Luftwiderstand) verrichtete Arbeit  $W_R$ ? **(1,0 Punkte)**

- a)  $W_R = 2.300$  Nm
- b)  $W_R = 0$  Nm
- c)  $W_R = - 32.252,5$  Nm
- d)  $W_R = 5.205$  Nm
- e)  $W_R = - 39.240$  Nm
- f)  $W_R = - 1.852,5$  Nm

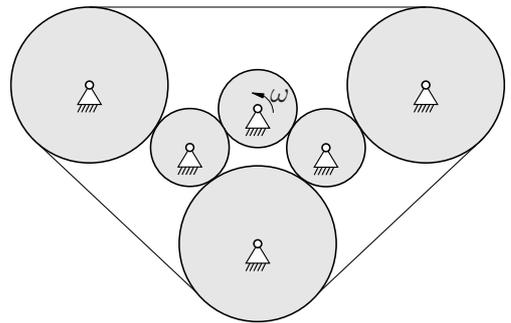
**Aufgabe 15** - Riementrieb

Welcher der folgenden Riementriebe ist nicht zielführend ausgelegt, da er sich selber in der Bewegung hemmt? **(2,0 Punkte)**

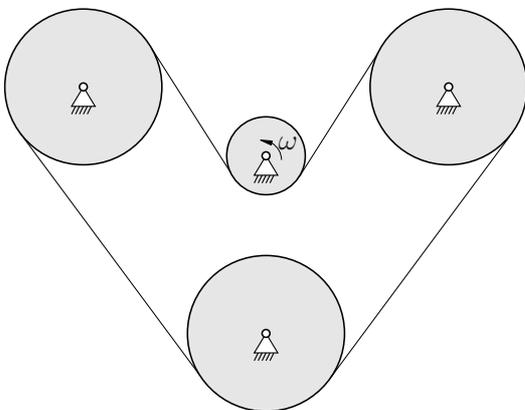
a)



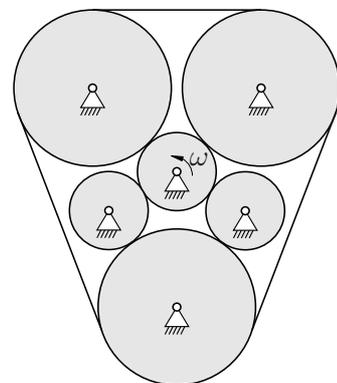
b)



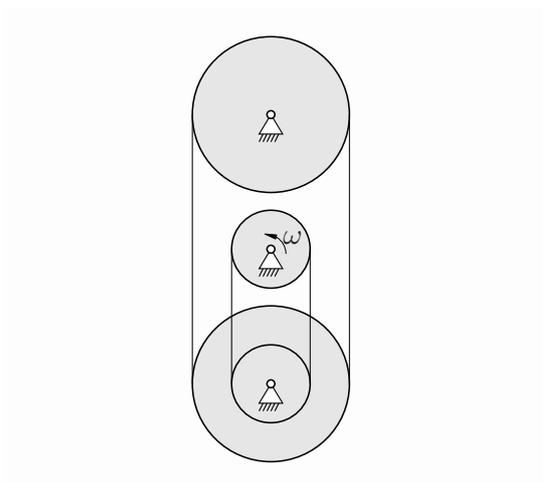
c)



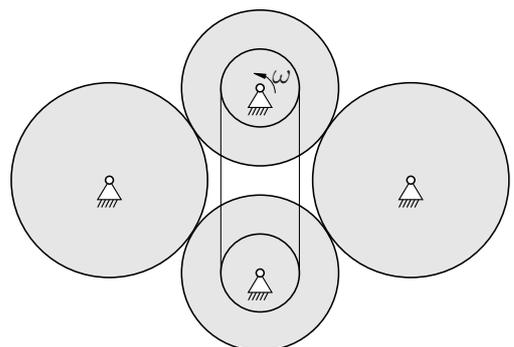
d)



e)

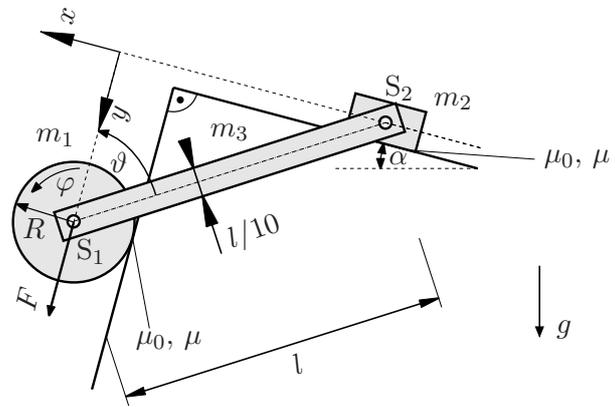


f)



**Aufgabe 16** - Starrkörper-Kinematik/ Kinetik

In der rechts dargestellten Förderanlage ist eine Rolle (Masse  $m_1$ , Radius  $R$ ) über eine gelenkig verbundene Rechteckscheibe (Masse  $m_3$ ) mit einem Behälter (Gesamtmasse  $m_2$ ) verbunden. Auf die Rolle, welche schlupffrei auf einer reibungsbehafteten schiefen Ebene abrollt, wirkt eine parallel zur schiefen Ebene wirkende Kraft  $F$ . Der Behälter gleitet entlang einer reibungsbehafteten schiefen Ebene. Der Winkel  $\varphi$  beschreibt die Rotation der Rolle, der Winkel  $\vartheta$  gibt die Neigung des Stabes bezogen auf die Orientierung der  $y$ -Achse an. Gehen Sie davon aus, dass die Rolle und der Behälter zu jedem Zeitpunkt Kontakt zu ihrer jeweiligen Ebene haben.



**16.1**

Wie lautet der kinematische Zusammenhang zwischen der Beschleunigung  $\ddot{y}_{S_1}$  des Mittelpunktes der Rolle und deren Winkelbeschleunigung  $\ddot{\varphi}$ ? **(1,0 Punkte)**

- a)  $\ddot{y}_{S_1} = -\ddot{\varphi} R$                       b)  $\ddot{y}_{S_1} = \ddot{\varphi}/R$                       c)  $\ddot{y}_{S_1} = -\dot{\varphi}^2 R$
- d)  $\ddot{y}_{S_1} = -\ddot{\varphi}/R$                       e)  $\ddot{y}_{S_1} = \ddot{\varphi} R$                       f)  $\ddot{y}_{S_1} = \dot{\varphi}^2 R - \ddot{\varphi} R$

**16.2**

Wie lautet der Beschleunigungsanteil  $\ddot{x}_{S_2}$  des Schwerpunktes  $S_2$  des Behälters gemäß des vorgegebenen kartesischen Koordinatensystems? **(2,0 Punkte)**

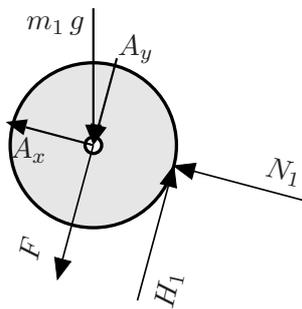
- a)  $\ddot{x}_{S_2} = \dot{\vartheta}^2 l$                       b)  $\ddot{x}_{S_2} = -\ddot{\vartheta} l \sin(\vartheta)$                       c)  $\ddot{x}_{S_2} = -\dot{\vartheta}^2 l \cos(\vartheta) + \ddot{\vartheta} l \sin(\vartheta)$
- d)  $\ddot{x}_{S_2} = \ddot{\vartheta} l$                       e)  $\ddot{x}_{S_2} = -\dot{\vartheta}^2 l \cos(\vartheta)$                       f)  $\ddot{x}_{S_2} = \ddot{\vartheta} l \cos(\vartheta) - \dot{\vartheta}^2 l \sin(\vartheta)$

16.3

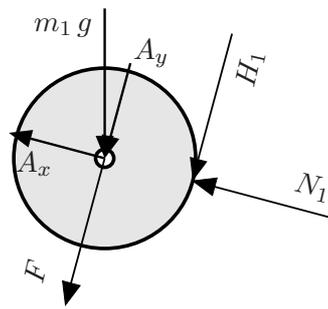
Welches Freikörperbild ist für das Teilsystem der Rolle unter der Voraussetzung korrekt, dass sich der Behälter  $m_2$  in positive  $x$ -Richtung bewegt?

**Hinweis:** Alle eingezeichneten Kräfte gelten als unabhängig. Zudem sollen die Kontaktkräfte jeweils in deren tatsächlicher Wirkungsrichtung eingetragen sein. (1,0 Punkte)

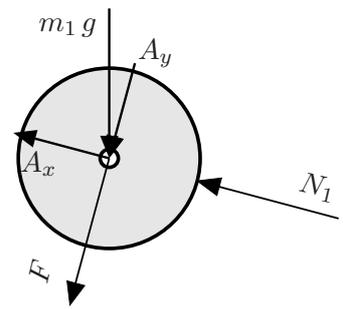
a)



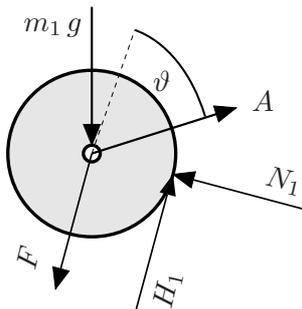
b)



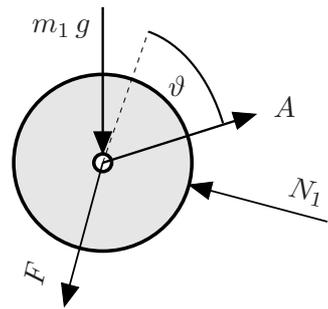
c)



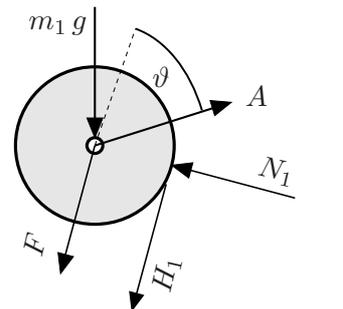
d)



e)



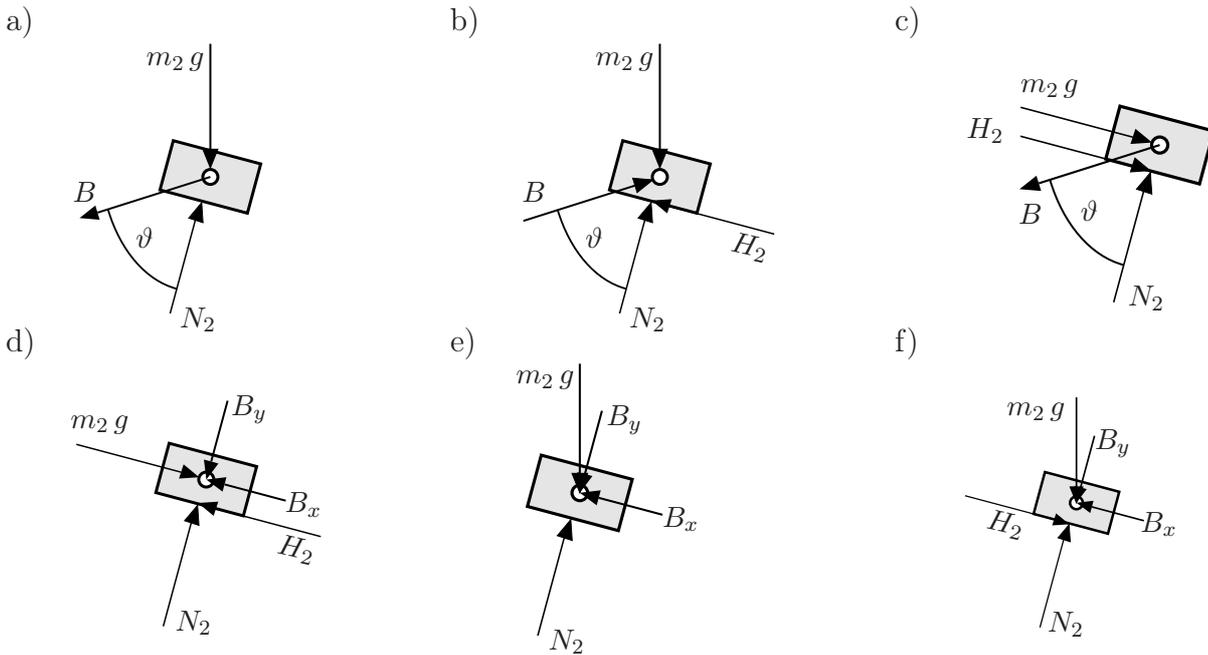
f)



16.4

Welches Freikörperbild ist für das Teilsystem des Behälters  $m_2$  unter der Voraussetzung korrekt, dass sich der Behälter in positive  $x$ -Richtung bewegt?

**Hinweis:** Alle eingezeichneten Kräfte gelten als unabhängig. Zudem sollen die Kontaktkräfte jeweils in deren tatsächlicher Wirkungsrichtung eingetragen sein. **(1,0 Punkte)**



16.5

Wie lautet der Kräftesatz in  $y$ -Richtung für das Teilsystem des Behälters (Bezeichnungen der Kräfte entsprechend Teilaufgabe 16.4) unter der Voraussetzung, dass der Behälter stets Kontakt zur Wand aufweist?

**Hinweis:** Sofern kinematische Größen explizit durch allgemeine Ausdrücke (z.B.  $\ddot{y}_{S_2}$ ) genannt werden, so sind diese nicht für alle Zeitpunkte gleich Null. **(1,0 Punkte)**

- |   |   |                            |
|---|---|----------------------------|
| a) $B_y - N_2 + m_2 g \sin(\alpha) = 0$ | b) $B_y - N_2 - m_2 g \cos(\alpha) = 0$         | c) $B_y = 0$               |
| d) $B_y - N_2 + m_2 g \cos(\alpha) = 0$ | e) $B \sin(\vartheta) - \cos(\alpha) m_2 g = 0$ | f) $B \cos(\vartheta) = 0$ |

**16.6**

Welche der hier angegebenen Gleichungen entspricht einer korrekten Anwendung des Drallsatzes für die Rechteckscheibe (Masse  $m_3$ ) bezogen auf ihren Schwerpunkt?

**Hinweis:** Sofern kinematische Größen explizit durch allgemeine Ausdrücke (z.B.  $\ddot{x}_{S_2}$ ) genannt werden, so sind diese nicht für alle Zeitpunkte gleich Null. **(2,0 Punkte)**

$$\text{a) } (A_x - B_x) \frac{l}{2} \sin(\vartheta) + (B_y - A_y) \frac{l}{2} \cos(\vartheta) = \frac{1}{12} m_3 l^2 \ddot{\vartheta}$$

$$\text{b) } (B_y - A_y) \frac{l}{2} \sin(\vartheta) \cos(\alpha) + (A_x - B_x) \frac{l}{2} \cos(\vartheta) \sin(\alpha) = \frac{101}{1200} m_3 l^2 \ddot{\vartheta}$$

$$\text{c) } (B_y - A_y) \frac{l}{2} \sin(\vartheta) + (A_x - B_x) \frac{l}{2} \cos(\vartheta) = \frac{1}{6} m_3 l^2 \ddot{\vartheta}$$

$$\text{d) } (B_y - A_y) \frac{l}{2} \cos(\vartheta) + (A_x - B_x) \frac{l}{2} \sin(\vartheta) = \frac{101}{300} m_3 l^2 \ddot{\vartheta}$$

$$\text{e) } (B_y - A_y) \frac{l}{2} \sin(\vartheta) + (A_x - B_x) \frac{l}{2} \cos(\vartheta) = \frac{101}{1200} m_3 l^2 \ddot{\vartheta}$$

$$\text{f) } (B_y + A_y) \frac{l}{2} \sin(\vartheta) + (A_x + B_x) \frac{l}{2} \cos(\vartheta) = \frac{1}{12} m_3 l^2 \ddot{\vartheta}$$