TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Übungsaufgaben zur Klausurvorbereitung WS24/25 - Fragebogen

Die Aufgaben sind an eine Altklausur angelehnt, können aber stellenweise in Inhalt und Form abweichen.

Hinweis zur Bearbeitung:

Bei der Beantwortung der Fragen ist zu beachten, dass **ausschließlich** das Ankreuzen der dafür vorgesehenen Kästchen auf dem **Antwortbogen** als Antwort gewertet wird. Es ist immer nur **eine** Antwortmöglichkeit richtig. Markierungen von Formeln, Wörtern, Bildern, usw. auf dem Fragebogen werden nicht berücksichtigt, sondern nur die zugehörigen Kästchen auf dem Antwortbogen. Beachten Sie auch das gezeigte Beispiel zur Markierung und zur Korrektur auf dem Antwortbogen.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

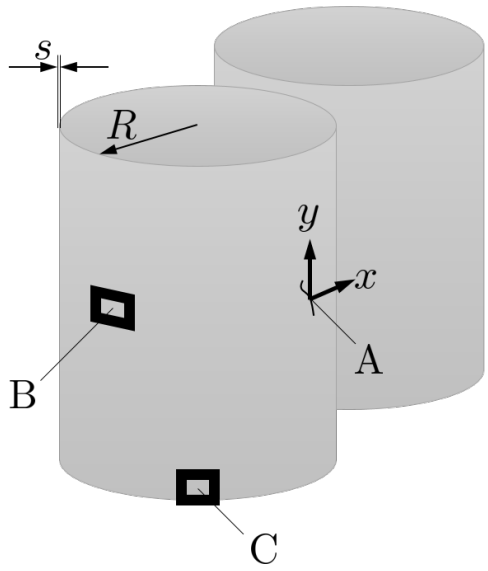
TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 1

In einer Chemiefabrik ist in einem der Tanks ein Leck entstanden und Gas ausgetreten (Punkt A). Ihre Aufgabe ist es, den Zwischenfall zu untersuchen und eine Ursache dafür zu bestimmen.

Der zylinderförmige Tank, der rechts vereinfacht dargestellt ist, weist den Radius $R = 5$ m sowie die Wandstärke $s = 0{,}15$ m auf, wobei $s \ll R$ gilt. Im Inneren des Tanks wirkt durch die Befüllung ein Überdruck von $\Delta p > 0$. Das Material der Tankwand weist den E-Modul 200.000 MPa, die Querkontraktionszahl $\nu = 0{,}3$ sowie eine zulässige Spannung von $\sigma_{\text{zul}} = 400$ MPa auf.



1.1

Bestimmen Sie den Spannungszustand (in Matrixform) in Abhängigkeit von Δp, welcher sich mit ausreichender Genauigkeit für die Stelle des Lecks (A) und das eingezeichnete Koordinatensystem berechnen lässt. (**2,0 Punkte**)

a)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 16{,}667\,\Delta p & 0 \\ 0 & 33{,}333\,\Delta p \end{bmatrix}$$

b)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 30\,\Delta p & -2\,\Delta p \\ -2\,\Delta p & 20\,\Delta p \end{bmatrix}$$

c)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 33{,}333\,\Delta p & 0 \\ 0 & 16{,}667\,\Delta p \end{bmatrix}$$

d)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 0{,}03\,\Delta p & 0 \\ 0 & 0{,}015\,\Delta p \end{bmatrix}$$

e)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 0{,}03\,\Delta p & 0 \\ 0 & 0{,}06\,\Delta p \end{bmatrix}$$

f)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 50\,\Delta p & 10\,\Delta p \\ 10\,\Delta p & 25\,\Delta p \end{bmatrix}$$

g)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 26{,}667\,\Delta p & 0 \\ 0 & 13{,}333\,\Delta p \end{bmatrix}$$

h)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 53{,}333\,\Delta p & 0 \\ 0 & 26{,}667\,\Delta p \end{bmatrix}$$

TU Dortmund

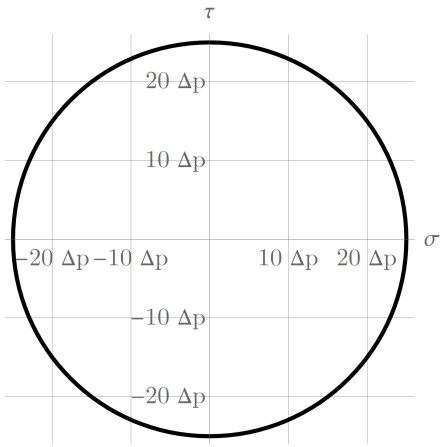
Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

1.2

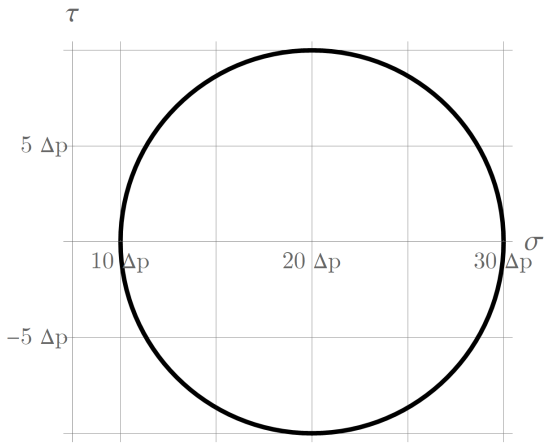
Welcher der hier dargestellten Mohrschen Spannungskreise repräsentiert diesen Spannungszustand. (**1,0 Punkte**)

Hinweis: Der Ursprung der Koordinatensysteme befindet sich <u>nicht</u> immer bei $(0, 0)$!

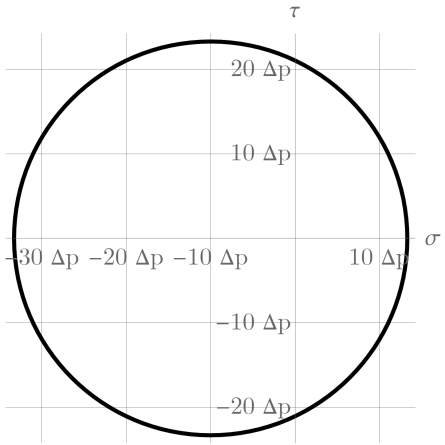
a)



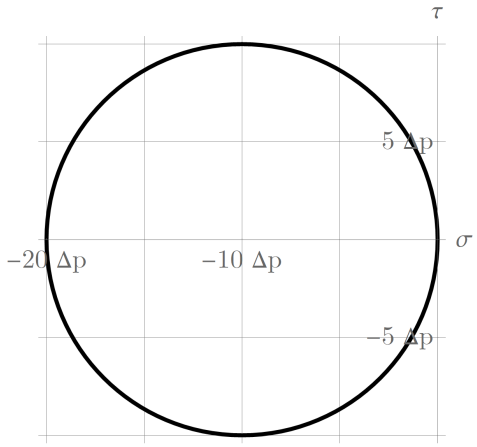
b)



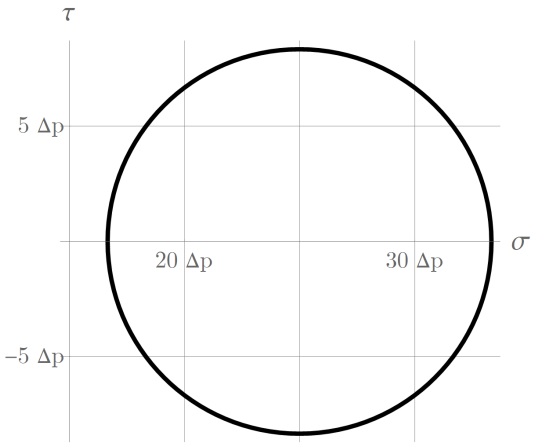
c)



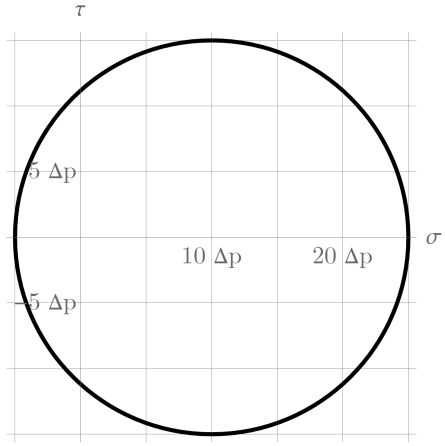
d)



e)



f)



1.3

Die Vorgabe lautet, dass die zweifache maximale Schubspannung $2\,\tau_{\max}$ als Vergleichsspannung σ_V verwendet werden soll. Welche der folgenden Aussagen kann direkt aus dieser Vorgabe abgeleitet werden? (**1,0 Punkte**)

a) Damit findet allgemein (also auch für andere Problemstellungen wie diese) die Versagenshypothese nach Rankine Anwendung.

b) Die Tankhülle besteht vermutlich aus einem duktilen Material.

c) Es wirken keine Normalspannungen in der Tankwand.

d) Diese Wahl gilt eigentlich nur für Ebene Dehnungszustände.

e) Die Wahl der Vergleichsspannung hängt vom Inhalt der Tanks ab.

f) Damit kann direkt davon ausgegangen werden, dass die Tankwand <u>nicht</u> aufgrund zu hoher innerer Beanspruchungen versagt hat.

1.4

Welche Bedingung muss demnach für Δp gelten, damit davon ausgegangen werden kann, dass der Innendruck nicht zu hoch und die Ursache für das Leck war? (**3,0 Punkte**)

a) $\Delta p \geq 10$ MPa

b) $\Delta p \leq 33{,}333$ MPa

c) $\Delta p \leq 9$ MPa

d) $\Delta p \geq 6$ MPa

e) $\Delta p \leq 12$ MPa

f) $\Delta p \leq 16{,}667$ MPa

g) $\Delta p \leq 8{,}333$ MPa

h) $\Delta p \leq 25$ MPa

TU Dortmund

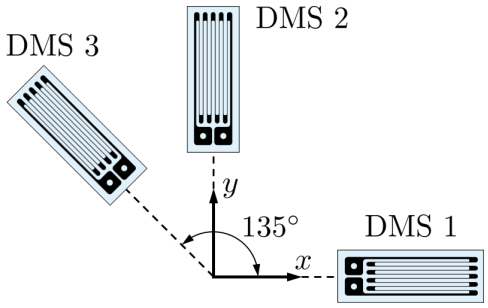
Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

1.5

Der zum Moment des Unfalls vorherrschende Druck Δp kann leider nicht mehr ohne Weiteres erfasst werden. Allerdings stehen Messdaten einer DMS-Anordnung (siehe Abbildung rechts) im Bereich B der Außenhülle zur Verfügung, diese ergeben

$$\varepsilon_{\text{DMS1}} = 0{,}002125$$
$$\varepsilon_{\text{DMS2}} = 0{,}0005$$
$$\varepsilon_{\text{DMS3}} = 0{,}0013125$$

Welcher Dehnungstensor (in Matrix-Schreibweise) ergibt sich daraus bezüglich des x,y-Koordinatensystem in der x,y-Ebene? (**4,0 Punkte**)



a)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0{,}00090625 & 0{,}000703646 \\ 0{,}000703646 & 0{,}00171875 \end{bmatrix}$$

b)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0{,}002125 & 0{,}00225 \\ 0{,}00225 & 0{,}005 \end{bmatrix}$$

c)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0{,}005 & -0{,}0013125 \\ -0{,}0013125 & 0{,}002125 \end{bmatrix}$$

d)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0{,}002125 & 0 \\ 0 & 0{,}0005 \end{bmatrix}$$

e)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0{,}002125 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

f)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0{,}0013125 & 0{,}0008125 \\ 0{,}0008125 & 0{,}0013125 \end{bmatrix}$$

g)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0{,}002125 & 0{,}0013125 \\ 0{,}0013125 & 0{,}005 \end{bmatrix}$$

h)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0{,}0005 & -0{,}00225 \\ -0{,}00225 & 0{,}002125 \end{bmatrix}$$

1.6

Es sei nun ein weiterer repräsentativer Dehnungszustand durch

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0{,}00090625 & -0{,}000703646 \\ -0{,}000703646 & 0{,}00171875 \end{bmatrix}$$

vorgegeben, wobei das zugehörige Koordinatensystem für diese Werte unbekannt ist. Die Werte entstammen anderen Messungen im Betriebszustand des betroffenen Tanks unter dem Innenüberdruck Δp. Welcher Wert ergibt sich daraus hier für ε_{zz}? (**2,0 Punkte**)

a) $\varepsilon_{zz} = -0{,}001125$ b) $\varepsilon_{zz} = 0{,}0025$ c) $\varepsilon_{zz} = -0{,}005$

d) $\varepsilon_{zz} = 0$ e) $\varepsilon_{zz} = -0{,}00167$ f) $\varepsilon_{zz} = 0{,}00333$

g) $\varepsilon_{zz} = -0{,}002125$ h) $\varepsilon_{zz} = 0{,}00125$ i) $\varepsilon_{zz} = 0{,}0013125$

1.7

Welcher Spannungszustand ergibt sich aus diesen Werten? (**5,0 Punkte**)

a)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 175{,}481 & -108{,}253 \\ -108{,}253 & 487{,}981 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

b)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 312{,}5 & 216{,}506 \\ 216{,}506 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

c)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 442{,}308 & -140{,}729 \\ -140{,}729 & 567{,}308 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

d)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 437{,}5 & -54{,}1266 \\ -54{,}1266 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

e)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 567{,}308 & 140{,}729 \\ 140{,}729 & 442{,}308 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

f)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 442{,}308 & -54{,}1266 \\ -54{,}1266 & 567{,}308 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

g)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 477{,}941 & 216{,}506 \\ 216{,}506 & 669{,}118 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

h)
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 312{,}5 & -108{,}253 \\ -108{,}253 & 437{,}5 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

1.8

Es soll nun die Hypothese nach VON MISES für die Vergleichsspannung σ_{V} verwendet werden, um weitere Analysen anstellen zu können. Welcher Wert dieser Vergleichsspannung ist gemäß der unter 1.7 bestimmten Ergebnisse korrekt? (**2,0 Punkte**)

a) $\sigma_{\mathrm{V}} = 500$ MPa b) $\sigma_{\mathrm{V}} = 478{,}216$ MPa c) $\sigma_{\mathrm{V}} = 433{,}013$ MPa

d) $\sigma_{\mathrm{V}} = 378{,}216$ MPa e) $\sigma_{\mathrm{V}} = 678{,}924$ MPa f) $\sigma_{\mathrm{V}} = 250$ MPa

g) $\sigma_{\mathrm{V}} = 342{,}327$ MPa h) $\sigma_{\mathrm{V}} = 216{,}506$ MPa i) $\sigma_{\mathrm{V}} = 0$ MPa

1.9

Welche Schlussfolgerung ergibt sich insgesamt aus all den Berechnungen bezüglich der Unfall-Ursache? (**3,0 Punkte**)

a) Unter der Annahme, dass der Innenüberdruck Δp davon unabhängig ist, würde eine Vergrößerung des Radius R des Tanks zu einer Verringerung der inneren Beanspruchungen führen.

b) Es kann generell hier ausgeschlossen werden, dass eine Schädigung des Materials und die damit einhergehende Verringerung des Wertes für den E-Modul verantwortlich für die Bildung des Lecks ist oder zumindest dazu beigetragen haben kann.

c) Die hier durchgeführten Berechnungen und Analysen lassen <u>nicht</u> auf ein zu erwartendes Materialversagen schließen.

d) Die mit den DMS bestimmten Dehnungen müssen gemäß der Analysen fehlerhaft sein.

e) Unter der Annahme, dass der Innenüberdruck Δp davon unabhängig ist, würde eine Verkleinerung der Wandstärke s des Tanks zu einer Verringerung der inneren Beanspruchungen führen.

f) Der Innenüberdruck Δp scheint im Betriebszustand zu groß gewesen zu sein, sodass eine unzulässig hohe Beanspruchung des Materials vorgelegen hat, was letztlich zum Versagen und zur Bildung des Lecks geführt hat.

1.10

Für eine weitere Untersuchung soll der Spannungszustand im Bereich C berechnet werden. Welche der folgenden Aussagen trifft in diesem Zusammenhang zu? (**2,0 Punkte**)

a) Der dort vorherrschende Spannungszustand muss identisch oder zumindest sehr ähnlich zu dem zuvor in Punkt A bestimmten sein.

b) Da man am unteren Ende des Tanks von einer Einspannung als Lagerung ausgehen kann, müssen hier sämtliche Spannungen den Wert Null aufweisen.

c) Der in diesem Bereich vorherrschende Spannungszustand ließe sich problemlos mit den in unserer Veranstaltung behandelten Methoden berechnen.

d) Eine weitere Messung mit DMS wäre an dieser Stelle überflüssig, da die in 1.5 angegebenen Werte auch hier gelten müssen.

e) Allgemeingültig lässt sich für Mechanik-Systeme sagen, dass die innere Beanspruchung in der Nähe von Auflagern nie maßgebend ist und eine gesonderte Analyse in Bereich C hier also überflüssig wäre.

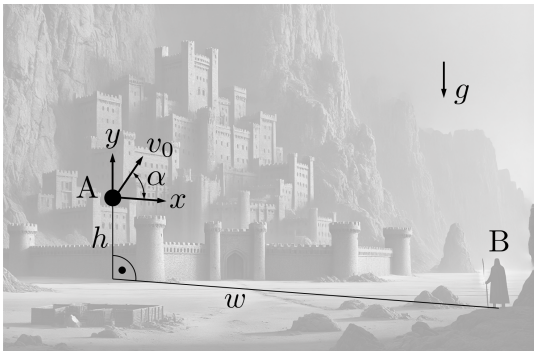
f) Für die Berechnung von Spannungszuständen in der Nähe von Lagern bzw. an den jeweiligen Rändern des Systems sind die in unserer Veranstaltung behandelten Methoden nicht zielführend anwendbar und man sollte auf Standard-Rechenverfahren wie die Finite-Elemente-Methode ausweichen.

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 2

In einer herausstechenden Szene eines Fantasy-Films soll ein Katapult-Geschoss (Masse m) in Punkt A mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 unter dem Neigungswinkel α abgeschossen werden und exakt an Position B einschlagen. An dieser Position befindet sich ein Kommandant feindlicher Truppen, der dem Geschoss gerade noch rechtzeitig ausweichen soll. Punkt A liegt um den Abstand w in horizontaler Richtung und die Höhe h in vertikaler Richtung vom Ziel entfernt. Sie sind nun verantwortlich dafür, dass die Szene auf Grundlage der Mechanik realistisch aussieht. Die Zahlenwerte der Systemparameter lauten: $\alpha = \pi/3 \mathrel{\widehat{=}} 60°$, $w = 100$ m, $h = 20$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2, $m = 2.500$ kg.



2.1

Welchen Wert muss die Anfangsgeschwindigkeit v_0 aufweisen, damit das Geschoss exakt die gewünschte Stelle erreicht? (**5,0 Punkte**)

a) $v_0 = 74{,}871$ m/s
b) $v_0 = 45{,}067$ m/s
c) $v_0 = 19{,}514$ m/s
d) $v_0 = 31{,}867$ m/s
e) $v_0 = 11{,}267$ m/s
f) $v_0 = 26{,}019$ m/s
g) $v_0 = 17{,}514$ m/s
h) $v_0 = 64{,}841$ m/s
i) $v_0 = 35{,}786$ m/s

2.2

Wie viel Zeit t^* bleibt dem Kommandanten, um Punkt B zu verlassen, wenn man die Körpergröße der Person vernachlässigt (Flugdauer des Geschosses)? (**1,0 Punkte**)

a) $t^* = 6{,}276$ s
b) $t^* = 2{,}671$ s
c) $t^* = 4{,}438$ s
d) $t^* = 10{,}249$ s
e) $t^* = 17{,}751$ s
f) $t^* = 7{,}687$ s
g) $t^* = 11{,}419$ s
h) $t^* = 3{,}085$ s
i) $t^* = 5{,}589$ s

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

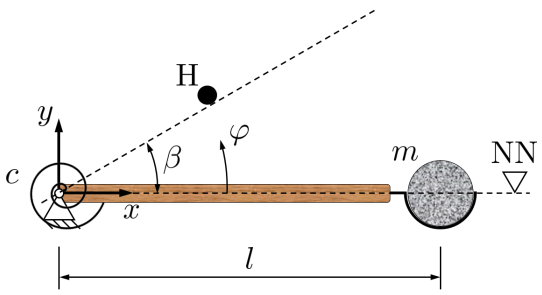
2.3

Die CGI-Abteilung möchte von Ihnen wissen, wie groß der Bildausschnitt für die Szene gewählt werden muss, da das Geschoss während des gesamten Flugs zu sehen sein soll. Berechnen Sie dafür die Koordinate $y_{\max}$ des höchsten Punktes der Flugbahn des Geschosses. (**3,0 Punkte**)

Hinweis: Hier gilt nun für die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 35$ m/s und <u>nicht</u> das unter 2.1 berechnete Ergebnis.

a) $y_{\max} = 54{,}071$ m	b) $y_{\max} = 21{,}140$ m	c) $y_{\max} = 136{,}012$ m
d) $y_{\max} = 87{,}583$ m	e) $y_{\max} = 12{,}463$ m	f) $y_{\max} = 32{,}119$ m
g) $y_{\max} = 46{,}827$ m	h) $y_{\max} = 71{,}392$ m	i) $y_{\max} = 108{,}889$ m

Für weitere Szenen des Films soll nun ein reales Katapult gebaut werden, in der Skizze rechts ist das entsprechende Modell dargestellt. Durch eine Sperr-Konstruktion wird der Katapultarm (Länge l) in der Start-Position $\varphi = 0$ gehalten und die Drehfeder (Federsteifigkeit c) vorgespannt. Im Zustand $\varphi = \beta = \pi/6 \mathrel{\widehat{=}} 30°$ ist die Feder ungespannt. In dieser Lage prallt der Arm des Katapults gegen ein Hindernis H, sodass das Geschoss (Masse m, siehe Aufg. 2.1 bis 2.3) in den freien Flug übergeht. Die Masse des Katapultarms soll gegenüber der Geschoss-Masse vernachlässigt werden.



Hinweis: Das hier eingezeichnete x,y-Koordinatensystem entspricht <u>nicht</u> dem aus den vorherigen Aufgabenteilen.

2.4

Welchen Wert muss die Federsteifigkeit c aufweisen, damit im Zustand des Abwurfs ($\varphi = \pi/6$) eine vorgegebene Geschwindigkeit v_0 erreicht wird? Es soll hier zunächst angenommen werden, dass dem System aufgrund des Aufpralls vom Katapultarm mit dem Hindernis keine wesentliche Energie entzogen wird. (**4,0 Punkte**)

Hinweis: Die Geschwindigkeit v_0 soll hier als gegebene Größe ohne Zahlenwert angesehen und <u>nicht</u> das in Aufg. 2.1 berechnete Ergebnis verwendet werden.

a) $c = \frac{24}{\pi^2}\left[\frac{m\,g\,l}{2} + m\,v_0^2\right]$ b) $c = \frac{36}{\pi^2}\left[m\,g\,l + m\,v_0^2\right]$ c) $c = 4\left[g\,l + v_0^2\right]$

d) $c = \frac{4}{3}\,m\,v_0 + \sqrt{3}\,g\,l$ e) $c = \frac{36}{\pi^2}\,m\,v_0^2$ f) $c = \frac{9}{\pi^2}\left[\sqrt{3}\,m\,g\,l + m\,v_0^2\right]$

g) $c = \frac{18}{\pi^2}\left[m\,g\,l - m\,v_0^2\right]$ h) $c = 4\,m\,v_0^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\,m\,g\,l$ i) $c = \frac{9}{\pi^2}\,m\,v_0^2$

2.5

Mit leicht geänderten Spezifikationen wird das Katapult nachgebaut und getestet. Die Anfangsgeschwindigkeit beträgt $v_0 = 35$ m/s und es gelten wieder die für Teilaufgabe 2.1 bis 2.3 genannten geometrischen Vorgaben sowie das Koordinatensystem. Nach Unstimmigkeiten bezüglich der Position des Aufschlags wird die Geschwindigkeit des Geschosses unmittelbar davor mit $v_\mathrm{B} = 38$ m/s durch Messungen bestimmt. Berechnen Sie die während des Flugs verrichtete Arbeit der nicht-konservativen Kräfte W^nk, die offensichtlich doch durch den Aufprall des Katapultarms mit dem Hindernis entsteht. (**3,0 Punkte**)

a) $W^\mathrm{nk} = 764.250$ Nm b) $W^\mathrm{nk} = -3.826.750$ Nm c) $W^\mathrm{nk} = 327.500$ Nm

d) $W^\mathrm{nk} = -425.000$ Nm e) $W^\mathrm{nk} = -216.750$ Nm f) $W^\mathrm{nk} = -764.250$ Nm

g) $W^\mathrm{nk} = 57.000$ Nm h) $W^\mathrm{nk} = -707.250$ Nm i) $W^\mathrm{nk} = 1.017.675$ Nm

2.6

Wie viele der nachfolgenden Aussagen sind korrekt? „Die Berücksichtigung der Masse des Katapultarms hätte dazu geführt, dass ... (**2,0 Punkte**)

- die Winkelbeschleunigung des Katapultarms kleiner wäre.“
- das Geschoss eine größere Wurfweite erreicht.“
- die Federsteifigkeit c größer sein müsste, um dieselbe Geschwindigkeit v_0 zu erreichen.“
- die Geschwindigkeit v_0 beim Abwurf größer wäre.“
- sich der gemessene Wert für v_B vergrößern müsste.“
- das Massenträgheitsmoment des gesamten Systems größer wäre.“

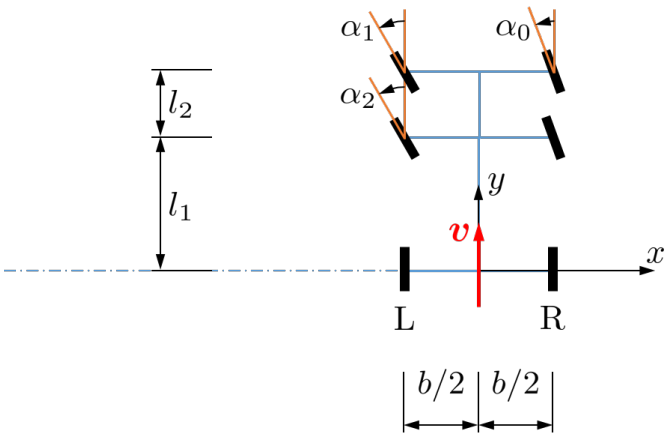
a) keine b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 3

Zur Verbesserung der Wendigkeit werden bei Autokränen (wie rechts sinngemäß dargestellt) häufig mehrere Achsen lenkbar konstruiert. Bei einem Fahrzeug soll nun überprüft werden, ob die Lenkvorrichtung und ein Differenzial vor allem bei größeren Lenkwinkeln Probleme aufweist und ggf. getauscht werden muss. Dazu wurde folgende vereinfachte Zeichnung (Draufsicht) der Achsen und Räder angefertigt, wobei die beiden hinteren Achsen zur besseren Übersichtlichkeit nicht dargestellt wurden.



Es gelten nachfolgend (sofern keine neuen Angaben gemacht werden) die folgenden Zahlenwerte:

$$l_1 = 3 \text{ m} \quad , \quad l_2 = 1{,}5 \text{ m} \quad , \quad b = 2{,}5 \text{ m}$$

3.1

Der Winkel $\alpha_0 = 0{,}34$ rad $\widehat{=}$ $19{,}481°$ sei vorgegeben. Wie lautet die korrekte Koordinate x_M des Momentanpols, wobei die zugehörige y-Koordinate durch $y_\mathrm{M} = 0$ vorgegeben ist. (**3,0 Punkte**)

a) $x_\mathrm{M} = -13{,}971$ m
b) $x_\mathrm{M} = -12{,}244$ m
c) $x_\mathrm{M} = -3{,}523$ m
d) $x_\mathrm{M} = -7{,}231$ m
e) $x_\mathrm{M} = -2{,}990$ m
f) $x_\mathrm{M} = -9{,}188$ m
g) $x_\mathrm{M} = -16{,}255$ m
h) $x_\mathrm{M} = -5{,}021$ m
i) $x_\mathrm{M} = -11{,}471$ m

3.2

Gehen Sie nun von dem Wert $x_\mathrm{M} = -12{,}5$ m aus. Welchen Wert sollte der Einlenkwinkel α_1 aufweisen, damit eine optimale Kurvenfahrt gegeben ist? (**2,0 Punkte**)

a) $\alpha_1 = 0{,}423$ rad $\widehat{=}$ 24,228°

b) $\alpha_1 = 0{,}215$ rad $\widehat{=}$ 12,308°

c) $\alpha_1 = 0{,}381$ rad $\widehat{=}$ 21,801°

d) $\alpha_1 = 0{,}292$ rad $\widehat{=}$ 16,699°

e) $\alpha_1 = 0{,}197$ rad $\widehat{=}$ 11,310°

f) $\alpha_1 = 0{,}261$ rad $\widehat{=}$ 14,931°

g) $\alpha_1 = 0{,}34$ rad $\widehat{=}$ 19,481°

h) $\alpha_1 = 0{,}316$ rad $\widehat{=}$ 18,122°

3.3

Welchen Wert sollte der Einlenkwinkel α_2 aufweisen, damit eine optimale Kurvenfahrt gegeben ist? (**2,0 Punkte**)

a) $\alpha_2 = 0{,}423$ rad $\widehat{=}$ 24,228°

b) $\alpha_2 = 0{,}215$ rad $\widehat{=}$ 12,308°

c) $\alpha_2 = 0{,}381$ rad $\widehat{=}$ 21,801°

d) $\alpha_2 = 0{,}292$ rad $\widehat{=}$ 16,699°

e) $\alpha_2 = 0{,}197$ rad $\widehat{=}$ 11,310°

f) $\alpha_2 = 0{,}261$ rad $\widehat{=}$ 14,931°

g) $\alpha_2 = 0{,}34$ rad $\widehat{=}$ 19,481°

h) $\alpha_2 = 0{,}316$ rad $\widehat{=}$ 18,122°

3.4

Gehen Sie nun von dem Wert $x_\mathrm{M} = -50$ m aus. Für die Geschwindigkeit gelte $v = 5$ m/s. Welche Werte gelten in diesem Fall für die Winkelgeschwindigkeiten ω_L und ω_R der Räder L und R der oben eingezeichneten Mittelachse, wenn der Radius der Räder $R_\mathrm{Rad} = 0{,}75$ m beträgt? (**3,0 Punkte**)

a) $\omega_\mathrm{L} = \omega_\mathrm{R} = 6{,}667\ \mathrm{s}^{-1}$

b) $\omega_\mathrm{L} = 6{,}500\ \mathrm{s}^{-1}$, $\omega_\mathrm{R} = 6{,}833\ \mathrm{s}^{-1}$

c) $\omega_\mathrm{L} = 7{,}000\ \mathrm{s}^{-1}$, $\omega_\mathrm{R} = 6{,}333\ \mathrm{s}^{-1}$

d) $\omega_\mathrm{L} = 6{,}838\ \mathrm{s}^{-1}$, $\omega_\mathrm{R} = 6{,}504\ \mathrm{s}^{-1}$

e) $\omega_\mathrm{L} = 4{,}750\ \mathrm{s}^{-1}$, $\omega_\mathrm{R} = 5{,}250\ \mathrm{s}^{-1}$

f) $\omega_\mathrm{L} = 3{,}656\ \mathrm{s}^{-1}$, $\omega_\mathrm{R} = 3{,}844\ \mathrm{s}^{-1}$

g) $\omega_\mathrm{L} = 6{,}350\ \mathrm{s}^{-1}$, $\omega_\mathrm{R} = 7{,}018\ \mathrm{s}^{-1}$

h) $\omega_\mathrm{L} = 6{,}750\ \mathrm{s}^{-1}$, $\omega_\mathrm{R} = 6{,}500\ \mathrm{s}^{-1}$

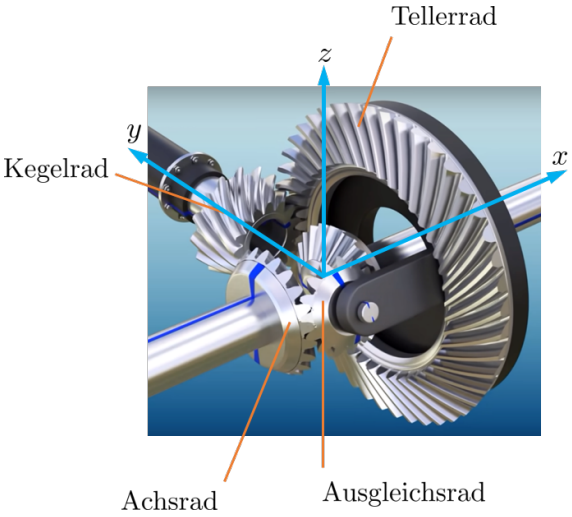
TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

3.5

Das in der Mittelachse verbaute Differenzial soll ebenfalls auf seine Funktionsfähigkeit geprüft werden. Dazu wurden in einem Prüfstand die Winkelgeschwindigkeiten $\omega_\mathrm{L} = 50$ s^{-1} der linken und $\omega_\mathrm{R} = 60$ s^{-1} der rechten Achse vorgegeben und folgende Größen experimentell bestimmt:

$$\begin{aligned} \omega_\mathrm{Ausgleichsrad} &= 7{,}5\ \mathrm{s}^{-1} \\ \omega_\mathrm{Tellerrad} &= 55\ \mathrm{s}^{-1} \\ \omega_\mathrm{Kegelrad} &= 82{,}5\ \mathrm{s}^{-1} \end{aligned}$$



Für die Radien der Zahnräder gilt:

$$\begin{aligned} R_\mathrm{Achsrad} &= 0{,}075\ \mathrm{m} \\ R_\mathrm{Ausgleichsrad} &= 0{,}05\ \mathrm{m} \\ R_\mathrm{Tellerrad} &= 0{,}15\ \mathrm{m} \\ R_\mathrm{Kegelrad} &= 0{,}1\ \mathrm{m} \end{aligned}$$

Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeiten der einzelnen Zahnräder, die sich aus den vorgegebenen Werten für ω_L und ω_R ergeben. Welche der folgenden Schlussfolgerungen inklusive Begründung ist korrekt? (**4,0 Punkte**)

a) Die gemessenen Werte der Winkelgeschwindigkeiten entsprechen alle den berechneten, die Prüfung liefert soweit keine Gründe zur Beanstandung.

b) Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil einzig und allein der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Ausgleichsrades nicht mit dem berechneten übereinstimmt.

c) Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil einzig und allein der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Tellerrades nicht mit dem berechneten übereinstimmt.

d) Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil einzig und allein der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Kegelrades nicht mit dem berechneten übereinstimmt.

e) Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil sowohl der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Ausgleichsrades sowie des Kegelrades nicht mit den berechneten übereinstimmen.

f) Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil sowohl der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Tellerrades sowie des Kegelrades nicht mit den berechneten übereinstimmen.

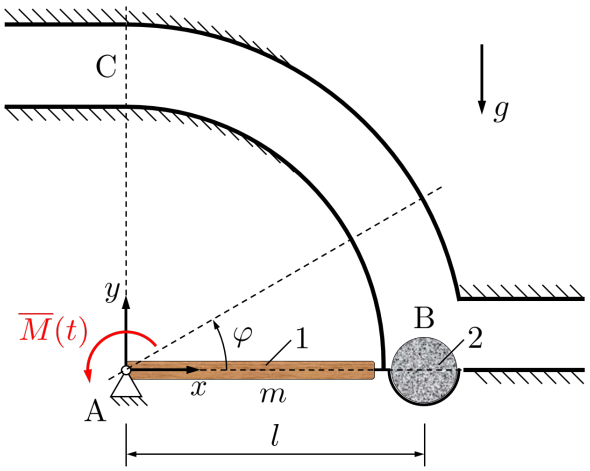
g) Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil sämtliche Werte für die Winkelgeschwindigkeiten nicht mit den berechneten übereinstimmen.

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 4

In einem Bergwerk soll überschüssiges Erdreich mithilfe der hier dargestellten Konstruktion von Punkt B zu Punkt C befördert werden. Die Masse des zu befördernden Erdreichs (2) soll zunächst gegenüber der Masse der Förderanlage (1) vernachlässigt werden. Sobald sich ausreichend Erdreich im Korb der Förderanlage befindet, wird über einen (nicht dargestellten) Motor das Antriebsmoment $\overline{M}(t)$ aktiviert. Für nachfolgende Rechnungen soll die Förderanlage vereinfacht als durchgehender starrer Stab der Länge l mit kontinuierlicher Masseverteilung (Masse m) modelliert werden. Die Schwerkraft ist hier gemäß der eingezeichneten Richtung der Erdbeschleunigung g zu berücksichtigen.



4.1

Wie viele der nachfolgenden allgemeinen Aussagen sind unter Voraussetzung der in unserer Veranstaltung behandelten Methoden und Vorgehensweisen korrekt? (**2,0 Punkte**)

- Zur Berechnung der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ reichen die Kräftesätze aus.
- Der Drallsatz kann in seiner allgemeinen Form bezogen auf beliebige Bezugspunkte angewandt werden.
- Zur Berechnung der Reaktionskräfte muss die Kinematik des Systems <u>nicht</u> berücksichtigt werden.
- Der „vereinfachte“ Drallsatz der Form „Summe der Momente ist gleich Massenträgheitsmoment mal Winkelbeschleunigung“ kann bezogen auf beliebige Bezugspunkte angewandt werden.
- Die Position, Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Erdreichs spielen unter den gegebenen Voraussetzungen für die Berechnungen <u>keine</u> Rolle.
- Zur Berechnung der Auflagerreaktionen (in A) müssen Kräftesätze aufgestellt werden.

a) keine b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

4.2

Wie lautet die Lösung für die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}(\varphi)$ unter Berücksichtigung der Schwerkraft und für ein allgemeines Antriebsmoment $\overline{M}(t)$? (**3,0 Punkte**)

a)
$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \frac{12\,\overline{M}(t)}{m\,l^2} + 6\,\frac{g}{l}\,\cos(\varphi)$$

b)
$$\ddot{\varphi}(\varphi) = -\frac{\overline{M}(t)}{m\,l^2} + \frac{4\,g}{l}\,\sin(\varphi)$$

c)
$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \frac{3\,\overline{M}(t)}{m\,l^2} - \frac{3\,g}{4\,l}\,\sin(\varphi)$$

d)
$$\ddot{\varphi}(\varphi) = -\frac{12\,\overline{M}(t)}{m\,l^2} - 3\,\frac{g}{l}\,\cos(\varphi)$$

e)
$$\ddot{\varphi}(\varphi) = -\frac{3\,\overline{M}(t)}{m\,l^2} + \frac{3\,g}{l}\,\cos(\varphi)$$

f)
$$\ddot{\varphi}(\varphi) = -\frac{\overline{M}(t)}{m\,l^2} - 6\,\frac{g}{l}\,\sin(\varphi)$$

g)
$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \frac{12\,\overline{M}(t)}{m\,l^2} + 4\,\frac{g}{l}\,\sin(\varphi)$$

h)
$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \frac{3\,\overline{M}(t)}{m\,l^2} - \frac{3\,g}{2\,l}\,\cos(\varphi)$$

4.3

Welche der folgenden Aussagen inklusive der zugehörigen Begründung ist korrekt? (**2,0 Punkte**)

a) Sollte das Antriebsmoment $\overline{M}(t)$ konstant oder maximal eine lineare Funktion der Zeit t sein, so kann eine analytische Lösung für die Funktion $\varphi(t)$ berechnet werden.

b) Unabhängig von der spezifischen Funktion $\overline{M}(t)$ lässt sich eine analytische Lösung für die Funktion $\varphi(t)$ berechnen.

c) Selbst unter Vernachlässigung der Schwerkraft (Förderanlage und Erdreich) könnte <u>keine</u> analytische Lösung für die Funktion $\varphi(t)$ berechnet werden.

d) Bei dieser Problemstellung macht es Sinn, von kleinen Werten $\varphi \ll 1$ auszugehen, sodass man unter diesen Voraussetzungen analytische Lösungen berechnen kann.

e) Es können unabhängig von der spezifischen Funktion $\overline{M}(t)$ <u>keine</u> analytischen Lösungen für die Funktion $\varphi(t)$ berechnet werden, da alleine der Einfluss der Schwerkraft zu einer nichtlinearen Differenzialgleichung führt.

f) Sollten Gleichungen für Problemstellung allgemein <u>nicht</u> analytisch lösbar sein, so existieren <u>keine</u> Methoden, um Näherungslösungen zu finden.

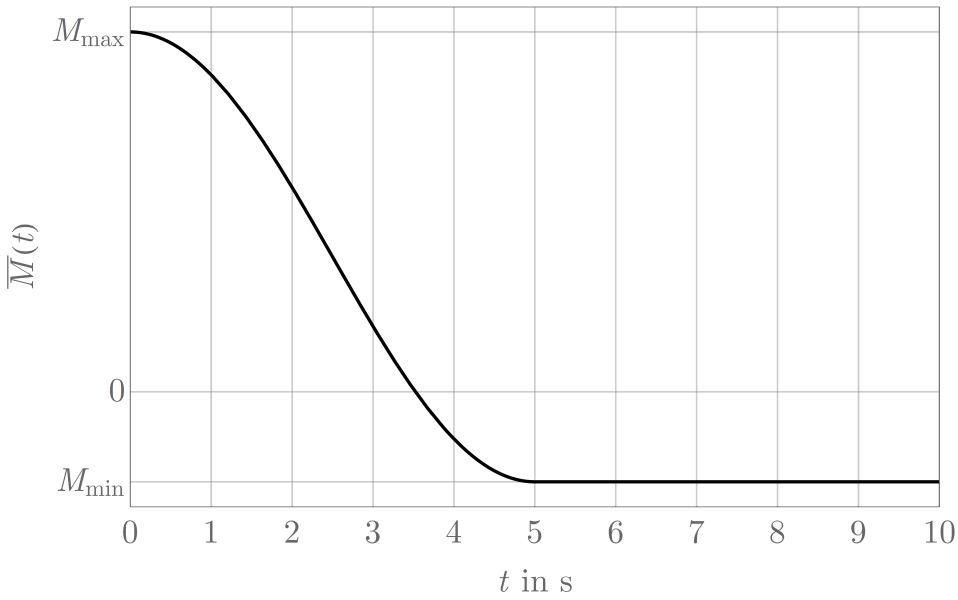
TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

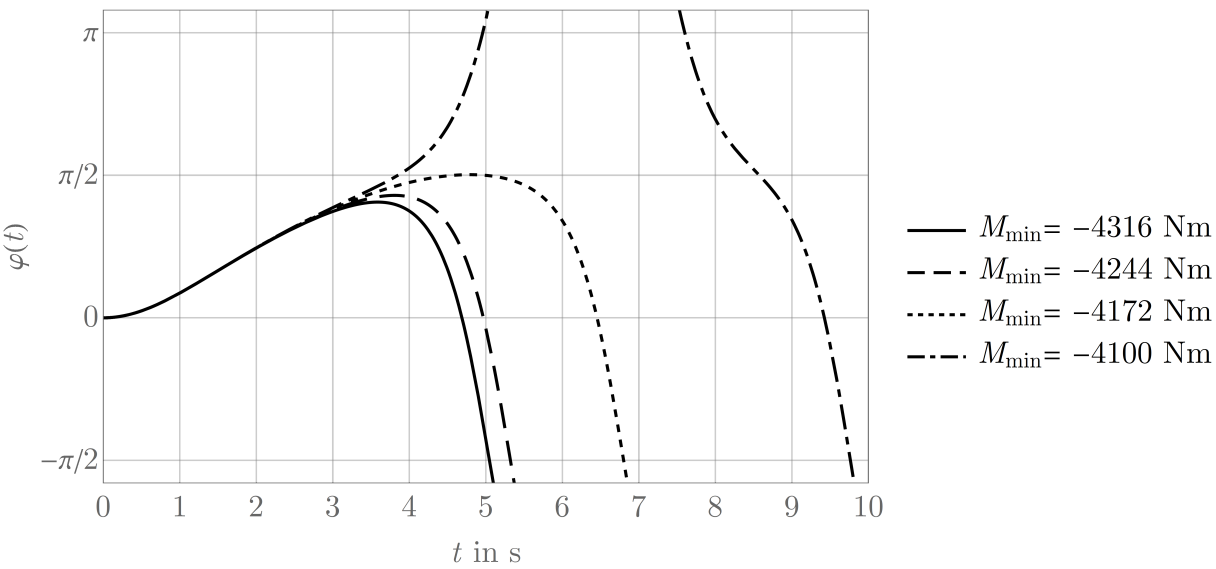
4.4

Für eine grundlegend ähnliche Förderanlage mit anderen Spezifikationen soll nun eine zielführende Steuerung für das Antriebsmoment $\overline{M}(t)$ gefunden werden. Die Vorgaben bezüglich der Förderung des Erdreichs (Punkte B und C) bleiben dabei unverändert. Ein erster Entwurf sieht vor, dass nachfolgend dargestellte Funktion für das Antriebsmoment vorgegeben wird:

$$\overline{M}(t) = [M_{\max} - M_{\min}]\,\cos^2\left(\frac{\pi\,t}{2\,t_{\mathrm{M}}}\right) + M_{\min}$$



Sobald genügend Erdreich angehäuft wurde, wird ein Sperrmechanismus entriegelt, sodass sofort das Antriebsmoment $M_{\max} = \overline{M}(0) = 68.000$ Nm aufgebracht wird. Innerhalb von $t_{\mathrm{M}} = 5$ s soll das Antriebsmoment dann auf den Wert $M_{\min}$ abgesenkt und konstant gehalten werden. Für konkrete (aber hier nicht genannte) Zahlenwerte für die Größen m, g und l soll nun ein möglichst optimaler Wert für das Moment $M_{\min}$ gefunden werden. Die Expert*innen aus der Berechnungsabteilung liefern folgende Ergebnisse für den Winkel $\varphi(t)$ für verschiedene Werte von $M_{\min}$:



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

In der nachfolgenden Diskussion im Team und der Ergebnis-Analyse werden die nachfolgend aufgeführten Aussagen getätigt. Wie viele sind davon uneingeschränkt korrekt? (**5,0 Punkte**)

Hinweis: Es kann hier davon ausgegangen werden, dass die Ergebnisse korrekt sind und kein Grund dafür besteht, an deren Plausibilität zu zweifeln.

- Sämtliche Ergebnisse verlieren ab einem bestimmten (nicht identischen) Zeitpunkt ihre Gültigkeit.
- Für die Werte $M_{\min} = -4316$ Nm und $M_{\min} = -4244$ Nm würde die Anlage gemäß der Berechnungen nicht wie gewünscht funktionieren.
- Sämtliche Ergebnisse sind bis zum Erreichen des jeweiligen Maximums der Funktion $\varphi(t)$ uneingeschränkt gültig.
- Es sollten noch dringend Berechnungen für $M_{\min} = -4208$ Nm durchgeführt werden, da noch bessere Ergebnisse zu erwarten sind.
- Die Anlage kann und sollte mit $M_{\min} = -4100$ Nm für $0 \leq t \leq \approx 9{,}5$ s betrieben werden.
- Der Wert $M_{\min} = -4172$ Nm scheint in diesem Fall zumindest ein passender Referenzwert für weitere Analysen und Tests zu sein.
- Es sollte noch dringend eine Berechnung für $M_{\min} > -4100$ Nm durchgeführt werden, da die Anlage mit den vier untersuchten Werten nicht funktionsfähig betrieben werden kann.

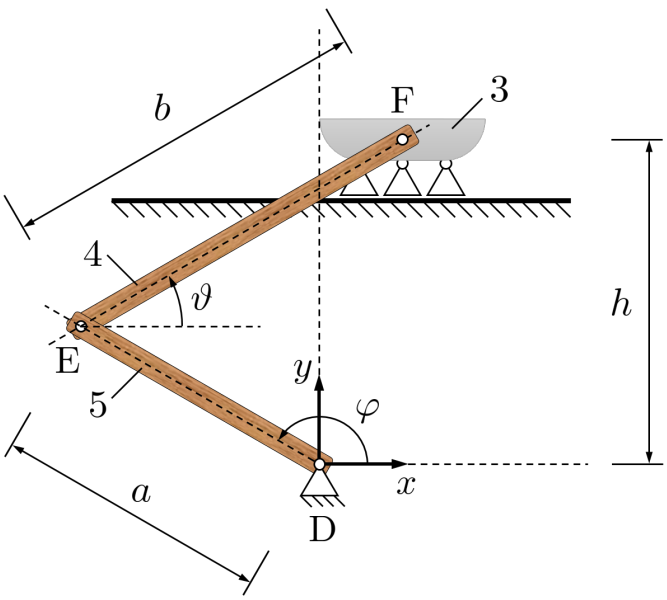
a) keine b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6 h) 7

4.5

Die Förderanlage wird nun erweitert: Sobald das Erdreich Punkt C in der ersten Abbildung erreicht, soll dies in den rechts dargestellten Schlitten (3) fallen und durch die dargestellte Konstruktion weiterbefördert werden. Der Schlitten ist über zwei Stangen (4 und 5) mit dem Auflager D verbunden. In diesem Punkt wird das System auch später angetrieben. Es gilt:

$$b = \frac{4}{3}\,a \quad , \quad h = \frac{1}{4}\,a$$

Hinweis: Die Modellskizze ist zur besseren Übersicht nicht maßstäblich gezeichnet. Sie kann dennoch ohne Einschränkungen als Hilfe zur Lösung der Aufgabe verwendet werden.



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

4.5

Welche der folgenden Gleichungen entspricht der korrekten kinematischen Beziehung zwischen den Winkeln $\varphi(t)$ und $\vartheta(t)$? (**3,0 Punkte**)

a)
$$\sin(\vartheta) = -\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos(\varphi)$$

b)
$$\sin(\vartheta) = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}\sin(\varphi)$$

c)
$$\cos(\vartheta) = -\frac{3}{4} + \frac{3}{8}\sin(\varphi)$$

d)
$$\cos(\vartheta) = \frac{3}{8} - \frac{3}{4}\cos(\varphi)$$

e)
$$\cos(\vartheta) = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\sin(\varphi)$$

f)
$$\sin(\vartheta) = \frac{4}{3} - \frac{3}{8}\cos(\varphi)$$

g)
$$\sin(\vartheta) = \frac{3}{16} - \frac{3}{4}\sin(\varphi)$$

h)
$$\cos(\vartheta) = \frac{1}{12} - \frac{5}{4}\cos(\varphi)$$

4.6

Wie lautet die Lösung für den Betrag der (Absolut-)Geschwindigkeit v_{F} des Punktes F in Abhängigkeit von φ, $\dot{\varphi}$, ϑ und $\dot{\vartheta}$? (**3,0 Punkte**)

Hinweis: Hier soll <u>nicht</u> die zuvor unter 4.5 berechnete kinematische Beziehung verwendet werden.

a)
$$v_{\mathrm{F}} = \sqrt{[a\,\cos(\varphi) + b\,\cos(\vartheta)]^2 + h^2}$$

b)
$$v_{\mathrm{F}} = \dot{\vartheta}\,b\,\sin(\vartheta)$$

c)
$$v_{\mathrm{F}} = |\frac{4\,a}{3}\,\cos(\varphi)\,\dot{\varphi} - \sin(\vartheta)\,\dot{\vartheta}|$$

d)
$$v_{\mathrm{F}} = |-\frac{a}{3}\,\sin(\varphi)\,\dot{\varphi} - \frac{3\,a}{4}\,\sin(\vartheta)\,\dot{\vartheta}|$$

e)
$$v_{\mathrm{F}} = -\dot{\vartheta}\,b\,\cos(\vartheta)$$

f)
$$v_{\mathrm{F}} = \sqrt{[\dot{\varphi}\,a\,\sin(\varphi)]^2 + \left[\dot{\vartheta}\,b\,\sin(\vartheta)\right]^2}$$

g)
$$v_{\mathrm{F}} = \sqrt{[-a\,\sin(\varphi)\,\dot{\varphi}]^2 + \left[\frac{4\,a}{3}\,\sin(\vartheta)\,\dot{\vartheta}\right]^2}$$

h)
$$v_{\mathrm{F}} = |-a\,\sin(\varphi)\,\dot{\varphi} - \frac{4\,a}{3}\,\sin(\vartheta)\,\dot{\vartheta}|$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

4.7

Wie lautet die Lösung für die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\vartheta}$ in Abhängigkeit von φ, $\dot{\varphi}$ und ϑ? (**3,0 Punkte**)

a)
$$\dot{\vartheta} = -\frac{5}{4}\,\frac{\sin(\varphi)}{\sin(\vartheta)}\,\dot{\varphi}$$

b)
$$\dot{\vartheta} = -\frac{3}{4}\,\frac{\cos(\varphi)}{\cos(\vartheta)}\,\dot{\varphi}$$

c)
$$\dot{\vartheta} = -\dot{\varphi}$$

d)
$$\dot{\vartheta} = \frac{3}{16}\,\frac{\cos(\varphi)}{\sin(\vartheta)}\,\dot{\varphi}$$

e)
$$\dot{\vartheta} = \frac{4}{3}\,\frac{\cos(\vartheta)}{\cos(\varphi)}\,\dot{\varphi}$$

f)
$$\dot{\vartheta} = \cos(\vartheta)\,\dot{\varphi}$$

g)
$$\dot{\vartheta} = -\frac{16}{3}\,\frac{\sin(\vartheta)}{\cos(\varphi)}\,\dot{\varphi}$$

h)
$$\dot{\vartheta} = -\frac{4}{5}\,\frac{\sin(\vartheta)}{\sin(\varphi)}\,\dot{\varphi}$$