

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Übungsaufgaben zur Klausurvorbereitung SS25 - Fragebogen

Die Aufgaben sind an eine Altklausur angelehnt, können aber stellenweise in Inhalt und Form abweichen.

Hinweis zur Bearbeitung:

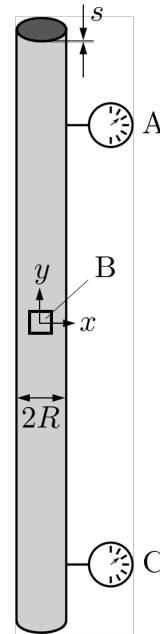
Bei der Beantwortung der Fragen ist zu beachten, dass **ausschließlich** das Ankreuzen der dafür vorgesehenen Kästchen auf dem **Antwortbogen** als Antwort gewertet wird. Es ist immer nur **eine** Antwortmöglichkeit richtig. Markierungen von Formeln, Wörtern, Bildern, usw. auf dem Fragebogen werden nicht berücksichtigt, sondern nur die zugehörigen Kästchen auf dem Antwortbogen. Beachten Sie auch das gezeigte Beispiel zur Markierung und zur Korrektur auf dem Antwortbogen.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe 1

In einer Gas-Rohrleitung ist zwischen den Messpunkten A und C ein Druckabfall festgestellt worden, im Zuge dessen die Rohrleitung außer Betrieb genommen wurde. Ihre Aufgabe ist es, den Zwischenfall zu untersuchen und eine mögliche Ursache für den Druckabfall zu bestimmen.

Die zylinderförmige Rohrleitung, von welcher rechts ein Ausschnitt vereinfacht dargestellt ist, weist den Radius $R = 0,5 \text{ m}$ und die Wandstärke $s = 0,016 \text{ m}$ auf, wobei $s \ll R$ gilt. Im Betriebszustand wirkt im Inneren der Rohrleitung ein Überdruck von $\Delta p > 0$. Das Material weist einen E-Modul von 210.000 MPa , die Querkontraktionszahl von $\nu = 0,3$ sowie eine zulässige Spannung von $\sigma_{\text{zul}} = 485 \text{ MPa}$ auf.



1.1

Sie sollen nun zunächst überprüfen, ob es bei der Auslegung der Rohrleitung zu einem konstruktiven Fehler kam. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt? **(1,0 Punkte)**

- a) Die Kesselformel kann immer bei zylinderförmigen Bauteilen genutzt werden.
- b) Die Kesselformel kann hier angewendet werden da $s \ll R$ gilt.
- c) Es wirken keine Normalspannungen in der Rohrleitungswand.
- d) Es wirken nur Scherspannung in der Rohrleitungswand.
- e) Die Kesselformel kann nur angewandt werden, wenn die Rohrleitung unter Überdruck steht.
- f) Die Kesselformel ist die genaueste Methode, mit welcher man die Spannungen in zylindrischen Bauteilen berechnen kann.

1.2

Bestimmen Sie den Spannungszustand (in Matrixform) in Abhängigkeit von Δp , der sich mit ausreichender Genauigkeit für die Stelle (B) und das eingezeichnete Koordinatensystem berechnen lässt.

(2,0 Punkte)

a)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 32,667 \Delta p & 0 \\ 0 & 66,666 \Delta p \end{bmatrix}$$

b)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 31 \Delta p & -2 \Delta p \\ -2 \Delta p & 22 \Delta p \end{bmatrix}$$

c)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 31,25 \Delta p & 0 \\ 0 & 15,625 \Delta p \end{bmatrix}$$

d)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0,35 \Delta p & 0 \\ 0 & -0,152 \Delta p \end{bmatrix}$$

e)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0,3 \Delta p & 0 \\ 0 & 0,6 \Delta p \end{bmatrix}$$

f)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 40 \Delta p & -10 \Delta p \\ -10 \Delta p & 20 \Delta p \end{bmatrix}$$

g)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 16,667 \Delta p & 0 \\ 0 & 13,333 \Delta p \end{bmatrix}$$

h)

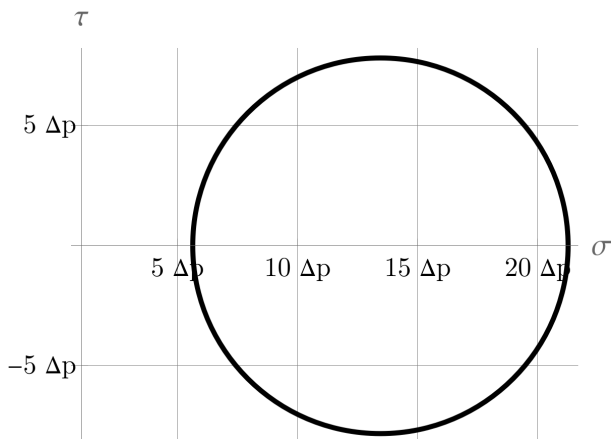
$$\sigma = \begin{bmatrix} 33,333 \Delta p & 0 \\ 0 & 16,667 \Delta p \end{bmatrix}$$

1.3

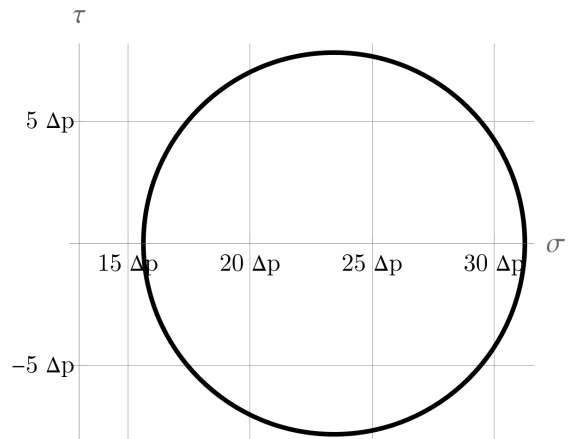
Welcher der hier dargestellten Mohrschen Spannungskreise repräsentiert diesen Spannungszustand.
(1,0 Punkte)

Hinweis: Der Mittelpunkt der Kreise befindet sich nicht immer bei $(0,0)$!

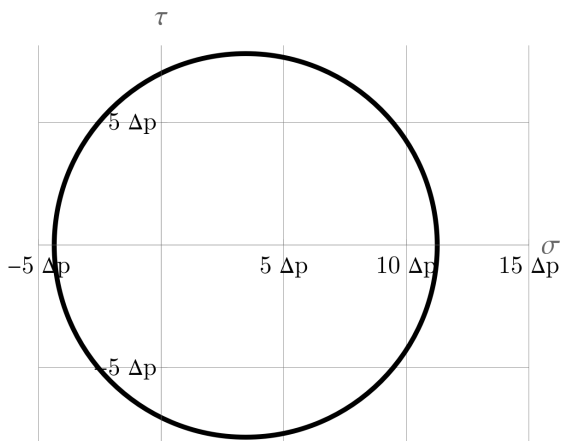
a)



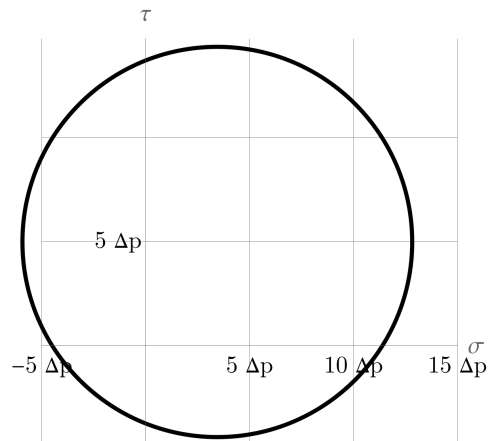
b)



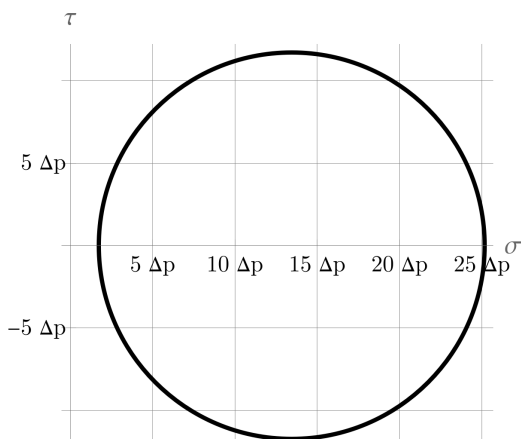
c)



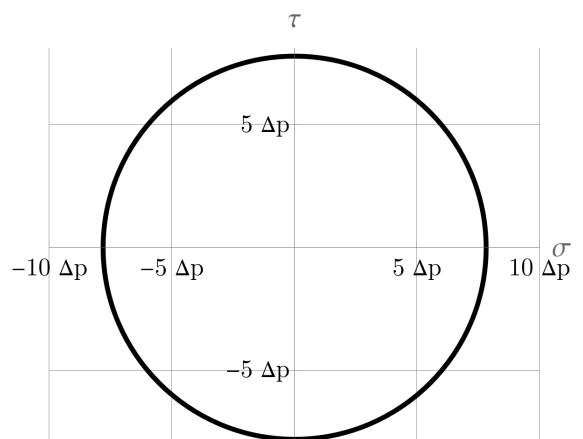
d)



e)



f)



1.4

Die Vorgabe lautet, dass die zweifache maximale Schubspannung $2\tau_{\max}$ als Vergleichsspannung σ_V verwendet werden soll. Unter normalen Betriebsbedingungen herrscht ein Überdruck $\Delta p = 10 \text{ MPa}$. Welche Wandstärke muss die Rohrleitung demnach mindestens aufweisen? **(3,0 Punkte)**

a)

$$s \geq 0,007 \text{ m}$$

b)

$$s \geq 0,008 \text{ m}$$

c)

$$s \geq 0,009 \text{ m}$$

d)

$$s \geq 0,010 \text{ m}$$

e)

$$s \geq 0,011 \text{ m}$$

f)

$$s \geq 0,012 \text{ m}$$

g)

$$s \geq 0,013 \text{ m}$$

h)

$$s \geq 0,014 \text{ m}$$

1.5

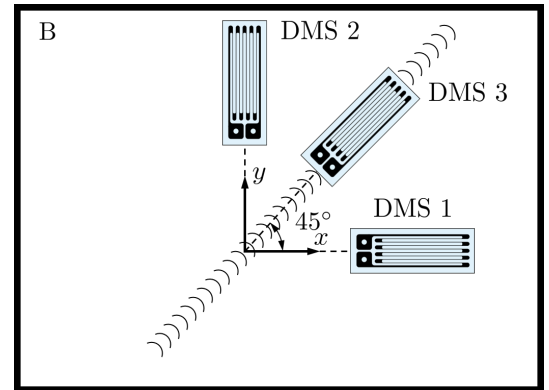
Sie haben nun erfahren, dass bei einer vorherigen Routineuntersuchung im Bereich B ein Riss festgestellt wurde, der anschließend verschweißt wurde. Zur Kontrolle dieser kritischen Stelle wurden DMS in der dargestellten Anordnung auf der Außenhülle angebracht. Die Messdaten ergaben zum Zeitpunkt des Druckabfalls:

$$\varepsilon_{\text{DMS1}} = 0,00129$$

$$\varepsilon_{\text{DMS2}} = 0,00005$$

$$\varepsilon_{\text{DMS3}} = 0,00067$$

Welcher Dehnungstensor (in Matrixschreibweise) ergibt sich daraus bezüglich des x,y -Koordinatensystems in der x,y -Ebene? **(4,0 Punkte)**



a)

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,00129 & 0,0025 \\ 0,0025 & 0,00005 \end{bmatrix}$$

c)

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,00005 & 0 \\ 0 & 0,00129 \end{bmatrix}$$

e)

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,00129 & 0,00067 \\ 0,00067 & 0,00005 \end{bmatrix}$$

g)

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,01 & 0,02 \\ 0,02 & 0,015 \end{bmatrix}$$

b)

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,00129 & 0,00125 \\ 0,00125 & 0,00005 \end{bmatrix}$$

d)

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,025 & 0,00047 \\ 0,00005 & 0,00129 \end{bmatrix}$$

f)

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,00129 & -0,00067 \\ -0,00067 & 0,00005 \end{bmatrix}$$

h)

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,00129 & 0 \\ 0 & 0,00005 \end{bmatrix}$$

1.6

Es sei nun ein weiterer repräsentativer Dehnungszustand durch

$$\epsilon = \begin{bmatrix} 0,000987 & -0,000536 \\ -0,000536 & 0,000357 \end{bmatrix}$$

für den Bereich B zum gleichen Zeitpunkt vorgegeben, wobei das zugehörige Koordinatensystem für diese Werte unbekannt ist. Welcher Wert ergibt sich daraus hier für ϵ_{zz} ? **(2,0 Punkte)**

- | | | |
|-------------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| a) $\epsilon_{zz} = -0,00376$ | b) $\epsilon_{zz} = 0,0234$ | c) $\epsilon_{zz} = -0,000576$ |
| d) $\epsilon_{zz} = 0,000172$ | e) $\epsilon_{zz} = -0,1$ | f) $\epsilon_{zz} = 0,015$ |
| g) $\epsilon_{zz} = -0,00458$ | h) $\epsilon_{zz} = 0,00874$ | i) $\epsilon_{zz} = 0$ |

1.7

Welcher Spannungszustand (auf zwei Nachkommastellen gerundet) ergibt sich aus diesen Werten? **(5,0 Punkte)**

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $\sigma = \begin{bmatrix} 252,48 & -86,59 \\ -86,59 & 150,72 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ | b) $\sigma = \begin{bmatrix} 250 & 0 \\ 0 & 250 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ |
| c) $\sigma = \begin{bmatrix} 235,45 & -122,37 \\ -122,37 & 112,23 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ | d) $\sigma = \begin{bmatrix} -232,31 & 43,32 \\ 43,32 & 86,49 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ |
| e) $\sigma = \begin{bmatrix} 0 & -85,21 \\ -85,21 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ | f) $\sigma = \begin{bmatrix} 252,48 & 97,64 \\ 97,64 & 300,32 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ |
| g) $\sigma = \begin{bmatrix} 235,45 & -0,15 \\ -0,15 & 381 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ | h) $\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ |

1.8

Es soll nun die Hypothese nach VON MISES für die Vergleichsspannung σ_V verwendet werden, um weitere Analysen anstellen zu können. Welcher Wert dieser Vergleichsspannung ist gemäß der unter 1.7 bestimmten Ergebnisse korrekt? **(2,0 Punkte)**

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\sigma_V = 234,23 \text{ MPa}$ | b) $\sigma_V = 245,19 \text{ MPa}$ | c) $\sigma_V = 312,61 \text{ MPa}$ |
| d) $\sigma_V = 300,71 \text{ MPa}$ | e) $\sigma_V = 212,62 \text{ MPa}$ | f) $\sigma_V = 303,19 \text{ MPa}$ |
| g) $\sigma_V = 99,16 \text{ MPa}$ | h) $\sigma_V = 167,84 \text{ MPa}$ | i) $\sigma_V = 266,27 \text{ MPa}$ |

1.9

Um einen Produktionsfehler bei der Herstellung des Materials auszuschließen, wurden eine Probe aus der Rohrleitung entnommen und der E-Modul gemessen. Die Messung ergab, dass der tatsächliche E-Modul bei 280.000 MPa liegt. Wie viele der folgenden Aussagen treffen in diesem Zusammenhang zu? **(2,0 Punkte)**

- Unter der Annahme, dass die Messungen der DMS korrekt sind, ergibt sich eine höhere Beanspruchung des Materials.
- Ein höherer E-Modul als angenommen ist in jedem Fall unkritisch.
- Bei der Messung der entnommenen Probe muss ein Fehler unterlaufen sein, da es sich bei dem E-Modul um eine Materialkonstante handelt und diese niemals Abweichungen aufweisen.
- Unter der Annahme, dass die Kesselformel hier angewendet werden darf, muss die Auslegung der Rohrleitung nicht wiederholt werden, da der E-Modul hierauf keinen Einfluss hat.
- Aus dem erhöhten E-Modul ergibt sich zwangsläufig eine erhöhte zulässige Spannung σ_{zul} .

a) keine b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5

1.10

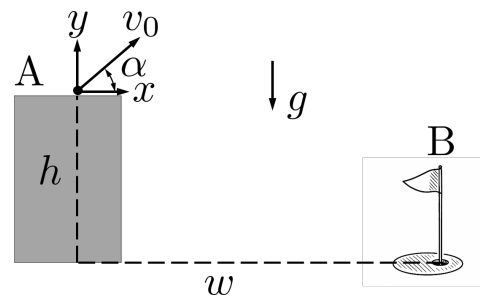
Um die Unsicherheiten der Auswirkungen einer Schweißnaht (wie im Bereich B) auf das Material zu berücksichtigen, darf die Vergleichsspannung nach VON MISES dort den Wert $\sigma_{zul} = 243 \text{ MPa}$ nicht überschreiten. Welche Schlussfolgerung ergibt sich damit insgesamt aus all den Berechnungen bezüglich der Unfall-Ursache? **(3,0 Punkte)**

Hinweis: Die Untersuchungen aus 1.4 bleiben hier uneingeschränkt gültig.

- a) Es liegt ein konstruktiver Fehler vor, da die Wandstärke zu gering gewählt wurde.
- b) Es kann generell hier ausgeschlossen werden, dass eine Schädigung des Materials und die damit einhergehende Verringerung des E-Moduls verantwortlich für den Druckabfall ist oder zumindest dazu beigetragen haben könnte.
- c) Die hier durchgeführten Berechnungen und Analysen lassen nicht auf ein zu erwartendes Materialversagen schließen.
- d) Die mit den DMS bestimmten Dehnungen müssen gemäß der Analysen fehlerhaft sein.
- e) Die Analysen der Dehnungen legen Nahe, dass die Beanspruchung des Materials im Bereich B zumindest kurzzeitig unzulässig hoch war, was zu einer erneuten Schädigung in diesem Bereich geführt haben kann und somit die wahrscheinliche Ursache des Druckabfalls ist.
- f) Es kann hier generell ausgeschlossen werden, dass es im Laufe des Betriebes der Rohrleitung zu einer Verringerung der Wandstärke kam, im Zuge dessen die Beanspruchung des Materials unzulässig hoch wurde.

Aufgabe 2

Im *Legend Golf and Safari Resort* in Entabeni der Limpopo Provinz in Südafrika befindet sich das längste Par-3-Golfloch der Welt, auch bekannt als das „Extreme 19th“. Schaffte man es dort den Golfball mit nur einem Schlag ins Loch zu befördern (Hole-in-One), so erhielt man ein Preisgeld über 1.000.000 \$. Als Ingenieur*in wollen Sie mit Hilfe der Mechanik berechnen, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit der Ball direkt im Loch (B) landet.



Dafür haben Sie die oben dargestellte Skizze angefertigt: Ein Golfball (Masse m) wird vom Abschlagspunkt A mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 unter dem Neigungswinkel α abgeschlagen. Punkt A ist vom Loch in Punkt B horizontal um den Abstand w entfernt und liegt vertikal um die Höhe h über dem Loch. Die Zahlenwerte der Systemparameter lauten: $\alpha = \pi/4 \hat{=} 45^\circ$, $w = 750$ m, $h = 430$ m, $g = 9,81$ m/s², $m = 0,05$ kg.

2.1

Sie wissen, dass Sie bei einem Abschlag mit voller Kraft eine Anfangsgeschwindigkeit des Golfballes von $v_0 = 70$ m/s erreichen. An welcher Stelle x_S im gegebenen x, y -Koordinatensystem wird der Golfball aufschlagen, wenn Sie mit voller Kraft abschlagen? **(5,0 Punkte)**

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a) $x_S = 753,93$ m | b) $x_S = 750,00$ m | c) $x_S = 715,03$ m |
| d) $x_S = 776,12$ m | e) $x_S = 585,23$ m | f) $x_S = 699,99$ m |
| g) $x_S = 618,61$ m | h) $x_S = 486,15$ m | i) $x_S = 809,74$ m |

2.2

Wie viel Zeit t^* bleibt der Golfball dabei in der Luft?

(1,0 Punkte)

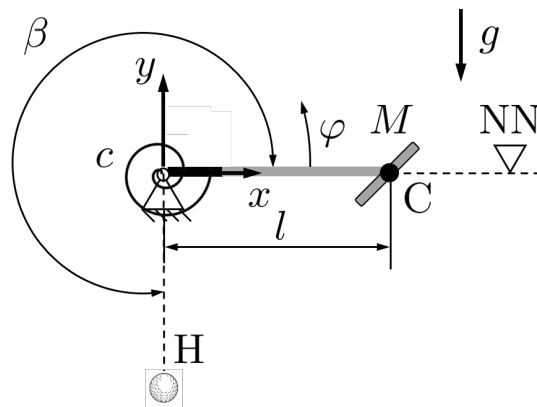
- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $t^* = 1,56$ s | b) $t^* = 15,68$ s | c) $t^* = 23,53$ s |
| d) $t^* = 12,60$ s | e) $t^* = 11,11$ s | f) $t^* = 12,56$ s |
| g) $t^* = 9,68$ s | h) $t^* = 22,34$ s | i) $t^* = 6,23$ s |

2.3

Sie wollen Ihren Versuch von oben durch eine Drohne filmen, wofür Sie eine Flughöhe der Drohne bestimmen müssen. Berechnen Sie dafür die Koordinate y_{\max} des höchsten Punktes der Flugbahn des Golfballes. **(3,0 Punkte)**

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $y_{\max} = 129,81 \text{ m}$ | b) $y_{\max} = 253,17 \text{ m}$ | c) $y_{\max} = 110,31 \text{ m}$ |
| d) $y_{\max} = 234,76 \text{ m}$ | e) $y_{\max} = 200,17 \text{ m}$ | f) $y_{\max} = 154,78 \text{ m}$ |
| g) $y_{\max} = 124,87 \text{ m}$ | h) $y_{\max} = 137,86 \text{ m}$ | i) $y_{\max} = 199,67 \text{ m}$ |

Sie interessieren sich nun für die Mechanik des Abschlages selbst. Die im Körper gespeicherte Schlagenergie wird durch eine Drehfeder (Federsteifigkeit c) modelliert. In der Ausgangslage ($\varphi = 0$) ist die Feder vorgespannt und in der Endlage ($\varphi = \beta = 3\pi/2 \hat{=} 270^\circ$) ist sie ungespannt. In dieser Endlage (Punkt H) trifft der Schläger (Masse M) der Länge l auf den Golfball, wobei die Masse des Schlägers als Punktmasse an dessen Ende (Punkt C) approximiert wird.



Hinweis: Das hier eingezeichnete x, y -Koordinatensystem entspricht nicht dem aus den vorherigen Aufgabenteilen.

2.4

Welchen Wert muss die Federsteifigkeit c aufweisen, damit im Zustand des Abschlages ($\varphi = 3\pi/2$) eine vorgegebene Geschwindigkeit v_0 des **Schlägers** erreicht wird? **(4,0 Punkte)**

Hinweis: Die Geschwindigkeit v_0 des Golfschlägers soll hier als gegebene Größe ohne Zahlenwert angesehen werden. Es kann davon ausgegangen werden, dass es im System keine wesentlichen Energieverluste gibt.

- a) $c = \frac{2}{9\pi^2} [M v_0^2 + 2 M g l]$ b) $c = \frac{1}{9\pi^2} [M v_0^2 - M g l]$ c) $c = \frac{2}{3\pi^2} [2 M v_0^2 - M g l]$
- d) $c = \frac{10}{9\pi^2} [M v_0^2 + M g l]$ e) $c = \frac{1}{3\pi^2} [2 M v_0^2 - M g l]$ f) $c = \frac{5}{9\pi^2} [2 M v_0^2 + M g l]$
- g) $c = \frac{4}{9\pi^2} [M v_0^2 - 2 M g l]$ h) $c = \frac{1}{2\pi^2} [M v_0^2 + M g l]$ i) $c = \frac{5}{3\pi^2} [3 M v_0^2 - 2 M g l]$

2.5

Sie haben Ihren Abschlag nun so optimiert, dass der Golfball im Punkt A nach dem Abschlag tatsächlich eine Geschwindigkeit von $v_0 = 70 \text{ m/s}$ aufweist und zu Ihrem Erstaunen landet der Golfball nun direkt im Loch in Punkt B. Die Geschwindigkeit des Golfballes unmittelbar davor wurde mit $v_B = 110 \text{ m/s}$ durch eine Messung bestimmt. Berechnen Sie die während des Flugs verrichtete Arbeit der nicht-konservativen Kräfte W^{nk} , die offensichtlich durch den Luftwiderstand des Golfballes entsteht.

(3,0 Punkte)

- a) $W^{\text{nk}} = -29,593 \text{ Nm}$ b) $W^{\text{nk}} = -34,398 \text{ Nm}$ c) $W^{\text{nk}} = 44,365 \text{ Nm}$
- d) $W^{\text{nk}} = -25,483 \text{ Nm}$ e) $W^{\text{nk}} = -30,915 \text{ Nm}$ f) $W^{\text{nk}} = -22,222 \text{ Nm}$
- g) $W^{\text{nk}} = 32,853 \text{ Nm}$ h) $W^{\text{nk}} = -39,919 \text{ Nm}$ i) $W^{\text{nk}} = 35,190 \text{ Nm}$

2.6

Wie viele der nachfolgenden Aussagen sind korrekt? „Die Berücksichtigung der Masse des Golfschlägers als über die Länge verteilte Masse (anstatt einer Punktmasse) hätte dazu geführt, dass ...“

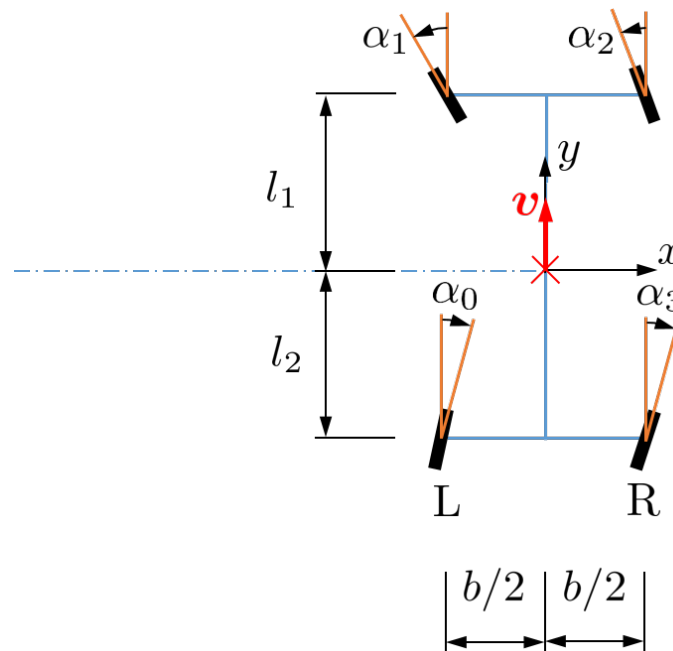
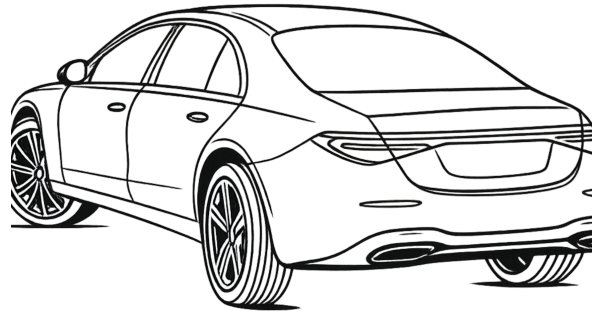
(2,0 Punkte)

- die Winkelbeschleunigung des Golfschlägers größer wäre.“
- sie mehr Energie hätten aufwenden müssen, um dieselbe Geschwindigkeit v_0 zu erreichen.“
- die Geschwindigkeit des Schlägers im Punkt A beim Auftreffen auf den Golfball kleiner wäre.“
- das Massenträgheitsmoment des Schlägers kleiner wäre.“
- das System nicht mehr lösbar gewesen wäre.“

- a) keine b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5

Aufgabe 3

Zur Verbesserung der Wendigkeit werden bei ausgewählten modernen Autos (wie rechts sinngemäß dargestellt) Hinterachslenkungen verbaut. Bei einem Fahrzeug soll nun überprüft werden, ob die Lenkvorrichtung und ein Differenzial vor allem bei größeren Lenkwinkeln Probleme aufweisen und ggf. getauscht werden müssen. Dazu wurde folgende vereinfachte Zeichnung (Draufsicht) der Achsen und Räder angefertigt.



Es gelten nachfolgend (sofern keine neuen Angaben gemacht werden) die folgenden Zahlenwerte:

$$l_1 = 2,3 \text{ m} , \quad l_2 = b = 1,6 \text{ m}$$

3.1

Der Winkel $\alpha_0 = 10^\circ \hat{=} 0,1745 \text{ rad}$ sei vorgegeben. Wie lautet die korrekte Koordinate x_M des Momentanpols, wobei die zugehörige y -Koordinate durch $y_M = 0$ vorgegeben ist? **(3,0 Punkte)**

- | | | |
|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $x_M = -8,643 \text{ m}$ | b) $x_M = -9,874 \text{ m}$ | c) $x_M = -8,325 \text{ m}$ |
| d) $x_M = -10,523 \text{ m}$ | e) $x_M = -7,423 \text{ m}$ | f) $x_M = -12 \text{ m}$ |
| g) $x_M = -7,452$ | h) $x_M = -10,312$ | i) $x_M = -9,104$ |

3.2

Gehen Sie nun von dem Wert $x_M = -11$ m aus. Welchen Wert sollte der Einlenkwinkel α_1 aufweisen, damit eine optimale Kurvenfahrt gegeben ist? **(2,0 Punkte)**

- | | |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| a) $\alpha_1 = 0,181 \text{ rad} \hat{=} 10,371^\circ$ | b) $\alpha_1 = 0,272 \text{ rad} \hat{=} 15,584^\circ$ |
| c) $\alpha_1 = 0,193 \text{ rad} \hat{=} 12,060^\circ$ | d) $\alpha_1 = 0,378 \text{ rad} \hat{=} 21,658^\circ$ |
| e) $\alpha_1 = 0,312 \text{ rad} \hat{=} 17,876^\circ$ | f) $\alpha_1 = 0,193 \text{ rad} \hat{=} 11,03^\circ$ |
| g) $\alpha_1 = 0,252 \text{ rad} \hat{=} 14,439^\circ$ | h) $\alpha_1 = 0,220 \text{ rad} \hat{=} 12,707^\circ$ |

3.3

Welchen Wert sollte der Einlenkwinkel α_2 aufweisen, damit eine optimale Kurvenfahrt gegeben ist? **(2,0 Punkte)**

- | | |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| a) $\alpha_2 = 0,181 \text{ rad} \hat{=} 10,371^\circ$ | b) $\alpha_2 = 0,272 \text{ rad} \hat{=} 15,584^\circ$ |
| c) $\alpha_2 = 0,193 \text{ rad} \hat{=} 12,060^\circ$ | d) $\alpha_2 = 0,378 \text{ rad} \hat{=} 21,658^\circ$ |
| e) $\alpha_2 = 0,312 \text{ rad} \hat{=} 17,876^\circ$ | f) $\alpha_2 = 0,193 \text{ rad} \hat{=} 11,03^\circ$ |
| g) $\alpha_2 = 0,252 \text{ rad} \hat{=} 14,439^\circ$ | h) $\alpha_2 = 0,220 \text{ rad} \hat{=} 12,707^\circ$ |

3.4

Gehen Sie nun von dem Wert $x_M = -15$ m aus. Für die Geschwindigkeit gelte $v = 25$ m/s. Der Einlenkwinkel vom Rad L beträgt nun $\alpha_0^* = 6,43^\circ$ und der von Rad R beträgt $\alpha_3 = 5,78^\circ$. Welche Werte gelten in diesem Fall für die Winkelgeschwindigkeiten ω_L und ω_R der Räder L und R der oben eingezeichneten Hinterachse, wenn der Radius der Räder $R_{\text{Rad}} = 0,15$ m beträgt? **(3,0 Punkte)**

- | | |
|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| a) $\omega_L = \omega_R = 119,139 \text{ s}^{-1}$ | b) $\omega_L = 84,883 \text{ s}^{-1}, \omega_R = 93,818 \text{ s}^{-1}$ |
| c) $\omega_L = 125,091 \text{ s}^{-1}, \omega_R = 119,171 \text{ s}^{-1}$ | d) $\omega_L = 122,195 \text{ s}^{-1}, \omega_R = 116,226 \text{ s}^{-1}$ |
| e) $\omega_L = 116,180 \text{ s}^{-1}, \omega_R = 133,578 \text{ s}^{-1}$ | f) $\omega_L = 158,78 \text{ s}^{-1}, \omega_R = 176,56 \text{ s}^{-1}$ |
| g) $\omega_L = 113,475 \text{ s}^{-1}, \omega_R = 55,232 \text{ s}^{-1}$ | h) $\omega_L = 53,123 \text{ s}^{-1}, \omega_R = 51,155 \text{ s}^{-1}$ |

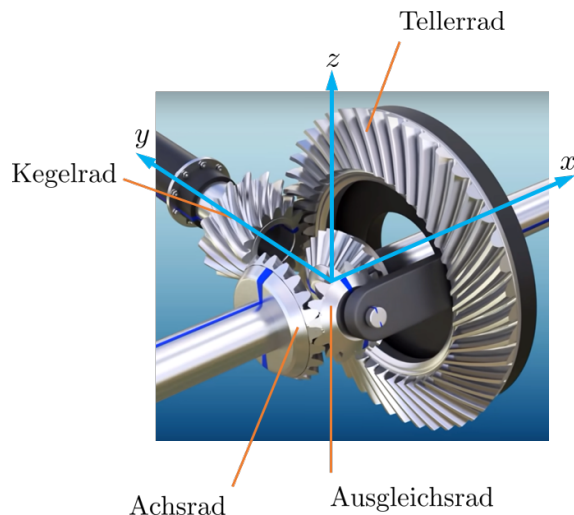
3.5

Das in der Vorderachse verbaute Differential soll ebenfalls auf seine Funktionsfähigkeit geprüft werden. Dazu wurden in einem Prüfstand die Winkelgeschwindigkeiten $\omega_L = 80 \text{ s}^{-1}$ der linken und $\omega_R = 85 \text{ s}^{-1}$ der rechten Achse vorgegeben und folgende Größen experimentell bestimmt:

$$\begin{aligned}\omega_{\text{Ausgleichsrad}} &= 6,25 \text{ s}^{-1} \\ \omega_{\text{Tellerrad}} &= 82,5 \text{ s}^{-1} \\ \omega_{\text{Kegelrad}} &= 60,75 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

Für die Radien der Zahnräder gilt:

$$\begin{aligned}R_{\text{Achsrads}} &= 0,2 \text{ m} \\ R_{\text{Ausgleichsrad}} &= 0,08 \text{ m} \\ R_{\text{Tellerrad}} &= 0,05 \text{ m} \\ R_{\text{Kegelrad}} &= 0,06 \text{ m}\end{aligned}$$

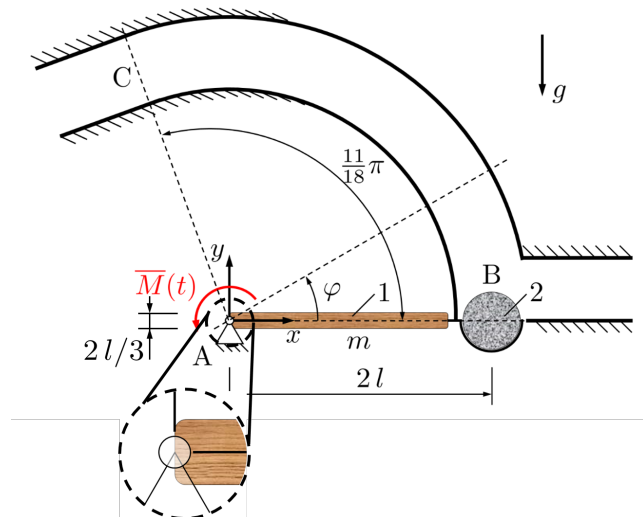


Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeiten der einzelnen Zahnräder, die sich aus den vorgegebenen Werten für ω_L und ω_R ergeben. Welche der folgenden Schlussfolgerungen inklusive Begründung ist korrekt? **(4,0 Punkte)**

- Die gemessenen Werte der Winkelgeschwindigkeiten entsprechen alle den berechneten, die Prüfung liefert soweit keine Gründe zur Beanstandung.
- Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil einzig und allein der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Ausgleichsrades nicht mit dem berechneten übereinstimmt.
- Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil einzig und allein der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Tellerrades nicht mit dem berechneten übereinstimmt.
- Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil einzig und allein der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Kegelrades nicht mit dem berechneten übereinstimmt.
- Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil sowohl der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Ausgleichsrades sowie des Kegelrades nicht mit den berechneten übereinstimmen.
- Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil sowohl der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Tellerrades sowie des Kegelrades nicht mit den berechneten übereinstimmen.
- Es scheint ein Problem vorzuliegen, weil sämtliche Werte für die Winkelgeschwindigkeiten nicht mit den berechneten übereinstimmen.

Aufgabe 4

In einem Bergwerk soll überschüssiges Erdrreich mithilfe der hier dargestellten Konstruktion von Punkt B zu Punkt C befördert werden. Die Masse des zu befördernden Erdrreichs (2) soll zunächst gegenüber der Masse der Förderanlage (1) vernachlässigt werden. Sobald sich ausreichend Erdrreich im Korb der Förderanlage befindet, wird über einen (nicht dargestellten) Motor das Antriebsmoment $\overline{M}(t)$ aktiviert. Für nachfolgende Rechnungen soll die Förderanlage vereinfacht als durchgehende (starre) **Rechteckscheibe** der Länge $2l$, Höhe $2l/3$ mit kontinuierlicher Masseverteilung (Masse m) modelliert werden. Die Schwerkraft ist hier gemäß der eingezeichneten Richtung der Erdbeschleunigung g zu berücksichtigen.



4.1

Wie viele der nachfolgenden allgemeinen Aussagen sind unter Voraussetzung der in unserer Veranstaltung behandelten Methoden und Vorgehensweisen korrekt? **(2,0 Punkte)**

- Zur Berechnung der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ wird auch das Eigengewicht der Förderanlage nicht benötigt.
- Der Drallsatz muss auch in seiner allgemeinen Form hier zwingend auf Punkt A bezogen werden.
- Das Antriebsmoment $\overline{M}(t)$ hat keinen Einfluss auf die Auflagerreaktionen in A.
- Der „vereinfachte“ Drallsatz der Form „Summe der Momente ist gleich Massenträgheitsmoment mal Winkelbeschleunigung“ kann bezogen auf beliebige Bezugspunkte angewandt werden.
- Da die Masse des Erdreichs vernachlässigt wird, hat dieses auch keinen Einfluss auf die Gesamtenergie des Systems.
- Da das Antriebsmoment $\overline{M}(t)$ hier vorgegeben ist, kann die Funktion $\varphi(t)$ in keinem Fall berechnet werden.

a) keine b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6

4.2

Wie lautet die Lösung für die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}(\varphi)$ unter Berücksichtigung der Schwerkraft und für ein allgemeines Antriebsmoment $\overline{M}(t)$? **(3,0 Punkte)**

a)

$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \frac{27 \overline{M}(t)}{37 m l^2} - \frac{27 g}{37 l} \cos(\varphi)$$

b)

$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \frac{27 \overline{M}(t)}{37 m l^2} - \frac{54 g}{37 l} \sin(\varphi)$$

c)

$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \frac{27 \overline{M}(t)}{40 m l^2} - \frac{27 g}{40 l} \cos(\varphi)$$

d)

$$\ddot{\varphi}(\varphi) = -\frac{27 \overline{M}(t)}{10 m l^2} - \frac{27 g}{10 l} \cos(\varphi)$$

e)

$$\ddot{\varphi}(\varphi) = -\frac{27 \overline{M}(t)}{10 m l^2} - \frac{27 g}{10 l} \sin(\varphi)$$

f)

$$\ddot{\varphi}(\varphi) = -\frac{54 \overline{M}(t)}{10 m l^2} - \frac{54 g}{10 l} \cos(\varphi)$$

g)

$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \frac{27 \overline{M}(t)}{40 m l^2} - \frac{54 g}{40 l} \cos(\varphi)$$

h)

$$\ddot{\varphi}(\varphi) = \frac{27 \overline{M}(t)}{37 m l^2} - \frac{54 g}{37 l} \cos(\varphi)$$

4.3

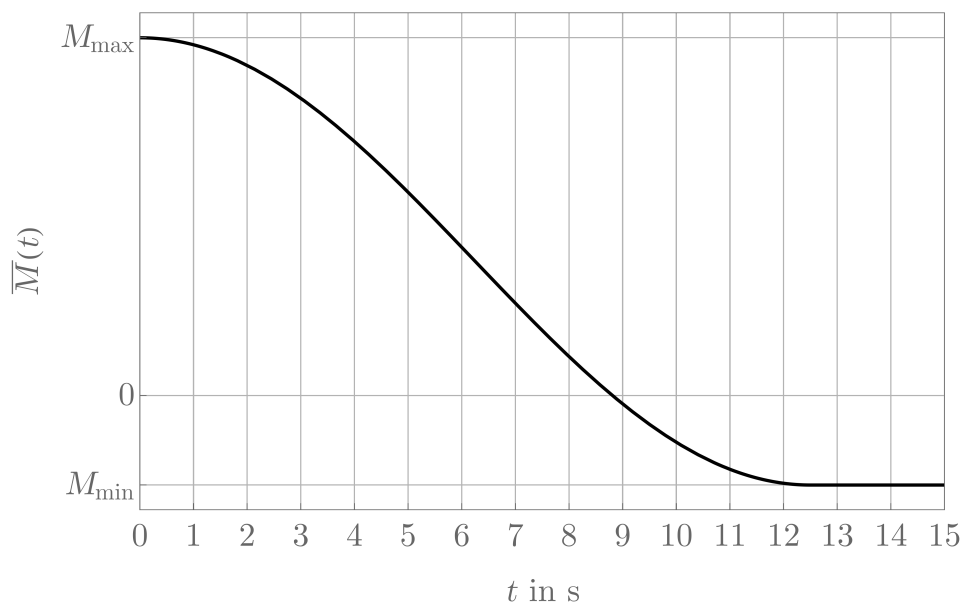
Welche der folgenden Aussagen inklusive der zugehörigen Begründung ist korrekt? **(2,0 Punkte)**

- a) Würde man die starre Rechteckscheibe nicht durch eine kontinuierliche Massenverteilung, sondern als Punktmasse am Ende der Scheibe modellieren, so könnte man unabhängig von der spezifischen Funktion $\overline{M}(t)$ eine analytische Lösung für die Funktion $\varphi(t)$ berechnen.
- b) Es lässt sich nur deshalb keine analytische Lösung der Funktion $\varphi(t)$ berechnen, weil die Masse des Erdreichs (2) vernachlässigt wurde.
- c) Für das gezeigte System existieren keine Methoden, um Näherungslösungen zu finden.
- d) Würde man bei dieser Problemstellung von kleinen Werten $\varphi \ll 1$ ausgehen und ein konstantes Antriebsmoment \overline{M} ansetzen, so lässt sich eine analytische Lösung der Funktion $\varphi(t)$ berechnen.
- e) Sollte das Antriebsmoment $\overline{M}(t)$ konstant oder maximal eine lineare Funktion der Zeit t sein, so kann eine analytische Lösung für die Funktion $\varphi(t)$ berechnet werden.
- f) Unter Vernachlässigung der Schwerkraft (Förderanlage und Erdreich) lässt sich unabhängig von der spezifischen Funktion $\overline{M}(t)$ eine analytische Lösung für die Funktion $\varphi(t)$ berechnen.

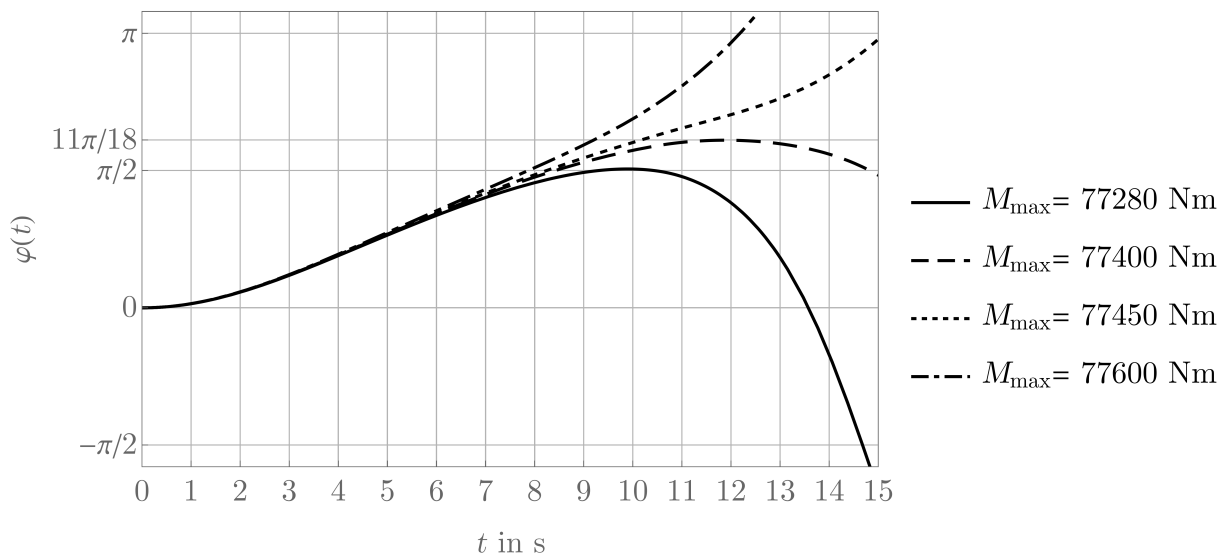
4.4

Für eine grundlegend ähnliche Förderanlage mit anderen Spezifikationen soll nun eine zielführende Steuerung für das Antriebsmoment $\overline{M}(t)$ gefunden werden. Die Vorgaben bezüglich der Förderung des Erdreichs (Punkte B und C) bleiben dabei unverändert. Ein erster Entwurf sieht vor, dass nachfolgend dargestellte Funktion für das Antriebsmoment vorgegeben wird:

$$\overline{M}(t) = [M_{\max} - M_{\min}] \cos^2\left(\frac{\pi t}{2t_M}\right) + M_{\min}$$



Sobald genügend Erdreich angehäuft wurde, wird ein Sperrmechanismus entriegelt, sodass sofort das Antriebsmoment $M_{\max} = \overline{M}(0) =$ aufgebracht wird. Innerhalb von $t_M = 15$ s soll das Antriebsmoment dann auf den Wert $M_{\min} = -60.000$ Nm abgesenkt und konstant gehalten werden. Für konkrete (aber hier nicht genannte) Zahlenwerte für die Größen m , g und l soll nun ein möglichst optimaler Wert für das Moment M_{\max} gefunden werden. Die Expert*innen aus der Berechnungsabteilung liefern folgende Ergebnisse für den Winkel $\varphi(t)$ für verschiedene Werte von M_{\min} :



In der nachfolgenden Diskussion im Team und der Ergebnis-Analyse werden die nachfolgend aufgeführten Aussagen getätigt. Wie viele sind davon uneingeschränkt korrekt? **(5,0 Punkte)**

Hinweis: Es kann hier davon ausgegangen werden, dass die Ergebnisse korrekt sind und kein Grund dafür besteht, an deren Plausibilität zu zweifeln.

- Die Anlage kann mit $M_{\max} = 77.400 \text{ Nm}$ für $0 \leq t \leq \approx 12 \text{ s}$ betrieben werden.
- Für keinen der Werte würde die Anlage gemäß der Berechnungen wie gewünscht funktionieren.
- Würde man die Anlage nur für $\approx 9,1 \text{ s}$ betreiben, so könnte man mit $M_{\max} = 77.600 \text{ Nm}$ das Erdreich von B nach C fördern.
- Es ist zu erwarten, dass es zwischen $M_{\max} = 77.450 \text{ Nm}$ und $M_{\max} = 77.600 \text{ Nm}$ einen Betriebspunkt gibt, in dem die Anlage wie gewünscht betrieben werden kann.
- Sämtliche Funktionen $\varphi(t)$ sind bis $t = 15 \text{ s}$ uneingeschränkt gültig.
- Die Funktion $\varphi(t)$ für $M_{\max} = 77.280 \text{ Nm}$ ist für den Zeitraum $0 \leq t \leq 15 \text{ s}$ uneingeschränkt gültig.
- Würde man die Anlage nur für $\approx 13,5 \text{ s}$ betreiben, so könnte man mit $M_{\max} = 77.280 \text{ Nm}$ sowohl das Erdreich von B nach C fördern und anschließend die Konstruktion wieder zu Punkt B zurückfahren lassen.

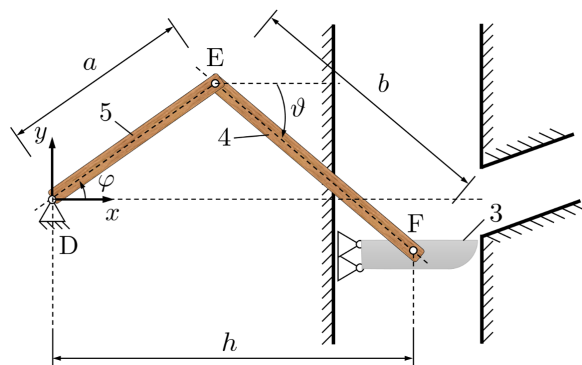
a) keine b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6

4.5

Die Förderanlage wird nun erweitert: Sobald das Erdreich Punkt C in der ersten Abbildung erreicht, soll dies in den rechts dargestellten Schlitten (3) fallen und durch die dargestellte Konstruktion weiterbefördert werden. Der Schlitten ist über zwei Stangen (4 und 5) mit dem Auflager D verbunden. In diesem Punkt wird das System auch später angetrieben. Es gilt:

$$b = \frac{3}{2} a \quad , \quad h = \frac{1}{2} a$$

Hinweis: Die Modellskizze ist zur besseren Übersicht nicht maßstäblich gezeichnet. Sie kann dennoch ohne Einschränkungen als Hilfe zur Lösung der Aufgabe verwendet werden.



4.5

Welche der folgenden Gleichungen entspricht der korrekten kinematischen Beziehung zwischen den Winkeln $\varphi(t)$ und $\vartheta(t)$? **(3,0 Punkte)**

a)

$$\cos(\vartheta) = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \sin(\varphi)$$

b)

$$\sin(\vartheta) = \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \cos(\varphi)$$

c)

$$\sin(\vartheta) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cos(\varphi)$$

d)

$$\sin(\varphi) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \sin(\vartheta)$$

e)

$$\cos(\vartheta) = -\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \sin(\varphi)$$

f)

$$\sin(\vartheta) = \frac{5}{3} + \frac{10}{3} \sin(\varphi)$$

g)

$$\cos(\vartheta) = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cos(\varphi)$$

h)

$$\sin(\vartheta) = -\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cos(\varphi)$$

4.6

Wie lautet die Lösung für den Betrag der (Absolut-)Geschwindigkeit v_F des Punktes F in Abhängigkeit von φ , $\dot{\varphi}$, ϑ und $\dot{\vartheta}$? **(3,0 Punkte)**

Hinweis: Hier soll nicht die zuvor unter 4.5 berechnete kinematische Beziehung verwendet werden.

a)

$$v_F = a \cos(\varphi)$$

b)

$$v_F = \left| a \sin(\varphi) \dot{\varphi} - \frac{3a}{4} \cos(\vartheta) \dot{\vartheta} \right|$$

c)

$$v_F = \left| a \sin(\varphi) \dot{\varphi} + \frac{5a}{2} \sin(\vartheta) \dot{\vartheta} \right|$$

d)

$$v_F = \left| -\frac{a}{3} \sin(\varphi) \dot{\varphi} - \frac{3a}{4} \sin(\vartheta) \dot{\vartheta} \right|$$

e)

$$v_F = \left| a \cos(\varphi) \dot{\varphi} - \frac{3a}{2} \cos(\vartheta) \dot{\vartheta} \right|$$

f)

$$v_F = \left| a \sin(\varphi) \dot{\varphi} + \frac{3a}{4} \sin(\vartheta) \dot{\vartheta} \right|$$

g)

$$v_F = \left| -a \cos(\varphi) \dot{\varphi} \right|$$

h)

$$v_F = \left| \frac{3a}{2} \cos(\vartheta) \dot{\vartheta} \right|$$

4.7

Wie lautet die Lösung für die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\vartheta}$ in Abhängigkeit von φ , $\dot{\varphi}$ und ϑ ?
(3,0 Punkte)

a)

$$\dot{\vartheta} = -\frac{1}{3} \frac{\sin(\varphi)}{\sin(\vartheta)} \dot{\vartheta}$$

b)

$$\dot{\vartheta} = -\frac{2}{3} \frac{\sin(\varphi)}{\sin(\vartheta)} \dot{\varphi}$$

c)

$$\dot{\vartheta} = \frac{2}{5} \frac{\sin(\varphi)}{\sin(\vartheta)} \dot{\varphi}$$

d)

$$\dot{\vartheta} = -\frac{1}{3} \frac{\cos(\varphi)}{\cos(\vartheta)} \dot{\varphi}$$

e)

$$\dot{\vartheta} = -\frac{1}{3} \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\vartheta)} \dot{\vartheta}$$

f)

$$\dot{\vartheta} = \cos(\vartheta) \dot{\varphi}$$

g)

$$\dot{\vartheta} = -\frac{2}{3} \dot{\varphi}$$

h)

$$\dot{\vartheta} = \frac{2}{3} \frac{\cos(\varphi)}{\cos(\vartheta)} \dot{\varphi}$$