TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

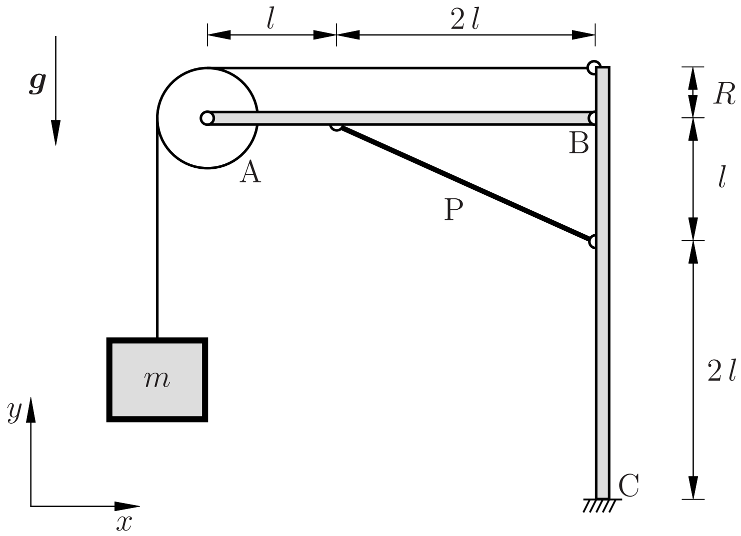
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

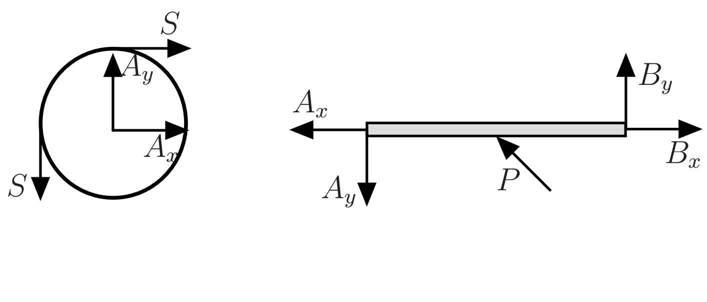
Aufgabe 4 (Seite 1 von 3)

a)

Das nachfolgende System besteht aus zwei masselosen Balken sowie einer frei drehbar gelagerten Rolle mit dem Radius R, welche wie dargestellt gelagert, miteinander verbunden und belastet sind. Das Seil ist schlupffrei über die Rolle geführt und trägt einen Körper der Masse m.



Ergänzen Sie die folgende Abbildung zu vollständigen Freikörperbildern unter eindeutiger Bezeichnung sämtlicher Reaktionskräfte. **(1,0 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 4 (Seite 2 von 3)

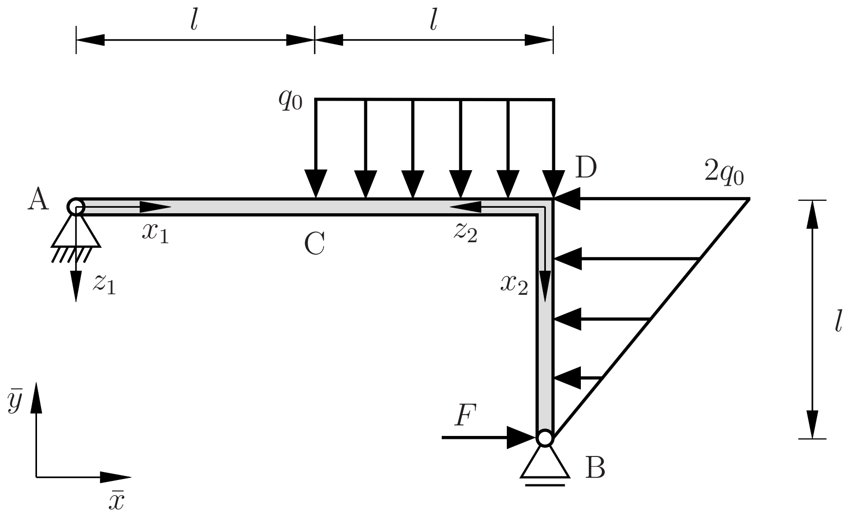
Berechnen Sie gemäß dem vorherigen Freikörperbild die Seilkraft, die Kraft der Pendelstütze, sowie die Gelenkkräfte im Punkt B. **(2,0 Punkte)**

$$S = mg \qquad P = \frac{3}{2}\sqrt{5}\, mg$$

$$B_x = 2mg \qquad B_y = -\frac{1}{2} mg$$

b)

Das nachfolgende System besteht aus einem abgewinkelten masselosen Balken, welcher wie dargestellt gelagert und belastet ist. Für den Wert der Kraft F gelte $F = 1/2\, q_0 l$.



Bezogen auf die durch das globale $\bar{x}, \bar{y}$ - Koordinatensystem positiv definierten Koordinatenrichtungen sind die Auflagerkräfte in den Punkten A und B wie folgt berechnet worden

$$A_{\bar{x}} = \frac{1}{2}\, q_0 l \qquad A_{\bar{y}} = \frac{1}{3}\, q_0 l \qquad B_{\bar{y}} = \frac{2}{3}\, q_0 l$$

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 4 (Seite 3 von 3)

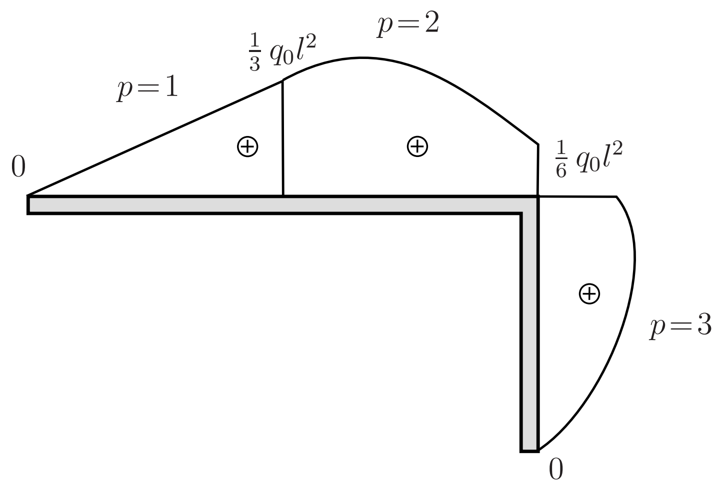
Bestimmen Sie die Funktion der **Querkräfte** $Q(x_1)$ im Balken in den Bereichen $0 \leq x_1 < l$ und $l \leq x_1 \leq 2\,l$, sowie $Q(x_2)$ im Bereich $0 \leq x_2 \leq l$. **(2,5 Punkte)**

$0 \leq x_1 < l : Q(x_1) = \frac{1}{3}\,q_0 l$

$l \leq x_1 \leq 2\,l : Q(x_1) = \frac{1}{3}\,q_0 l - q_0\,[x_1 - l]$

$0 \leq x_2 \leq l : Q(x_2) = -\frac{1}{2}\,q_0 l + \frac{q_0}{l}\,[l - x_2]^2$

Stellen Sie die Funktion der **Biegemomente** $M(x_1)$ im Balken in den Bereichen $0 \leq x_1 < l$ und $l \leq x_1 \leq 2\,l$, sowie $M(x_2)$ im Bereich $0 \leq x_2 \leq l$ in folgender Vorlage unter Nennung der Werte in den Punkten A, B, C und D grafisch dar. Nennen Sie in jedem Bereich den Polynomgrad p der jeweiligen Funktion. **(4,5 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

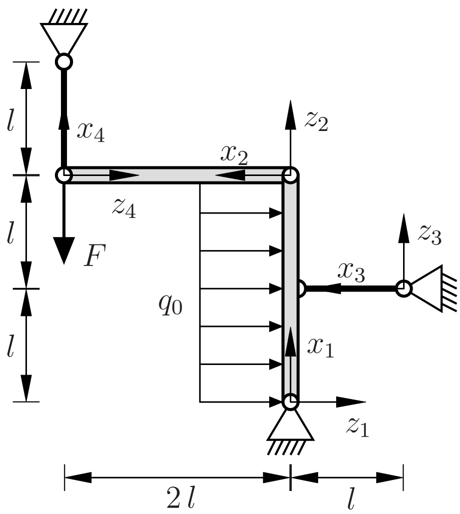
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 5 (Seite 1 von 3)

a) Ein System, bestehend aus zwei Balken (Biegesteifigkeit EI, $EA \to \infty$) und zwei Stäben (Dehnsteifigkeit EA) ist wie dargestellt gelagert und belastet. Die Funktionen $u_3(x_3)$ und $u_4(x_4)$ seien bekannt.

Bestimmen Sie alle kinematischen Rand- und Übergangsbedingungen, die zum eindeutigen Aufstellen der Biegelinien $w(x)$ nötig sind. (**2,0 Punkte**)

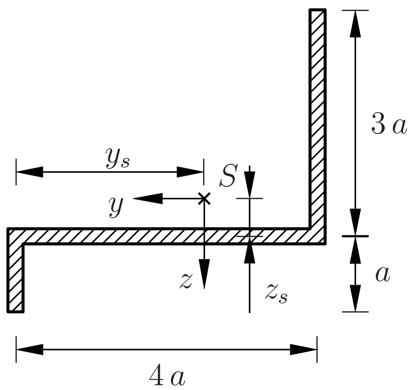


Hinweis: Geben Sie zur eindeutigen Zuordnung die Randbedingungen in der Form $\bullet_i(x_j = \bullet) = \bullet$ (z.B. $w_7(x_5 = 2\,l) = 3\,l$) an.

$$w_1(x_1 = 0) = 0$$
$$w_1(x_1 = l) = -u_3(x_3 = l)$$
$$w_2(x_2 = 0) = 0$$
$$w_2(x_2 = 2\,l) = u_4(x_4 = 0)$$

b) Gegeben ist das rechts dargestellte unsymmetrische dünnwandige Profil (Abmessungen s. Skizze, Dicke t), mit dem Schwerpunkt $S(y_s, z_s)$ mit bekanntem y_z und z_s.

Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment I_y bezüglich des gegebenen Schwerpunktkoordinatensystems. (**1,5 Punkte**)



Hinweis: Sie brauchen die Terme dabei **nicht** zusammenzufassen.

$$I_y = \frac{a^3\,t}{12} + (z_2 + \frac{a}{2})^2\,a\,t + z_s^2\,4\,a\,t + \frac{27\,a^3\,t}{12} + (z_s - \frac{3}{2}a)^2\,3\,a\,t$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

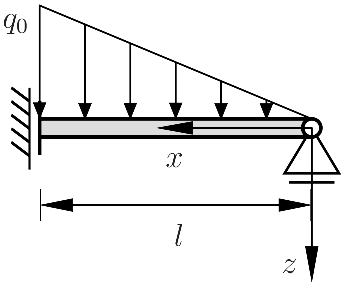
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 5 (Seite 2 von 3)

c) Betrachten Sie nun das rechts dargestellte System. Der Balken (Biegesteifigkeit EI) ist wie dargestellt gelagert und durch die Streckenlast $q(x) = q_0 \frac{x}{l}$ belastet.



Bestimmen Sie vollständig die Biegelinie $w(x)$ unter Angabe nur der wichtigsten Zwischenschritte. **(4,0 Punkte)**

$$EI\,w'''(x) = \frac{q_0}{l}\left[\frac{x^2}{2} + C_1\right]$$
$$EI\,w''(x) = \frac{q_0}{l}\left[\frac{x^3}{6} + C_1\,x + C_2\right]$$
$$EI\,w'(x) = \frac{q_0}{l}\left[\frac{x^4}{24} + \frac{1}{2}C_1\,x^2 + C_2\,x + C_3\right]$$
$$EI\,w(x) = \frac{q_0}{l}\left[\frac{x^5}{120} + \frac{1}{6}C_1\,x^3 + \frac{1}{2}C_2\,x^2 + C_3\,x + C_4\right]$$

$$(1)\,w(0) = 0, \quad (2)\,w'(l) = 0, \quad (3)\,w''(0) = 0, \quad (4)\,EI\,w'''(0) = -Q(0)$$

$$\text{aus }(4):\; Q(0) = \frac{1}{2}q_0\,l \rightarrow \frac{q_0}{l}C_1 = -\frac{1}{2}q_0\,l \rightarrow C_1 = -\frac{1}{2}l^2$$
$$\text{aus }(1):\; C_4 = 0$$
$$\text{aus }(3):\; C_2 = 0$$
$$\text{aus }(2):\; w'(l) = \frac{q_0}{l}\left[\frac{l^4}{24} - \frac{1}{4}l^4 + C_3\right] = 0 \rightarrow C_3 = \frac{5}{24}l^4$$

$$w(x) = \frac{q_0}{EI\,l}\left[\frac{x^5}{120} - \frac{1}{12}l^2\,x^3 + \frac{5}{24}l^4\,x\right]$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

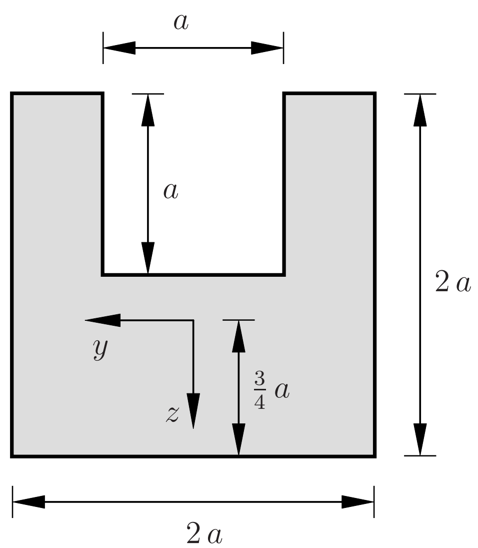
Aufgabe 5 (Seite 3 von 3)

d) Für einen anderen Balken (Länge l) mit dem rechts dargestellten Profil wurde der Biegemomentenverlauf $M_y(x)$ und der Normalspannungsverlauf $N(x)$ bestimmt zu

$$M_y(x) = q_0 \left[\frac{x^3}{3\,l} - \frac{x^2}{2} + \frac{l^2}{12}\right]$$

$$N(x) = \frac{q_0\,l^2}{7\,a}$$

Außerdem bekannt ist das Flächenträgheitsmoment $I_y = \frac{7}{8}a^4$.



Geben Sie Ort und Betrag der betragsmäßig maximalen Normalspannung $\sigma_{xx}(x,z)$ an.
(2,5 Punkte)

$$x^\star = l$$

$$z^\star = -\frac{5}{4}a$$

$$|\sigma_{xx}^{\max}(x^\star, z^\star)| = \frac{q_0\,l^2}{6\,a^3}$$