

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Übungsaufgaben zur Klausurvorbereitung SS2019 - Fragebogen

Die Aufgaben sind an eine Altklausur angelehnt, können aber stellenweise in Inhalt und Form abweichen.

Hinweis zur Bearbeitung:

Bei der Beantwortung der Fragen ist zu beachten, dass **ausschließlich** das Ankreuzen der dafür vorgesehenen Kästchen auf dem **Antwortbogen** als Antwort gewertet wird. Es ist immer nur **eine** Antwortmöglichkeit richtig. Markierungen von Formeln, Wörtern, Bildern, usw. auf dem Fragebogen werden nicht berücksichtigt, sondern nur die zugehörigen Kästchen auf dem Antwortbogen. Beachten Sie auch das gezeigte Beispiel zur Markierung und zur Korrektur auf dem Antwortbogen.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe 1 - Fachwerk (Seite 2 von 4)

1.5 Ist Stab 22 ein Nullstab? (0,25 Punkte)

a) Ja

b) Nein

1.6 Ist Stab 23 ein Nullstab? (0,25 Punkte)

a) Ja

b) Nein

1.7 Ist Stab 25 ein Nullstab? (0,25 Punkte)

a) Ja

b) Nein

1.8 Ist Stab 27 ein Nullstab? (0,25 Punkte)

a) Ja

b) Nein

Es sollen nun die Auflagerreaktionen bezüglich der durch das Koordinatensystem als positiv definierten Richtungen bestimmt werden.

1.9 Geben Sie den Wert der Auflagerreaktion A_x an. (1,0 Punkte)

a) $A_x = -3 F$

b) $A_x = -2 F$

c) $A_x = -1 F$

d) $A_x = 0$

e) $A_x = F$

f) $A_x = 2 F$

g) $A_x = 3 F$

h) $A_x = 4 F$

i) $A_x = 5 F$

1.10 Geben Sie den Wert der Auflagerreaktion A_y an. (1,0 Punkte)

a) $A_y = -3 F$

b) $A_y = -2 F$

c) $A_y = -1 F$

d) $A_y = 0$

e) $A_y = F$

f) $A_y = 2 F$

g) $A_y = 3 F$

h) $A_y = 4 F$

i) $A_y = 5 F$

1.11 Geben Sie den Wert der Auflagerreaktion B_x an. (1,0 Punkte)

a) $B_x = -3 F$

b) $B_x = -2 F$

c) $B_x = -1 F$

d) $B_x = 0$

e) $B_x = F$

f) $B_x = 2 F$

g) $B_x = 3 F$

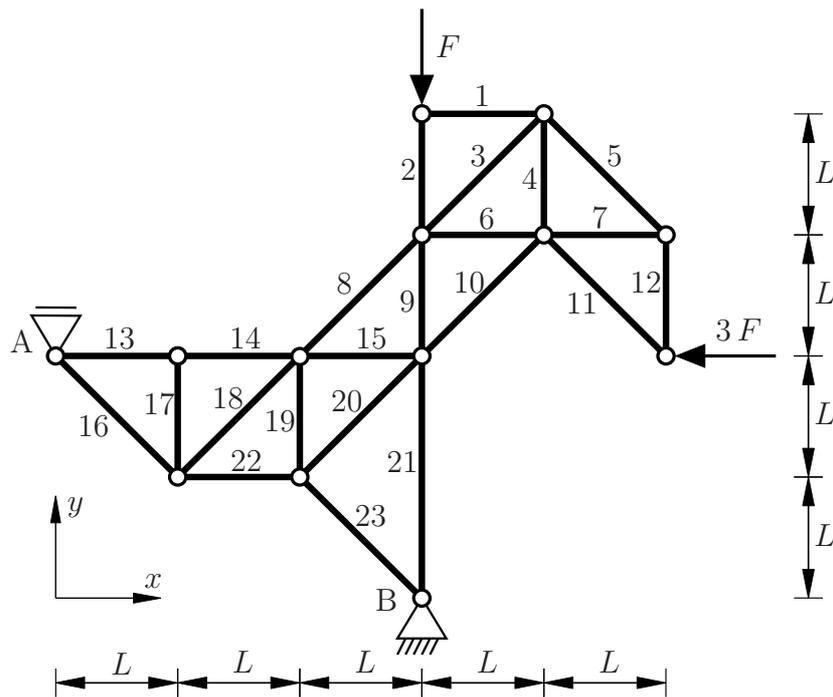
h) $B_x = 4 F$

i) $B_x = 5 F$

Aufgabe 1 - Fachwerk (Seite 3 von 4)

Es wird nun das nachfolgend dargestellte System betrachtet. Die Auflagerreaktionen bezüglich der durch das Koordinatensystem als positiv definierten Richtungen lauten

$$A_y = 2F, \quad B_x = 3F, \quad B_y = -F.$$



Im Folgenden sollen die Stabkräfte ausgewählter Stäbe bestimmt werden. Dabei ist die Konvention positiver Zugkräfte zu berücksichtigen.

1.12 Geben Sie den Wert der Stabkraft S_{13} an. (1,0 Punkte)

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a) $S_{13} = -4\sqrt{2}F$ | b) $S_{13} = -3\sqrt{2}F$ | c) $S_{13} = -4F$ |
| d) $S_{13} = -2F$ | e) $S_{13} = 0$ | f) $S_{13} = 2F$ |
| g) $S_{13} = 4F$ | h) $S_{13} = 3\sqrt{2}F$ | i) $S_{13} = 4\sqrt{2}F$ |

1.13 Geben Sie den Wert der Stabkraft S_{22} an. (1,0 Punkte)

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a) $S_{22} = -4\sqrt{2}F$ | b) $S_{22} = -3\sqrt{2}F$ | c) $S_{22} = -4F$ |
| d) $S_{22} = -2F$ | e) $S_{22} = 0$ | f) $S_{22} = 2F$ |
| g) $S_{22} = 4F$ | h) $S_{22} = 3\sqrt{2}F$ | i) $S_{22} = 4\sqrt{2}F$ |

Aufgabe 1 - Fachwerk (Seite 4 von 4)

1.14 Geben Sie den Wert der Stabkraft S_8 an. (1,0 Punkte)

a) $S_8 = -4\sqrt{2} F$

b) $S_8 = -3\sqrt{2} F$

c) $S_8 = -4 F$

d) $S_8 = -2 F$

e) $S_8 = 0$

f) $S_8 = 2 F$

g) $S_8 = 4 F$

h) $S_8 = 3\sqrt{2} F$

i) $S_8 = 4\sqrt{2} F$

1.15 Geben Sie den Wert der Stabkraft S_9 an. (1,0 Punkte)

a) $S_9 = -4\sqrt{2} F$

b) $S_9 = -3\sqrt{2} F$

c) $S_9 = -4 F$

d) $S_9 = -2 F$

e) $S_9 = 0$

f) $S_9 = 2 F$

g) $S_9 = 4 F$

h) $S_9 = 3\sqrt{2} F$

i) $S_9 = 4\sqrt{2} F$

1.16 Geben Sie den Wert der Stabkraft S_{10} an. (1,0 Punkte)

a) $S_{10} = -4\sqrt{2} F$

b) $S_{10} = -3\sqrt{2} F$

c) $S_{10} = -4 F$

d) $S_{10} = -2 F$

e) $S_{10} = 0$

f) $S_{10} = 2 F$

g) $S_{10} = 4 F$

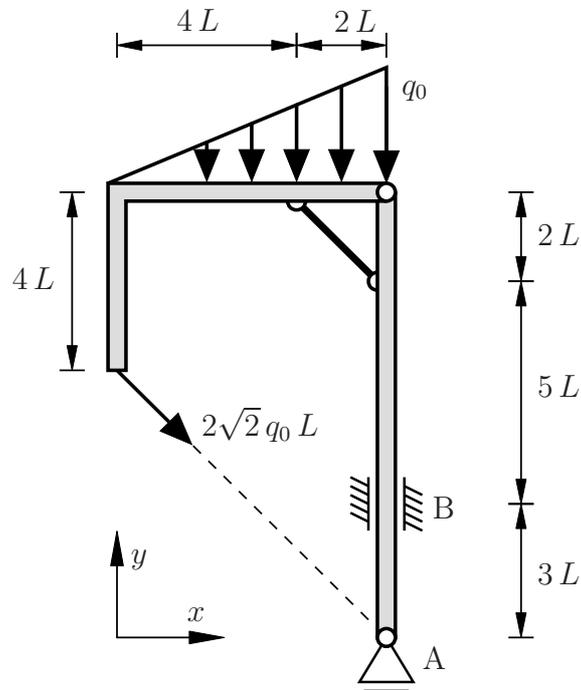
h) $S_{10} = 3\sqrt{2} F$

i) $S_{10} = 4\sqrt{2} F$

Aufgabe 2 - Schnittgrößen (Seite 1 von 5)

(10,0 Punkte)

Im Folgenden wird das abgebildete System, bestehend aus einem abgewinkelten Rahmen und einem gelenkig verbundenen Balken, betrachtet. Neben einer dreiecksförmigen Streckenlast mit dem Maximalwert q_0 ist das System durch eine Kraft $2\sqrt{2} q_0 L$ belastet, deren Wirkungslinie durch das Lager A verläuft. Die Abmessungen und Lagerungen des Systems sind der Skizze zu entnehmen.



Bestimmen Sie für das dargestellte System die Auflagerreaktionen in den Punkten A und B bezüglich der durch das globale x - y -Koordinatensystem als positiv definierten Richtungen.

2.1 Bestimmen Sie den Wert der Auflagerkraft A_y . (1,0 Punkte)

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a) $A_y = -3 q_0 L$ | b) $A_y = -2 q_0 L$ | c) $A_y = -1 q_0 L$ |
| d) $A_y = 0$ | e) $A_y = q_0 L$ | f) $A_y = 2 q_0 L$ |
| g) $A_y = 3 q_0 L$ | h) $A_y = 4 q_0 L$ | i) $A_y = 5 q_0 L$ |

2.2 Bestimmen Sie den Wert der Auflagerkraft B_x . (1,0 Punkte)

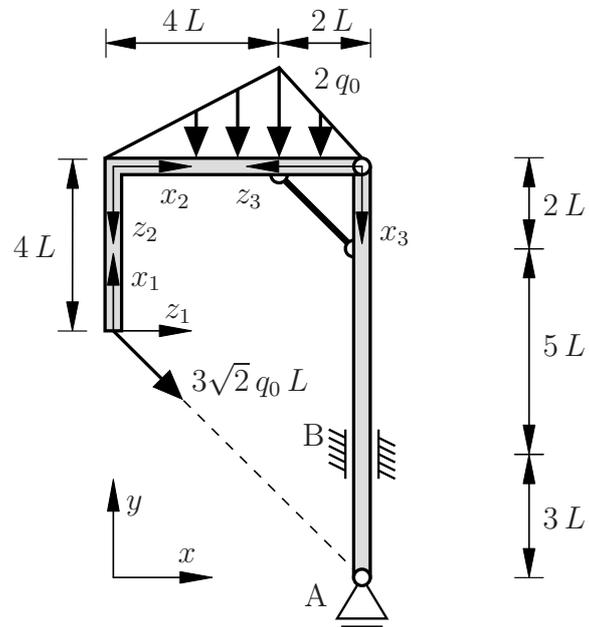
- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a) $B_x = -3 q_0 L$ | b) $B_x = -2 q_0 L$ | c) $B_x = -1 q_0 L$ |
| d) $B_x = 0$ | e) $B_x = q_0 L$ | f) $B_x = 2 q_0 L$ |
| g) $B_x = 3 q_0 L$ | h) $B_x = 4 q_0 L$ | i) $B_x = 5 q_0 L$ |

2.3 Bestimmen Sie den Wert des Auflagermoments M_B . (1,0 Punkte)

- | | | |
|------------------------|------------------------|-----------------------|
| a) $M_B = -17 q_0 L^2$ | b) $M_B = -12 q_0 L^2$ | c) $M_B = -7 q_0 L^2$ |
| d) $M_B = 0$ | e) $M_B = q_0 L^2$ | f) $M_B = 3 q_0 L^2$ |
| g) $M_B = 7 q_0 L^2$ | h) $M_B = 12 q_0 L^2$ | i) $M_B = 17 q_0 L^2$ |

Aufgabe 2 - Schnittgrößen (Seite 2 von 5)

Betrachtet wird das System aus Aufgabenteil a) mit veränderter Belastung ($3\sqrt{2}q_0 L$ statt $2\sqrt{2}q_0 L$ und andere Streckenlast).



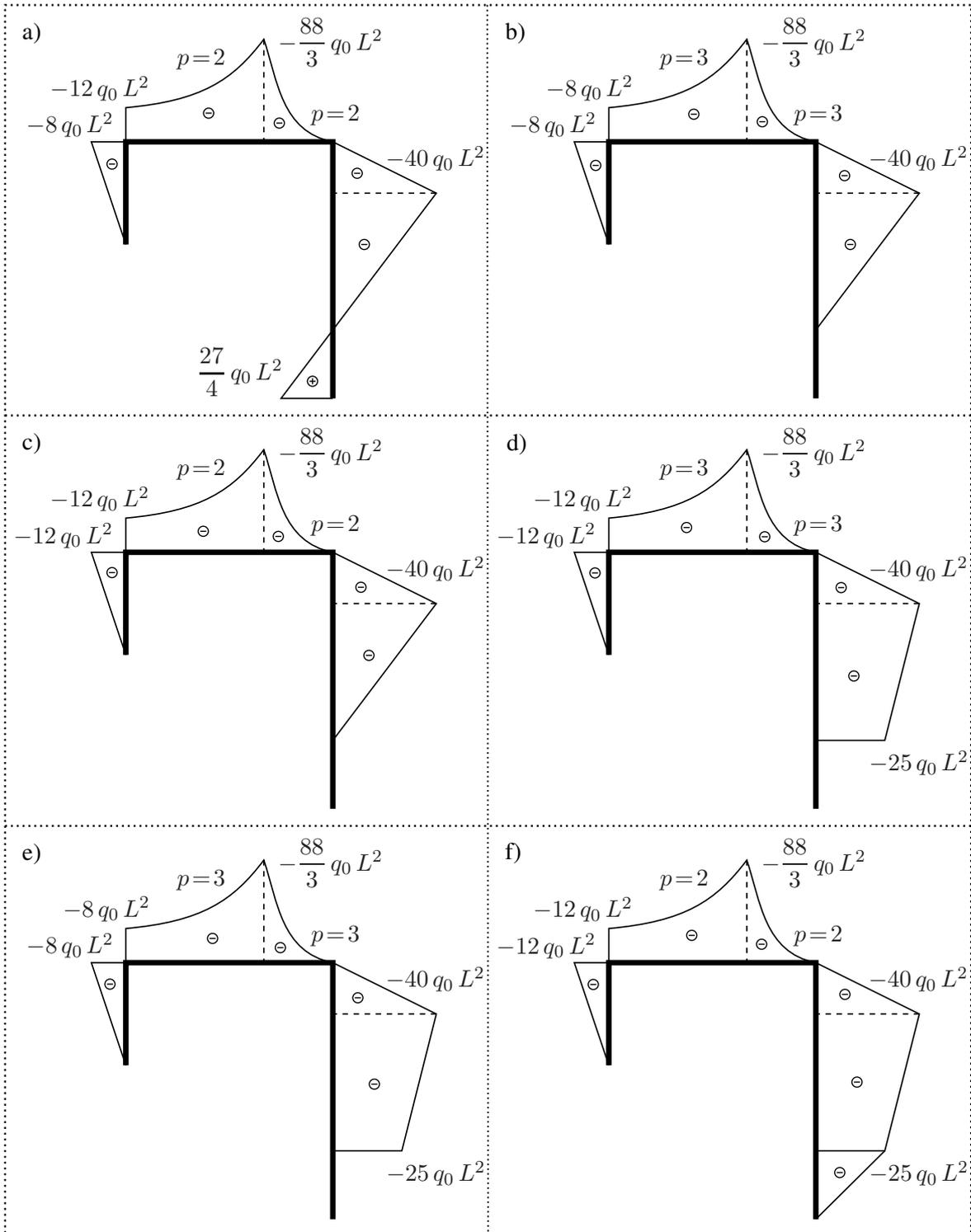
Die Auflagerreaktionen bezogen auf die durch das x - y -Koordinatensystem als positiv definierten Richtungen sind gegeben als

$$A_y = 9 q_0 L , \quad B_x = - 3 q_0 L , \quad M_B = - 25 q_0 L^2 .$$

Für das System soll der Biegemomentenverlauf bestimmt werden. Die Abbildung auf der nächsten Seite zeigt sechs verschiedene mögliche Lösungen, aus denen die korrekte ausgewählt werden soll. Dabei ist der Polynomgrad der Verläufe in den nichtlinearen Abschnitten mit $p = 2$ oder $p = 3$ gekennzeichnet.

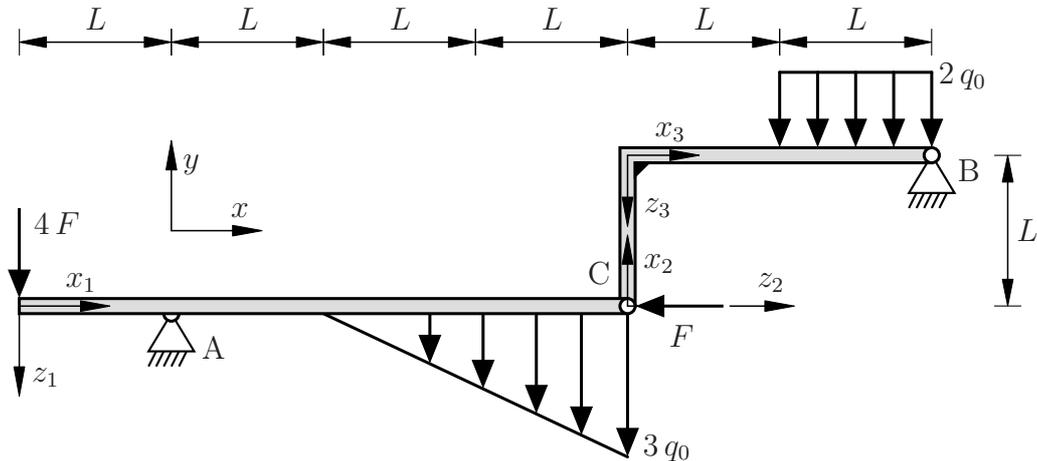
Aufgabe 2 - Schnittgrößen (Seite 3 von 5)

2.4 Bestimmen Sie den korrekten Verlauf des Biegemoments. (2,0 Punkte)



Aufgabe 2 - Schnittgrößen (Seite 4 von 5)

Es wird im Folgenden das unten abgebildete System aus einem Balken und einem Rahmen betrachtet. Die Geometrie, die Konstruktion und die Belastung des Systems sind der Zeichnung zu entnehmen.



Für die angreifenden Lasten sowie die Auflagerreaktionen sind die folgenden Zusammenhänge bekannt (bezogen auf die durch das globale x - y -Koordinatensystem als positiv definierten Richtungen):

$$F = q_0 L, \quad A_x = -2 q_0 L, \quad A_y = 6 q_0 L, \quad B_x = 3 q_0 L, \quad B_y = 3 q_0 L.$$

Im Folgenden werden Schnittgrößen an verschiedenen Stellen des Systems abgefragt. Beachten Sie bei deren Bestimmung die vorgegebenen lokalen x_i - z_i -Koordinatensysteme.

2.5 Bestimmen Sie den Wert der **Querkraft** Q^{VI} an der Stelle $x_3 = 2 L$. (1,0 Punkte)

- | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $Q^{VI} = -3 q_0 L$ | b) $Q^{VI} = -\frac{3}{2} q_0 L$ | c) $Q^{VI} = -\frac{1}{4} q_0 L$ |
| d) $Q^{VI} = 0$ | e) $Q^{VI} = \frac{1}{4} q_0 L$ | f) $Q^{VI} = \frac{1}{2} q_0 L$ |
| g) $Q^{VI} = \frac{5}{4} q_0 L$ | h) $Q^{VI} = \frac{3}{2} q_0 L$ | i) $Q^{VI} = 3 q_0 L$ |

2.6 Bestimmen Sie den Wert des **Biegemoments** M^{II} an der Stelle $x_1 = (3/2) L$. (1,0 Punkte)

- | | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $M^{II} = -3 q_0 L^2$ | b) $M^{II} = -\frac{3}{2} q_0 L^2$ | c) $M^{II} = -\frac{1}{4} q_0 L^2$ |
| d) $M^{II} = 0$ | e) $M^{II} = \frac{1}{4} q_0 L^2$ | f) $M^{II} = \frac{1}{2} q_0 L^2$ |
| g) $M^{II} = \frac{5}{4} q_0 L^2$ | h) $M^{II} = \frac{3}{2} q_0 L^2$ | i) $M^{II} = 3 q_0 L^2$ |

Aufgabe 2 - Schnittgrößen (Seite 5 von 5)

2.7 Bestimmen Sie den Wert der **Querkraft** Q^{III} an der Stelle $x_1 = 3L$. (1,0 Punkte)

- | | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $Q^{III} = -3 q_0 L$ | b) $Q^{III} = -\frac{3}{2} q_0 L$ | c) $Q^{III} = -\frac{1}{4} q_0 L$ |
| d) $Q^{III} = 0$ | e) $Q^{III} = \frac{1}{4} q_0 L$ | f) $Q^{III} = \frac{1}{2} q_0 L$ |
| g) $Q^{III} = \frac{5}{4} q_0 L$ | h) $Q^{III} = \frac{3}{2} q_0 L$ | i) $Q^{III} = 3 q_0 L$ |

2.8 Bestimmen Sie den Wert des **Biegemoments** M^{III} an der Stelle $x_1 = 3L$. (1,0 Punkte)

- | | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $M^{III} = -3 q_0 L^2$ | b) $M^{III} = -\frac{3}{2} q_0 L^2$ | c) $M^{III} = -\frac{1}{4} q_0 L^2$ |
| d) $M^{III} = 0$ | e) $M^{III} = \frac{1}{4} q_0 L^2$ | f) $M^{III} = \frac{1}{2} q_0 L^2$ |
| g) $M^{III} = \frac{5}{4} q_0 L^2$ | h) $M^{III} = \frac{3}{2} q_0 L^2$ | i) $M^{III} = 3 q_0 L^2$ |

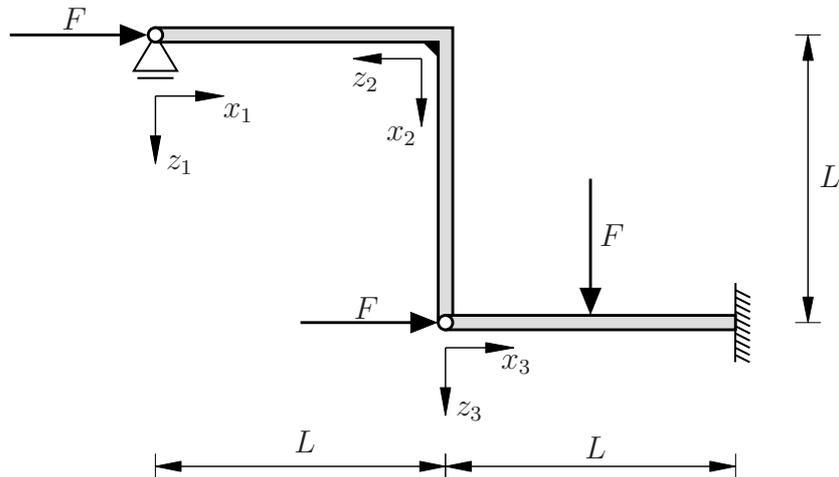
2.9 Bestimmen Sie den korrekten Satz von Übergangsbedingungen in Punkt C ($x_1 = 4L$, $x_2 = 0$). Beachten Sie dabei die Ausrichtung der lokalen x_i - z_i -Koordinatensysteme. (1,0 Punkte)

- | | |
|--|--|
| a) $N(x_1 = 4L) = N(x_2 = 0)$ $Q(x_1 = 4L) = Q(x_2 = 0)$ $M(x_1 = 4L) = M(x_2 = 0)$ | b) $N(x_1 = 4L) = Q(x_2 = 0)$ $Q(x_1 = 4L) = -N(x_2 = 0)$ $M(x_1 = 4L) = M(x_2 = 0)$ |
| c) $N(x_1 = 4L) = Q(x_2 = 0)$ $Q(x_1 = 4L) = -N(x_2 = 0)$ $M(x_1 = 4L) = M(x_2 = 0) = 0$ | d) $N(x_1 = 4L) = -Q(x_2 = 0)$ $Q(x_1 = 4L) = N(x_2 = 0)$ $M(x_1 = 4L) = M(x_2 = 0) = 0$ |
| e) $N(x_1 = 4L) = Q(x_2 = 0)$ $Q(x_1 = 4L) = -N(x_2 = 0)$ $M(x_1 = 4L) = M(x_2 = 0) - q_0 L^2$ | f) $N(x_1 = 4L) = Q(x_2 = 0) - q_0 L$ $Q(x_1 = 4L) = -N(x_2 = 0)$ $M(x_1 = 4L) = M(x_2 = 0) = 0$ |
| g) $N(x_1 = 4L) = -Q(x_2 = 0) + q_0 L$ $Q(x_1 = 4L) = N(x_2 = 0)$ $M(x_1 = 4L) = M(x_2 = 0) = 0$ | h) $N(x_1 = 4L) = Q(x_2 = 0) + q_0 L$ $Q(x_1 = 4L) = -N(x_2 = 0)$ $M(x_1 = 4L) = M(x_2 = 0) = 0$ |

Aufgabe 3 - Biegung (Seite 1 von 5)

(10,0 Punkte)

Das dargestellte System besteht aus einem dehnstarreren Rahmen und einem dehnstarreren Balken (Biegesteifigkeiten jeweils EI , Längen jeweils L), welche in einem Gelenk miteinander verbunden sind.



3.1 Welche der nachfolgenden geometrischen Rand-/Übergangsbedingungen an die Funktion der Biegelinie w_1 an der Stelle $x_1 = 0$ sind vollständig und korrekt? (0,5 Punkte)

- a) $w_1(x_1 = 0) = 0$ und $w_1'(x_1 = 0) = 0$
- b) $w_1'(x_1 = 0) = 0$
- c) $w_1(x_1 = 0) = 0$
- d) Es gibt keine geometrischen Rand-/Übergangsbedingungen
- e) $w_1(x_1 = 0) = L$
- f) $w_1'(x_1 = 0) = 1$

3.2 Welche der nachfolgenden geometrischen Rand-/Übergangsbedingungen an die Funktion der Biegelinie w_1 an der Stelle $x_1 = L$ sind vollständig und korrekt? (1,0 Punkte)

- a) $w_1'(x_1 = L) = w_2'(x_2 = 0)$
- b) $w_1'(x_1 = L) = 0$ und $w_1(x_1 = L) = u_2(x_2) = w_3(x_3 = 0)$
- c) $w_1'(x_1 = L) = w_2'(x_2 = 0)$ und $w_1(x_1 = L) = 0$
- d) $w_1'(x_1 = L) = w_2'(x_2 = 0)$ und $w_1(x_1 = L) = w_2(x_2 = 0)$
- e) $w_1(x_1 = L) = 0$
- f) $w_1'(x_1 = L) = w_2'(x_2 = 0)$ und $w_1(x_1 = L) = u_2(x_2) = w_3(x_3 = 0)$

Aufgabe 3 - Biegung (Seite 2 von 5)

(10,0 Punkte)

3.3 Welche der nachfolgenden geometrischen Rand-/Übergangsbedingungen an die Funktion der Biegelinie w_2 an der Stelle $x_2 = L$ sind vollständig und korrekt? (0,5 Punkte)

a) $w_2(x_2 = L) = 0$

b) $w_2'(x_2 = L) = 0$

c) $w_2(x_2 = L) = 0$ und $w_2'(x_2 = L) = w_3'(x_3 = 0)$

d) $w_2(x_2 = L) = w_3(x_3 = 0)$

e) $w_2(x_2 = L) = 0$ und $w_2'(x_2 = L) = 0$

f) $w_2(x_2 = L) = w_3(x_3 = 0)$ und $w_2'(x_2 = L) = 0$

3.4 Welche der nachfolgenden geometrischen Rand-/Übergangsbedingungen an die Funktion der Biegelinie w_3 an der Stelle $x_3 = L$ sind vollständig und korrekt? (0,5 Punkte)

a) Es gibt keine geometrischen Rand-/Übergangsbedingungen

b) $w_3(x_3 = L) = L$

c) $w_3(x_3 = L) = 0$

d) $w_3(x_3 = L) = 0$ und $w_3'(x_3 = L) = 0$

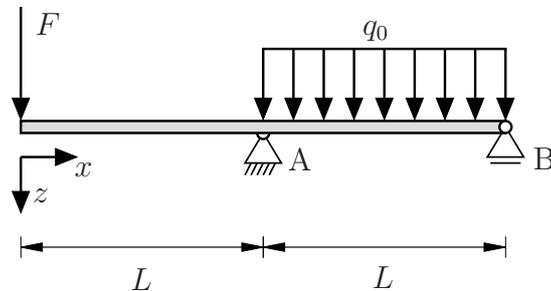
e) $w_3(x_3 = L) = w_3(x_3 = 0)$

f) $w_3'(x_3 = L) = 0$

Aufgabe 3 - Biegung (Seite 3 von 5)

(10,0 Punkte)

Im Folgenden wird ein masseloser Balken (Biegesteifigkeit EI) durch eine Kraft F sowie eine Streckenlast q_0 belastet. Der Balken ist wie skizziert gelagert.



Für die beiden Bereiche wurden die Verläufe der Biegelinie bestimmt. Diese lauten in Abhängigkeit der unbekannt Koeffizienten a_1 , a_2 , b_1 , b_2 :

$$0 \leq x \leq L : \quad w_{\text{I}}(x) = \frac{q_0 L^4}{24 EI} \left[4 \left[\frac{x}{L} \right]^3 + a_1 \left[\frac{x}{L} \right] + a_2 \right]$$

$$L \leq x \leq 2L : \quad w_{\text{II}}(x) = \frac{q_0 L^4}{24 EI} \left[\left[\frac{x}{L} \right]^4 - 10 \left[\frac{x}{L} \right]^3 + 36 \left[\frac{x}{L} \right]^2 + b_1 \left[\frac{x}{L} \right] + b_2 \right].$$

3.5 Bestimmen Sie den Wert der Konstanten a_1 . (1,0 Punkte)

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $a_1 = -53$ | b) $a_1 = -26$ | c) $a_1 = -19$ |
| d) $a_1 = -15$ | e) $a_1 = 0$ | f) $a_1 = 15$ |
| g) $a_1 = 19$ | h) $a_1 = 26$ | i) $a_1 = 53$ |

3.6 Bestimmen Sie den Wert der Konstanten a_2 . (1,0 Punkte)

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $a_2 = -53$ | b) $a_2 = -26$ | c) $a_2 = -19$ |
| d) $a_2 = -15$ | e) $a_2 = 0$ | f) $a_2 = 15$ |
| g) $a_2 = 19$ | h) $a_2 = 26$ | i) $a_2 = 53$ |

3.7 Bestimmen Sie den Wert der Konstanten b_1 . (1,0 Punkte)

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $b_1 = -53$ | b) $b_1 = -26$ | c) $b_1 = -19$ |
| d) $b_1 = -15$ | e) $b_1 = 0$ | f) $b_1 = 15$ |
| g) $b_1 = 19$ | h) $b_1 = 26$ | i) $b_1 = 53$ |

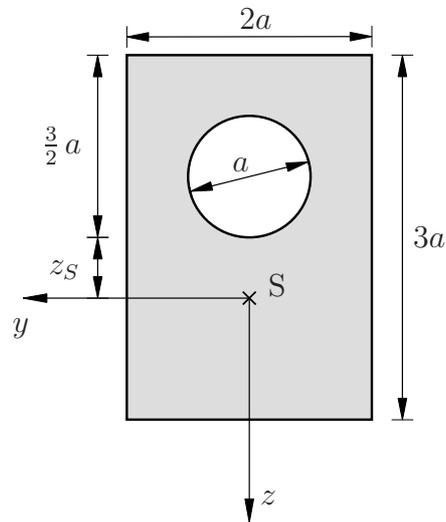
3.8 Bestimmen Sie den Wert der Konstanten b_2 . (1,0 Punkte)

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $b_2 = -53$ | b) $b_2 = -26$ | c) $b_2 = -19$ |
| d) $b_2 = -15$ | e) $b_2 = 0$ | f) $b_2 = 15$ |
| g) $b_2 = 19$ | h) $b_2 = 26$ | i) $b_2 = 53$ |

Aufgabe 3 - Biegung (Seite 4 von 5)

(10,0 Punkte)

Der dargestellte Querschnitt eines Balkens ergibt sich aus einem Rechteck, aus dem ein Kreis entnommen wurde.



3.9 Berechnen Sie die Fläche A des Querschnittes. (0,5 Punkte)

a) $A = \left[3 - \frac{\pi}{8} \right] a^2$

b) $A = \left[3 - \frac{\pi}{4} \right] a^2$

c) $A = \left[3 - \frac{3\pi}{4} \right] a^2$

d) $A = \left[6 - \frac{\pi}{8} \right] a^2$

e) $A = \left[6 - \frac{\pi}{4} \right] a^2$

f) $A = \left[6 - \frac{3\pi}{4} \right] a^2$

g) $A = \left[12 - \frac{\pi}{8} \right] a^2$

h) $A = \left[12 - \frac{\pi}{4} \right] a^2$

i) $A = \left[12 - \frac{3\pi}{4} \right] a^2$

3.10 Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment I_z des Querschnittes bezogen auf den Schwerpunkt S. (1,0 Punkte)

a) $I_z = \left[2 - \frac{\pi}{16} \right] a^4$

b) $I_z = \left[2 - \frac{\pi}{32} \right] a^4$

c) $I_z = \left[2 - \frac{\pi}{64} \right] a^4$

d) $I_z = \left[3 - \frac{\pi}{16} \right] a^4$

e) $I_z = \left[3 - \frac{\pi}{32} \right] a^4$

f) $I_z = \left[3 - \frac{\pi}{64} \right] a^4$

g) $I_z = \left[6 - \frac{\pi}{16} \right] a^4$

h) $I_z = \left[6 - \frac{\pi}{32} \right] a^4$

i) $I_z = \left[6 - \frac{\pi}{64} \right] a^4$

Aufgabe 3 - Biegung (Seite 5 von 5)

(10,0 Punkte)

3.11 Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment I_y des Querschnittes bezogen auf den Schwerpunkt S. (2,0 Punkte)

$$\text{a) } I_y = \frac{9}{2} a^4 + \left[z_S - \frac{3}{2} a \right]^2 6 a^2 - \frac{\pi}{64} a^4 - [z_S + a]^2 \frac{\pi}{4} a^2$$

$$\text{b) } I_y = \frac{9}{2} a^4 + [z_S]^2 6 a^2 - \frac{\pi}{64} a^4 - \left[z_S - \frac{a}{2} \right]^2 \frac{\pi}{4} a^2$$

$$\text{c) } I_y = 9 a^4 + \left[z_S - \frac{3}{2} a \right]^2 6 a^2 - \frac{\pi}{64} a^4 - [z_S - a]^2 \frac{\pi}{4} a^2$$

$$\text{d) } I_y = \frac{9}{2} a^4 + [z_S]^2 6 a^2 - \frac{\pi}{64} a^4 - \left[z_S + \frac{a}{2} \right]^2 \frac{\pi}{4} a^2$$

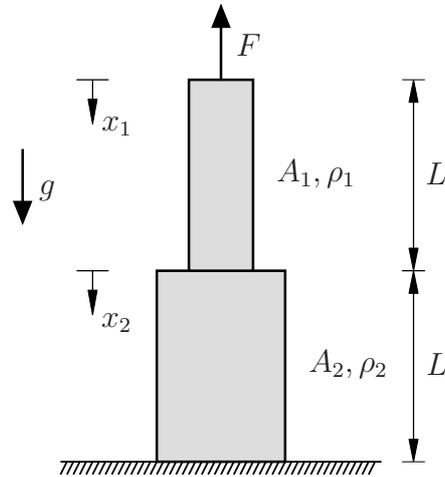
$$\text{e) } I_y = \frac{9}{2} a^4 + [z_S]^2 6 a^2 + \frac{\pi}{32} a^4 + \left[z_S + \frac{a}{2} \right]^2 \frac{\pi}{4} a^2$$

$$\text{f) } I_y = 9 a^4 + [z_S]^2 6 a^2 - \frac{\pi}{32} a^4 - \left[z_S - \frac{a}{2} \right]^2 \frac{\pi}{4} a^2$$

Aufgabe 4 - Stabelastizität (Seite 1 von 4)

(10,0 Punkte)

Das dargestellte System besteht aus zwei unterschiedlichen Stäben mit jeweils konstanten Querschnitten (A_1 und A_2) und Dichten (ρ_1 und ρ_2). Es befindet sich im Schwerfeld der Erde und wird durch die Einzelkraft F belastet.



4.1 Bestimmen Sie den Verlauf der Normalkraft $N_I(x_1)$ für den ersten Bereich (I) $0 \leq x_1 \leq L$. (1,0 Punkte)

- | | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------|--------------------|
| a) $N_I(x_1) = \rho_1 g A_1 x_1$ | b) $N_I(x_1) = -\rho_1 g A_1 x_1$ | c) $N_I(x_1) = F$ |
| d) $N_I(x_1) = -F + \rho_1 g A_1 x_1$ | e) $N_I(x_1) = F + \rho_1 g A_1 x_1$ | f) $N_I(x_1) = -F$ |
| g) $N_I(x_1) = -F - \rho_1 g A_1 x_1$ | h) $N_I(x_1) = F - \rho_1 g A_1 x_1$ | i) $N_I(x_1) = 0$ |

4.2 Bestimmen Sie den Verlauf der Normalkraft $N_{II}(x_2)$ für den zweiten Bereich (II) $0 \leq x_2 \leq L$. (1,0 Punkte)

- | | | |
|-----------------------|---|--|
| a) $N_{II}(x_2) = 0$ | b) $N_{II}(x_2) = \rho_1 g A_1 L$ | c) $N_{II}(x_2) = -\rho_1 g A_1 L - \rho_2 g A_2 x_2$ |
| d) $N_{II}(x_2) = F$ | e) $N_{II}(x_2) = F - \rho_1 g A_1 L$ | f) $N_{II}(x_2) = F + \rho_1 g A_1 L + \rho_2 g A_2 x_2$ |
| g) $N_{II}(x_2) = -F$ | h) $N_{II}(x_2) = F - \rho_2 g A_2 x_2$ | i) $N_{II}(x_2) = F - \rho_1 g A_1 L - \rho_2 g A_2 x_2$ |

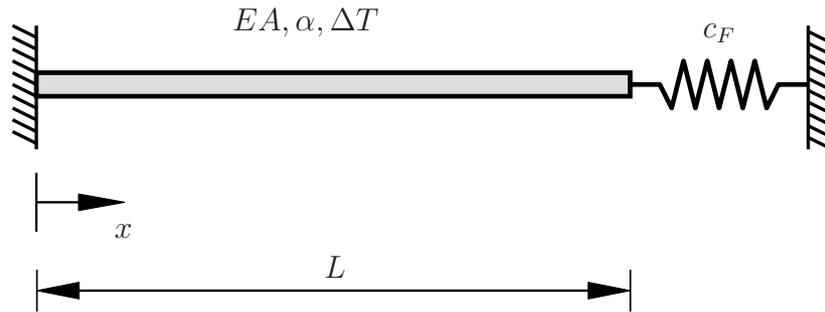
4.3 Welchen Wert muss die Kraft F annehmen, damit die Lagerkraft an der Stelle $x_2 = L$ verschwindet? (0,5 Punkte)

- | | | |
|---|--|-------------------------|
| a) $F = g L [-\rho_1 A_1 + \rho_2 A_2]$ | b) $F = g L [\rho_1 A_1 - \rho_2 A_2]$ | c) $F = g L \rho_1 A_1$ |
| d) $F = g L [\rho_1 A_1 + \rho_2 A_2]$ | e) $F = -g L [\rho_1 A_1 + \rho_2 A_2]$ | f) $F = g L \rho_2 A_2$ |
| g) $F = g L \left[\rho_1 A_1 + \frac{1}{2} \rho_2 A_2 \right]$ | h) $F = g \frac{L}{2} [\rho_1 A_1 + \rho_2 A_2]$ | i) $F = 0$ |

Aufgabe 4 - Stabelastizität (Seite 2 von 4)

(10,0 Punkte)

Im nachfolgenden System wird ein Stab (Dehnsteifigkeit E , Querschnittsfläche A , Länge L) zusammen mit einer Feder (Federkonstante c_F) wie dargestellt eingespannt. Dabei ist die Feder bei einer Referenztemperatur T_0 ungespannt. Bezogen auf diese Referenztemperatur wird der Stab um eine Temperaturdifferenz ΔT (Wärmeausdehnungskoeffizient α) erwärmt.



4.4 Welche der nachfolgenden Rand-/Übergangsbedingungen sind für die Axialverschiebung des Systems vollständig und korrekt? Dabei ist ΔL_F die Längenänderung der Feder. (1,0 Punkte)

- | | |
|---|--|
| a) $u(x = 0) = 0$ | b) $u(x = 0) = -\Delta L_F$ |
| c) $u(x = 0) = 0$ und $u(x = L) = \Delta L_F$ | d) $u(x = 0) = 0$ und $u(x = L) = -\Delta L_F$ |
| e) $u(x = 0) = 0$ und $u(x = L) = 0$ | f) $u(x = L) = \Delta L_F$ |

4.5 Die Funktion der Axialverschiebung des Stabes lässt sich wie folgt darstellen:

$$u(x) = \left[\frac{S}{EA} + \alpha \Delta T \right] x + a.$$

Dabei bezeichnet S die in dem Stab wirkende Kraft.

Welchen Wert nimmt die Konstante a für das abgebildete System an? (0,5 Punkte)

- | | | |
|----------------------|---|--|
| a) $a = 0$ | b) $a = \left[\frac{S}{EA} - \alpha \Delta T \right] L$ | c) $a = - \left[\frac{S}{EA} - \alpha \Delta T \right] L$ |
| d) $a = \Delta L_F$ | e) $a = \left[\frac{S}{EA} + \alpha \Delta T \right] L$ | f) $a = - \left[\frac{S}{EA} + \alpha \Delta T \right] L$ |
| g) $a = -\Delta L_F$ | h) $a = \left[\frac{S}{EA} + \alpha \Delta T \right] \Delta L_F$ | i) $a = -\alpha \Delta T L$ |

Aufgabe 4 - Stabelastizität (Seite 3 von 4)

(10,0 Punkte)

4.6 Bestimmen Sie die Längenänderung ΔL_F der Feder bei gegebener Stabkraft S . (1,0 Punkte)

| | | |
|------------------------------------|---|--|
| a) $\Delta L_F = 0$ | b) $\Delta L_F = \frac{1}{2} \alpha \Delta T L$ | c) $\Delta L_F = -\frac{1}{2} \alpha \Delta T L$ |
| d) $\Delta L_F = \frac{S L}{E A}$ | e) $\Delta L_F = \left[\frac{S}{E A} + \alpha \Delta T \right] L$ | f) $\Delta L_F = \alpha \Delta T L$ |
| g) $\Delta L_F = -\frac{S L}{E A}$ | h) $\Delta L_F = -\left[\frac{S}{E A} + \alpha \Delta T \right] L$ | i) $\Delta L_F = -\alpha \Delta T L$ |

4.7 Berechnen Sie die Stabkraft S bei gegebener Längenänderung ΔL_F der Feder. (1,0 Punkte)

| | | |
|-------------------------------------|--|---------------------------------------|
| a) $S = -2 c_F \Delta L_F$ | b) $S = -c_F \Delta L_F$ | c) $S = 0$ |
| d) $S = \frac{1}{2} c_F \Delta L_F$ | e) $S = c_F \Delta L_F$ | f) $S = \frac{3}{2} c_F \Delta L_F$ |
| g) $S = 2 c_F \Delta L_F$ | h) $S = -\frac{1}{2} c_F \Delta L_F^2$ | i) $S = \frac{1}{2} c_F \Delta L_F^2$ |

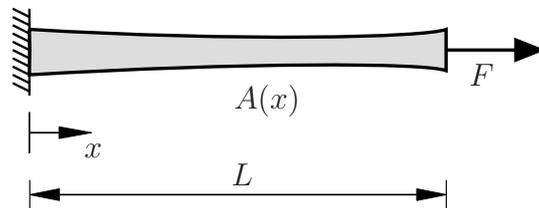
4.8 Für welche Querschnittsflächen A wird eine maximal zulässige Spannung σ_{\max} im Betrag nicht überschritten? (1,0 Punkte)

| | | |
|---|---|---|
| a) $A \leq \left \frac{c_F \Delta L_F}{2 \sigma_{\max}} \right $ | b) $A \leq \left \frac{c_F \Delta L_F}{\sigma_{\max}} \right $ | c) $A \leq \left 2 \frac{c_F \Delta L_F}{\sigma_{\max}} \right $ |
| d) $A \leq \left 4 \frac{c_F \Delta L_F}{\sigma_{\max}} \right $ | e) $A \leq \left \frac{c_F \Delta L_F^2}{2 \sigma_{\max}} \right $ | f) $A \geq \left \frac{c_F \Delta L_F}{2 \sigma_{\max}} \right $ |
| g) $A \geq \left \frac{c_F \Delta L_F}{\sigma_{\max}} \right $ | h) $A \geq \left 2 \frac{c_F \Delta L_F}{\sigma_{\max}} \right $ | i) $A \geq \left \frac{c_F \Delta L_F^2}{2 \sigma_{\max}} \right $ |

Aufgabe 4 - Stabelastizität (Seite 4 von 4)

(10,0 Punkte)

Im Folgenden wird ein horizontaler, masseloser Stab der Länge L betrachtet. Der Stab hat die Querschnittsfläche $A(x) = A_0 \left[\left[\frac{x}{L} \right]^2 - \left[\frac{x}{L} \right] + 1 \right]$. Der tatsächliche Verlauf der Querschnittsfläche ist in der Skizze nicht wiedergegeben.

**4.9** Bestimmen Sie den Spannungsverlauf $\sigma(x)$ im Stab. (1,0 Punkte)

- | | | |
|---------------------------------|---|--|
| a) $\sigma(x) = 0$ | b) $\sigma(x) = \frac{F}{A_0 \left[\left[\frac{x}{L} \right]^2 - \left[\frac{x}{L} \right] + 1 \right]}$ | c) $\sigma(x) = -\frac{F}{A_0 \left[\left[\frac{x}{L} \right]^2 - \left[\frac{x}{L} \right] + 1 \right]}$ |
| d) $\sigma(x) = \frac{F}{A_0}$ | e) $\sigma(x) = \frac{\frac{1}{2} F}{A_0 \left[\left[\frac{x}{L} \right]^2 - \left[\frac{x}{L} \right] + 1 \right]}$ | f) $\sigma(x) = -\frac{\frac{1}{2} F}{A_0 \left[\left[\frac{x}{L} \right]^2 - \left[\frac{x}{L} \right] + 1 \right]}$ |
| g) $\sigma(x) = -\frac{F}{A_0}$ | h) $\sigma(x) = \frac{2F}{A_0 \left[\left[\frac{x}{L} \right]^2 - \left[\frac{x}{L} \right] + 1 \right]}$ | i) $\sigma(x) = -\frac{2F}{A_0 \left[\left[\frac{x}{L} \right]^2 - \left[\frac{x}{L} \right] + 1 \right]}$ |

4.10 An welcher Stelle x tritt die betragsmäßig größte Spannung auf? (1,0 Punkte)

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $x = 0$ | b) $x = \frac{1}{6} L$ | c) $x = \frac{1}{4} L$ |
| d) $x = \frac{1}{3} L$ | e) $x = \frac{1}{2} L$ | f) $x = \frac{2}{3} L$ |
| g) $x = \frac{3}{4} L$ | h) $x = \frac{5}{6} L$ | i) $x = L$ |

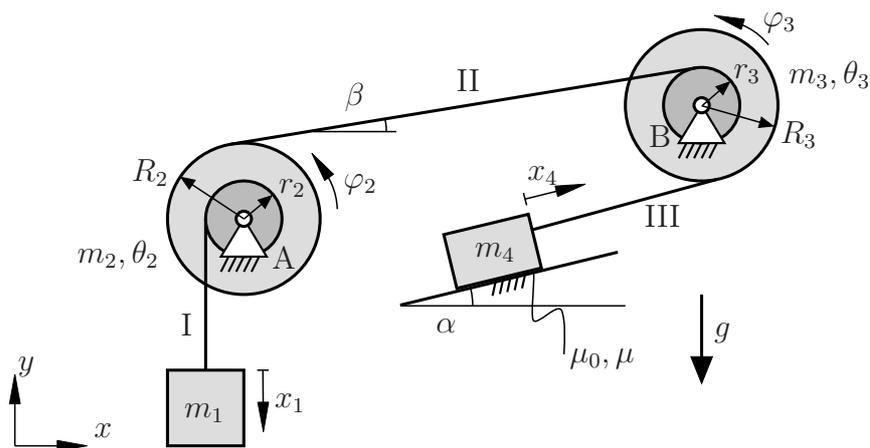
4.11 Wie groß darf die Normalkraft F höchstens sein, damit eine maximal zulässige Spannung σ_{\max} im Betrag nicht überschritten wird? (1,0 Punkte)

- | | | |
|--|--|--|
| a) $F = 0$ | b) $F = \frac{1}{6} A_0 \sigma_{\max}$ | c) $F = \frac{1}{4} A_0 \sigma_{\max}$ |
| d) $F = \frac{1}{3} A_0 \sigma_{\max}$ | e) $F = \frac{1}{2} A_0 \sigma_{\max}$ | f) $F = \frac{2}{3} A_0 \sigma_{\max}$ |
| g) $F = \frac{3}{4} A_0 \sigma_{\max}$ | h) $F = \frac{5}{6} A_0 \sigma_{\max}$ | i) $F = A_0 \sigma_{\max}$ |

Aufgabe 5 - Seilzug (Seite 1 von 4)

(10,0 Punkte)

Die nachstehende Abbildung zeigt einen rechteckigen Starrkörper (Masse m_4), der sich auf einer reibungsbehafteten schiefen Ebene befindet. Über ein Rollensystem und Seile ist der Körper mit einem weiteren Starrkörper (Masse m_1) verbunden. Die einzelnen Seilabschnitte sind mit I bis III gekennzeichnet und werden im Folgenden für die Indizes der Seilkräfte verwendet. Sämtliche relevanten Größen können der Skizze entnommen werden.



5.1 Geben Sie die Impulsbilanz (Kräftesatz) des Körpers 1 bezüglich der x_1 -Koordinate an. (1,0 Punkte)

- | | |
|------------------------------------|---------------------------|
| a) $m_1 \ddot{x}_1 = -m_1 g + S_I$ | b) $0 = -m_1 g + S_I$ |
| c) $m_1 \ddot{x}_1 = m_1 g - S_I$ | d) $0 = m_1 g + S_I$ |
| e) $m_1 \ddot{x}_1 = m_1 g$ | f) $m_1 \ddot{x}_1 = S_I$ |

5.2 Geben Sie die Impulsbilanz (Kräftesatz) der Rolle 2 bezüglich der y -Koordinate an. Dabei bezeichnet A_y die Lagerkraft des Festlagers in positive y -Richtung. (1,0 Punkte)

- | | |
|--|---|
| a) $m_2 \ddot{y}_2 = S_I - \sin(\beta) S_{II} + m_2 g$ | b) $0 = S_I - \sin(\beta) S_{II} + m_2 g$ |
| c) $m_2 \ddot{y}_2 = A_y - S_I + \cos(\beta) S_{II} - m_2 g$ | d) $0 = A_y - S_I + \cos(\beta) S_{II} - m_2 g$ |
| e) $m_2 \ddot{y}_2 = A_y - S_I + \sin(\beta) S_{II} + m_2 g$ | f) $0 = A_y - S_I + \sin(\beta) S_{II} - m_2 g$ |

Aufgabe 5 - Seilzug (Seite 2 von 4)

5.3 Geben Sie die Drehimpulsbilanz (Drallsatz) der Rolle 3 bezüglich des Schwerpunktes und der φ_3 -Koordinate an, ohne das Massenträgheitsmoment θ_3 näher zu spezifizieren. (1,0 Punkte)

a) $\theta_3 \ddot{\varphi}_3 = r_3 S_{II} + R_3 S_{III}$

b) $0 = r_3 S_{II} + R_3 S_{III}$

c) $\theta_3 \ddot{\varphi}_3 = r_3 S_{II} - R_3 S_{III}$

d) $0 = r_3 S_{II} - R_3 S_{III}$

e) $\theta_3 \ddot{\varphi}_3 = -r_3 S_{II} - R_3 S_{III}$

f) $\theta_3 \ddot{\varphi}_3 = -r_3 S_{II} + R_3 S_{III}$

5.4 Geben Sie die Impulsbilanz (Kräftesatz) des rechteckigen Starrkörpers 4 bezüglich der x_4 -Koordinate an. Nehmen Sie für diesen Aufgabenteil Gleiten an ($\dot{x}_4 > 0$). (1,5 Punkte)

a) $m_4 \ddot{x}_4 = S_{III} - \sin(\alpha) m_4 g + \mu \cos(\alpha) m_4 g$

b) $m_4 \ddot{x}_4 = S_{III} - \mu m_4 g$

c) $m_4 \ddot{x}_4 = S_{III} - \cos(\alpha) m_4 g - \mu \sin(\alpha) m_4 g$

d) $m_4 \ddot{x}_4 = \mu S_{III} + m_4 g$

e) $m_4 \ddot{x}_4 = S_{III} - \sin(\alpha) m_4 g - \mu \cos(\alpha) m_4 g$

f) $0 = S_{III} - \sin(\alpha) m_4 g - \mu \cos(\alpha) m_4 g$

Im Folgenden sollen die kinematischen Bindungen des vorigen Systems betrachtet werden. Beachten Sie dabei die als positiv vorgegebenen Richtungen der jeweiligen Auslenkung.

5.5 Geben Sie die kinematische Bindung für die Rolle 2 in Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Freiheitsgrades x_1 an. (0,5 Punkte)

a) $\dot{\varphi}_2(\dot{x}_1) = \frac{\dot{x}_1}{R_2}$

b) $\dot{\varphi}_2(\dot{x}_1) = -\frac{\dot{x}_1}{R_2}$

c) $\dot{\varphi}_2(\dot{x}_1) = \frac{\dot{x}_1}{r_2}$

d) $\dot{\varphi}_2(\dot{x}_1) = -\frac{\dot{x}_1}{r_2}$

e) $\dot{\varphi}_2(\dot{x}_1) = \dot{x}_1 r_2$

f) $\dot{\varphi}_2(\dot{x}_1) = -\dot{x}_1 r_2$

5.6 Geben Sie die kinematische Bindung für die Rolle 3 in Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Freiheitsgrades φ_2 an. (0,5 Punkte)

a) $\dot{\varphi}_3(\dot{\varphi}_2) = \frac{R_3}{r_2} \dot{\varphi}_2$

b) $\dot{\varphi}_3(\dot{\varphi}_2) = \frac{r_3}{R_2} \dot{\varphi}_2$

c) $\dot{\varphi}_3(\dot{\varphi}_2) = \frac{R_2}{r_3} \dot{\varphi}_2$

d) $\dot{\varphi}_3(\dot{\varphi}_2) = -\frac{R_2}{r_3} \dot{\varphi}_2$

e) $\dot{\varphi}_3(\dot{\varphi}_2) = \frac{r_2}{R_3} \dot{\varphi}_2$

f) $\dot{\varphi}_3(\dot{\varphi}_2) = \dot{\varphi}_2$

Aufgabe 5 - Seilzug (Seite 3 von 4)

5.7 Geben Sie die kinematische Bindung für den Körper 4 in Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Freiheitsgrades φ_3 an. (0,5 Punkte)

a) $\dot{x}_4(\dot{\varphi}_3) = \frac{\dot{\varphi}_3}{R_3}$

b) $\dot{x}_4(\dot{\varphi}_3) = -\frac{\dot{\varphi}_3}{r_3}$

c) $\dot{x}_4(\dot{\varphi}_3) = r_3 \dot{\varphi}_3$

d) $\dot{x}_4(\dot{\varphi}_3) = -r_3 \dot{\varphi}_3$

e) $\dot{x}_4(\dot{\varphi}_3) = R_3 \dot{\varphi}_3$

f) $\dot{x}_4(\dot{\varphi}_3) = -R_3 \dot{\varphi}_3$

5.8 Bestimmen Sie den Bereich der Seilkraft S_{III} , der erforderlich ist damit der rechteckige Starrkörper 4 auf der schiefen Ebene nicht ins Rutschen gerät. (1,5 Punkte)

a) $-\mu_0 m_4 g \leq S_{III} \leq \mu_0 m_4 g$

b) $-m_4 g (\sin(\alpha) + \mu_0 \cos(\alpha)) \leq S_{III} \leq m_4 g (\sin(\alpha) + \mu_0 \cos(\alpha))$

c) $m_4 g (\sin(\alpha) - \mu_0 \cos(\alpha)) \leq S_{III} \leq m_4 g (\sin(\alpha) + \mu_0 \cos(\alpha))$

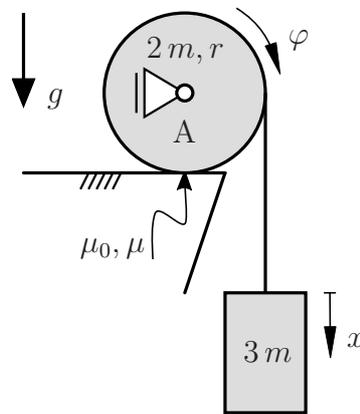
d) $m_4 g (\sin(\alpha) + \mu_0 \cos(\alpha)) \leq S_{III} \leq m_4 g (\sin(\alpha) - \mu_0 \cos(\alpha))$

e) $-m_4 g (\sin(\alpha) - \mu_0 \cos(\alpha)) \leq S_{III} \leq m_4 g (\sin(\alpha) - \mu_0 \cos(\alpha))$

f) $-m_4 g (\cos(\alpha) - \mu_0 \sin(\alpha)) \leq S_{III} \leq m_4 g (\cos(\alpha) + \mu_0 \sin(\alpha))$

Aufgabe 5 - Seilzug (Seite 4 von 4)

Nun wird das nebenstehende System betrachtet. Eine Rolle (Masse $2m$, Radius r) wird horizontal gelagert und liegt auf einer horizontalen Ebene auf. Zwischen der Rolle und der Ebene wirkt der Haftreibungskoeffizient μ_0 sowie der Gleitreibungskoeffizient μ . An der Rolle ist über ein abrollendes Seil eine Masse $3m$ befestigt. Sämtliche relevanten Größen können der Skizze entnommen werden.



5.9 Ermitteln Sie den minimalen Reibkoeffizienten μ_0 für den sich das System in Ruhe befindet. (1,0 Punkte)

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $\mu_0 = 0$ | b) $\mu_0 = \frac{2}{5}$ | c) $\mu_0 = \frac{1}{2}$ |
| d) $\mu_0 = \frac{3}{5}$ | e) $\mu_0 = \frac{2}{3}$ | f) $\mu_0 = 1$ |
| g) $\mu_0 = \frac{5}{3}$ | h) $\mu_0 = \frac{3}{2}$ | i) $\mu_0 = \frac{5}{2}$ |

Nehmen Sie im Folgenden Gleiten für das System an (Gleitreibungskoeffizient μ).

5.10 Bestimmen Sie die Reibkraft R , welche zwischen Rolle und Untergrund wirkt. (1,5 Punkte)

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| a) $R = 3mg$ | b) $R = 3mg - 3m\ddot{x}$ |
| c) $R = 3mg - m\ddot{x}$ | d) $R = 3mg - 4m\ddot{x}$ |
| e) $R = -3mg$ | f) $R = -3mg + 4m\ddot{x}$ |